

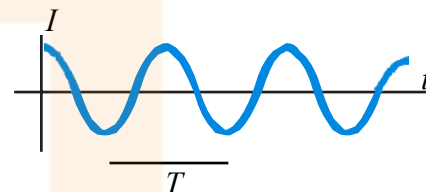
TEMA 3. CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA

1. Corriente alterna (CA). Generación.
2. Valores instantáneos, medios y eficaces. Diagrama de fasores.
3. Ley de Ohm en CA. Impedancia, factor de potencia.
4. Comportamiento de resistencias, bobinas y condensadores en CA.
5. Circuitos RC, RL, RLC en serie.
6. Potencia activa, reactiva y aparente. Resonancia

1. CORRIENTE ALTERNA (CA). GENERACIÓN.

La corriente alterna (CA) es una corriente:

- Variable en el tiempo
- Su sentido cambia periódicamente, pasando de positivo a negativo y viceversa.
- Simétrica (alcanza los mismos valores en un sentido y en otro)
- Sinusoidal $I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$ ó $I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t)$



Donde I_0 es la amplitud, o valor máximo de la intensidad.

- ω es la frecuencia angular, que indica la rapidez con la que cambia I. Se mide en rad/s.

Está relacionada con la frecuencia ν ; $\omega = 2\pi \cdot \nu$; ν se mide en hercios ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$)
y con el periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$ T: tiempo en realizar una oscilación (s)

Generación de corrientes alternas:

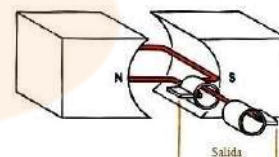
Como hemos visto en el tema de electromagnetismo, la corriente alterna es producida por inducción en una espira o solenoide de N espiras que gira en el interior de un campo magnético con velocidad angular ω .

Al girar con MCU, la orientación entre el vector superficie de la espira y el campo cambiará, con lo que el flujo magnético que atraviesa la espira también será variable.

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \dots = B \cdot N \cdot S \cdot \cos(\omega t)$$

Por la ley de Faraday-Lenz, se inducirá corriente eléctrica en el circuito, con una fuerza electromotriz

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} = B \cdot N \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$



La frecuencia de la corriente alterna suele ser alta (kHz, MHz). Incluso en los casos de frecuencia más bajas (50 Hz en las redes eléctricas domésticas) el sentido de la corriente cambia 100 veces por segundo. Teniendo en cuenta la velocidad característica de los electrones en un cable (unos mm por segundo), éstos apenas se desplazan unas centésimas de mm antes de cambiar de sentido. ¿Cómo se transmite entonces la energía por lo cables? Pues de forma parecida a las ondas sonoras o las olas en el agua. Básicamente, los electrones realizan un movimiento vibratorio, y la energía de esta vibración se transmite por el cable como una onda electromagnética a velocidades cercanas a la de la luz.

Ventajas y desventajas de la CA frente a la CC:

- Es transformable, con lo que es fácil obtener altas o bajas tensiones, según convenga.
- Es rectificable (convertible en CC)
- Puede transportarse a larga distancia con menos pérdidas en los cables, aprovechando la transformación a alta tensión.
- Puede generarse gran cantidad de energía, aprovechando diversas fuentes.

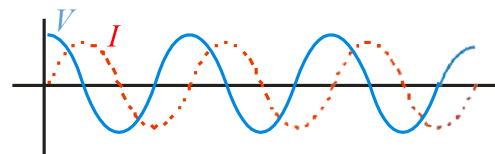
Sin embargo, también tiene **desventajas** respecto a la CC en:

- Capacidad de almacenamiento. Es fácil almacenar energía de CC en pilas y baterías, para dispositivos que consumen poca potencia. La CA no puede ser almacenada, y en las centrales debe ajustarse la producción a la demanda de energía del momento.

