

PROBLEMAS DE REPASO

1. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 1 dm. Hacemos girar el triángulo alrededor de uno de sus catetos. Determina la longitud de los catetos de forma que el cono engendrado de esta forma tenga volumen máximo.

Solución: $x = \text{altura del cono} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ dm}$, $y = \frac{\sqrt{6}}{3}$ base = 0,82 dm

2. Un depósito abierto de latón con base cuadrada y capacidad para 4 000 litros, ¿qué dimensiones debe tener para que su fabricación sea lo más económica posible?

Solución: $x = \text{base} = 20 \text{ dm}$, $y = \text{altura} = 10 \text{ dm}$.

3. Un transportista va de una ciudad A a otra B a una velocidad constante de x km/h por una carretera en la que debe cumplirse que $35 < x < 55$. El precio del carburante es de 0,6 euros el litro y el consumo es de $(10 + x^2)/120$ litros por hora. El conductor cobra 8 euros por hora y la distancia entre A y B es de 300 km. Halla la velocidad a la que debe ir para que el viaje resulte lo más económico posible.

Solución: $v = 52,92 \text{ km/h}$ (el coste en este caso será de 158,75 euros).

4. Una huerta tiene actualmente 24 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que, por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima? ¿Cuál será esa producción?

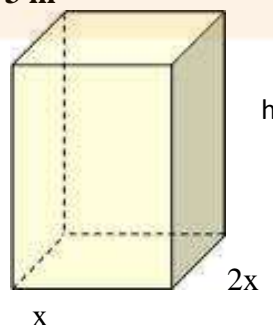
Solución: 8 árboles. Con un total de $24 + 8 = 32$ árboles, que producirán 15360 frutos.

5. Halla el radio de la base y la altura de un cilindro inscrito en una esfera de radio R para que el área lateral del cilindro sea máxima.

Solución: $x = \frac{\sqrt{2}}{2} R = \text{radio de la base}$, $h = \sqrt{2} R = \text{altura del cilindro}$

6. Considérese un prisma recto de base rectangular, con dos de los lados de este rectángulo de longitud doble que los otros dos, tal como se indica en la figura. Halle las dimensiones que ha de tener este prisma para que su área total sea de 12 metros cuadrados y que con estas condiciones tenga volumen máximo.

Solución: $x = 1 \text{ m}$, $h = \text{altura} = 4/3 \text{ m}$



7. Una página rectangular ha de contener 320 cm^2 de letra impresa. Los márgenes superior e inferior de la página tienen cada uno una anchura de 2,5 cm. Los márgenes laterales tienen 2cm. ¿Cuáles han de ser las dimensiones de la página de modo que la cantidad de papel a emplear fuera máxima?

Solución: $x=20 \text{ cm}$, $y= 25 \text{ m}$

8. Hallar las dimensiones que hacen mínimo el coste de un contenedor que tiene forma de paralelepípedo rectangular sabiendo que su volumen ha de ser 9 m^3 , su altura 1 m y el coste de su construcción por m^2 es de 50 € para la base; 60 para la etapa y 40 para cada pared lateral.

Solución: $x=3 \text{ m}$, $y= 3\text{m}$

9. Dibuja la gráfica de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{4x}{(x+2)^2}$$

10. Estudia y representa esta función:

$$f(x) = x^2 e^x$$

11. Representa esta función:

$$y = x^2 \ln x$$

12. Calcula las asíntotas de la siguiente función:

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

13. Representa la función $f(x) = \ln(2 - \sin^2 x)$.

14. Dada la función:

$$y = \sin 2x - 2 \sin x, x \in [0, 2\pi]$$

- Halla los puntos de corte con los ejes.
- Calcula los máximos y mínimos.
- Representala gráficamente.

15. Determinar los extremos relativos y puntos de inflexión de la función

$$y = x + 2 \sin 2x, x \in [0, 2\pi]$$