Por lo tanto, es mejor usar CC en dispositivos pequeños, que consuman poca energía, y sean portátiles (ordenadores, teléfonos móviles, tablets, linternas...) y CA cuando se requiere mucha potencia.

2. VALORES INSTANTÁNEOS, MÁXIMOS, MEDIOS Y EFICACES. DIAGRAMA DE FASORES.

Valores instantáneos: Tanto la intensidad que circula por el circuito como el voltaje entre los extremos de cualquier dispositivo, varían con el tiempo de forma senoidal. Los diferentes elementos conectados al circuito introducen un desfase φ entre la tensión y la intensidad (es decir, no se hacen cero al mismo tiempo ni alcanzan su valor máximo simultáneamente). $I(t)$ y $V(t)$ tendrán la forma



$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$$

$$V(t) = V_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Teniendo en cuenta que las frecuencias típicas de las CA usadas industrial y comercialmente son elevadas (50 Hz en la red eléctrica, kHz, MHz e incluso GHz en algunos aparatos), el valor de tensión o intensidad en un instante determinado no ofrece información útil.

Valores máximos: Son I_0 y V_0 , las amplitudes de las funciones trigonométricas.

Valores medios: Si calculamos el valor medio de la intensidad (o de la tensión) a lo largo de un periodo, vemos que el resultado es cero, ya que se compensan los valores positivos de un semiperiodo con los negativos del otro. Por lo tanto, tampoco los valores medios aportan información relevante.

$$I_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T I_0 \cdot \cos(\omega t) \cdot dt = 0$$

Valores eficaces: Aunque el valor medio de la intensidad sea cero, eso no significa que no haya movimiento de electrones ni consumo de energía en una resistencia R . Los electrones están constantemente realizando un movimiento de vibración cambiando de sentido en cada semiperiodo. Este movimiento hace que, por efecto Joule, consuman energía en la resistencia, independientemente del sentido del movimiento.

La potencia consumida será $P(t) = R \cdot I^2 = R \cdot I_0^2 \cdot \cos^2(\omega t)$

Y la energía consumida en un periodo $E = \int_0^T R \cdot I_0^2 \cdot \cos^2(\omega t) \cdot dt = R \cdot I_0^2 \cdot \int_0^T \cos^2(\omega t) \cdot dt = \frac{R \cdot I_0^2 \cdot T}{2}$

Si comparamos este resultado con una corriente continua que consumiera la misma energía (es decir, si estudiamos el problema “como si la corriente fuera continua”, circulando una intensidad I_e)

$$E = R \cdot I_e^2 \cdot T$$

Vemos que la intensidad de corriente continua necesaria para consumir la misma energía que la corriente

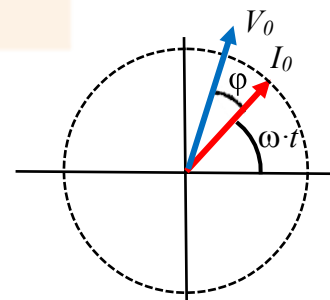
alterna es $I_e^2 = \frac{I_0^2}{2} \rightarrow I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

Este valor se denomina valor eficaz, y es el más usado al estudiar circuitos de corriente alterna ya que, como ya veremos, usando valores eficaces sí se cumple la ley de Ohm, cosa que no ocurre con los valores instantáneos, debido al desfase.

Del mismo modo que la intensidad eficaz es $I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, el voltaje eficaz es $V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

Diagrama de fasores (diagrama de Fresnel):

Los fasores son una herramienta muy útil para representar magnitudes que varían de forma senoidal. Un fador es una magnitud compleja (con sus partes real e imaginaria) que rota con una velocidad angular igual a ω .



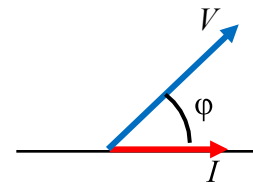
Consta de: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Módulo: } I_0, V_0 \\ \text{Fase: Ángulo (en radianes) que forma con el eje x. Es } \omega t \text{ en el caso de la intensidad, y } \omega t + \varphi \text{ en el caso de la tensión.} \end{array} \right.$

Al rotar, la proyección del fador sobre el eje real nos da la expresión del valor instantáneo

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$$

$$V(t) = V_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Vemos que los fasores de V y de I giran al mismo ritmo, manteniendo entre ellos el desfase φ . Si tomamos como referencia el valor de la intensidad, y lo colocamos en el eje x, el diagrama fasorial nos queda



3. LEY DE OHM EN CA. IMPEDANCIA, FACTOR DE POTENCIA.

Hemos visto que en CA los elementos conectados en el circuito, en general, introducen un desfase entre la intensidad y la tensión. Este desfase hace que no haya una proporcionalidad entre los valores instantáneos de intensidad y tensión, como ocurría en corriente continua. No se cumple la ley de Ohm, tal y como la conocíamos, con los valores instantáneos $I(t)$ y $V(t)$.

Sin embargo, esta proporcionalidad sí existe entre los fasores, y también entre los valores máximos V_0 e I_0 , o los valores eficaces V_e , I_e . Esto hace que podamos expresar la ley de Ohm con estos valores.

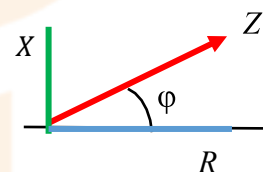
La magnitud que relaciona los valores máximos (y los eficaces) de tensión e intensidad en un circuito, se denomina impedancia (Z), y se mide en ohmios.

$$V_0 = Z \cdot I_0 \qquad V_e = Z \cdot I_e \qquad \text{En todo el circuito} \qquad \varepsilon_0 = Z \cdot I_0 \qquad \varepsilon_e = Z \cdot I_e$$

La impedancia es también una magnitud expresada en números complejos, con su parte real y su parte imaginaria. Si representamos la impedancia de un circuito, o de un elemento del mismo, en el diagrama de fasores, debemos tener en cuenta no sólo su valor en ohmios (el módulo), sino además el desfase que produce (φ). El esquema será así:

Donde **R**, la parte real, es la **resistencia** del elemento, y está relacionada con el consumo real de energía.

y **X**, la parte imaginaria, se denomina **reactancia**, y está relacionada con la energía almacenada en forma de campos eléctricos o magnéticos.



Se cumple que

$$R = Z \cdot \cos\varphi \qquad X = Z \cdot \sin\varphi \qquad Z^2 = R^2 + X^2 \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{X}{R}$$

La cantidad $\cos\varphi$ se denomina “factor de potencia”. Más adelante estudiaremos la causa de este nombre y su utilidad.

Conexiones serie y paralelo de impedancias:

La conexión de varios dispositivos en un circuito sigue las mismas reglas que en el caso de resistencias en corriente continua:

Conexión serie: $Z_T = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots$

Conexión paralelo: $\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots$

Pero no olvidemos que **son números complejos**. Para sumar impedancias (caso de una conexión en serie) debemos sumar las partes reales (resistencias) e imaginarias (reactancias) por separado, para luego calcular el valor de la impedancia (Z) y del desfase total (φ) aplicando el diagrama de fasores.

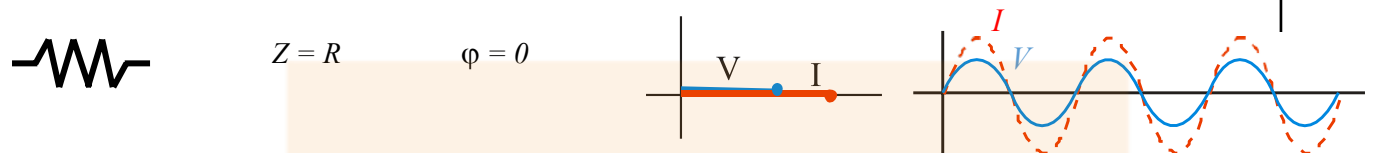
En este curso, estudiaremos sólo las conexiones serie.

4. COMPORTAMIENTO DE RESISTENCIAS, BOBINAS Y CONDENSADORES EN CA.

RESISTENCIAS:

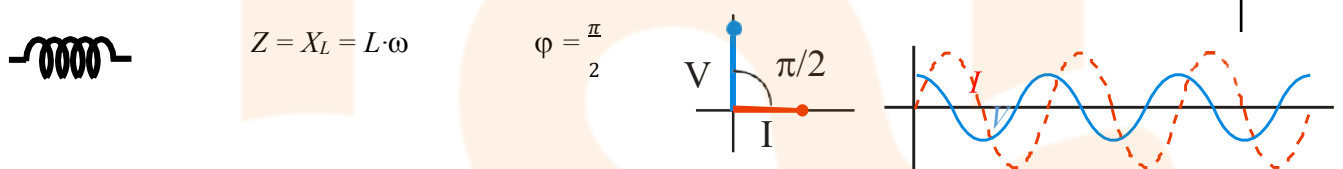
Un elemento puramente resistivo se comporta en corriente alterna igual que en corriente continua. No introduce desfase alguno entre tensión e intensidad, y su impedancia es igual a su resistencia.

Para una resistencia sí se cumpliría la ley de Ohm incluso con los valores instantáneos.



Bobinas (autoinducciones, inductancias)

En CA, una autoinducción introduce un desfase $\frac{\pi}{2}$ entre la tensión y la intensidad (desfase positivo, la tensión está adelantada respecto a la intensidad). Suponiendo que su resistencia sea nula, su impedancia es sólo reactiva (X_L), y depende del coeficiente de autoinducción (inductancia, L) y de la frecuencia (ω).



Cálculo del desfase y de la impedancia:

Cuando una bobina es sometida a una tensión variable, circulará una intensidad variable por ella, lo que hará que varíe el flujo magnético y se genere corriente inducida según Faraday-Lenz. La fem inducida se opone a la tensión aplicada. Así, $V_L = -\varepsilon = -(-L \frac{dI}{dt})$

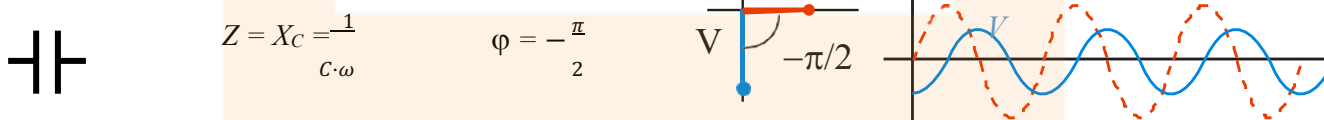
Siendo $I = I_0 \cdot \cos(\omega t)$, al derivar, obtenemos $V_L = -L\omega \cdot I_0 \cdot \sin(\omega t) = L\omega \cdot I_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$,

Donde vemos que la tensión está desfasada (adelantada) $\pi/2$ respecto a la intensidad, y que la impedancia es $L\omega$. ($V_0 = L\omega \cdot I_0$)

Condensadores

En CA, un condensador introduce un desfase $-\frac{\pi}{2}$ entre la tensión y la intensidad (desfase negativo, la tensión está retrasada respecto a la intensidad). Su impedancia es sólo reactiva (X_C), y depende de la

capacidad del condensador (C) y de la frecuencia (ω).



Cálculo del desfase y de la impedancia:

Cuando un condensador se somete a una tensión alterna, estará constantemente cargándose y descargándose, por lo que permitirá el paso de corriente por el circuito. La relación entre intensidad y tensión en un

condensador era $I = C \frac{dV_C}{dt} \rightarrow V_C = \frac{1}{C} \int I \cdot dt$

Siendo $I = I_0 \cdot \cos(\omega t)$, al integrar, obtenemos $V_C = \frac{1}{C\omega} \cdot I_0 \cdot \sin(\omega t) = \frac{1}{C\omega} \cdot I_0 \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$,

Donde vemos que la tensión está desfasada (retrasada) $-\pi/2$ respecto a la intensidad, y que la impedancia es

$\frac{1}{C\omega}$ ($V_0 = \frac{1}{C\omega} \cdot I_0$)

5. CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA. CONEXIONES EN SERIE.

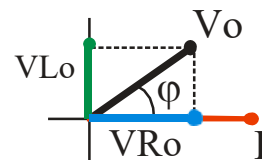
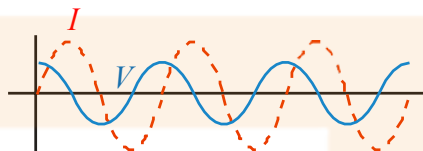
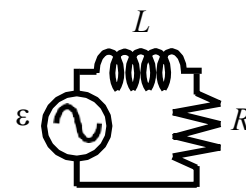
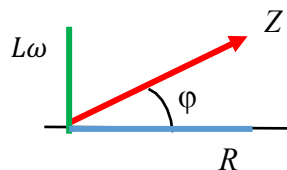
Circuito RL:

En este circuito la impedancia tiene dos partes: una resistiva (R) y otra reactiva (X_L). La impedancia total será la suma (compleja, fasorial) de ambas.

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

y el factor de potencia $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$

Un circuito RL siempre produce un desfase φ positivo. Se dice que el factor de potencia es inductivo.



Circuito RC:

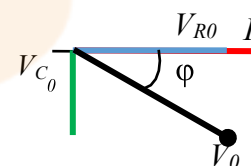
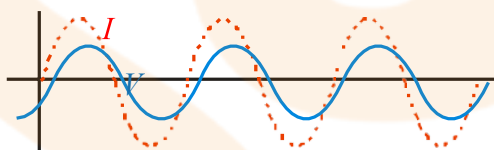
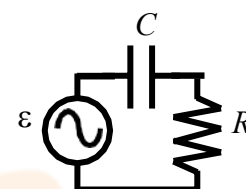
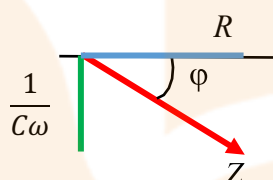
En este circuito la impedancia tiene dos partes: una resistiva (R) y otra reactiva (X_C). La impedancia total será la suma (compleja, fasorial) de ambas.

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

y el factor de potencia $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

Un circuito RC siempre produce un desfase φ negativo (aunque el factor de potencia, $\cos\varphi$, sea positivo).

Se dice que el factor de potencia es capacitivo.



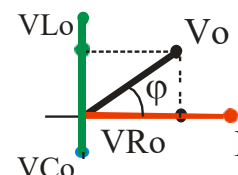
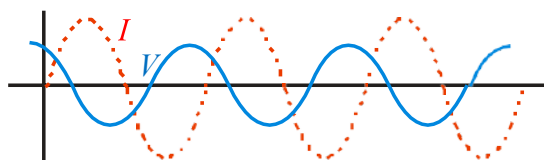
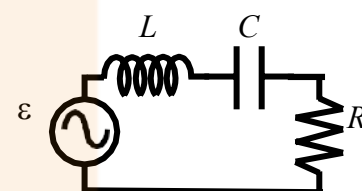
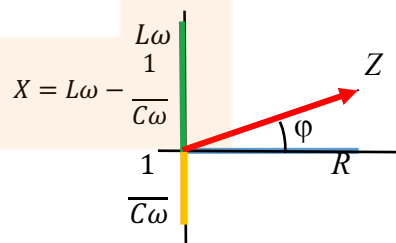
Circuito RLC:

En este circuito la impedancia se debe a tres elementos. La parte resistiva es R y la parte reactiva se debe tanto a la bobina (X_L) como al condensador (X_C). La impedancia total será la suma (compleja, fasorial) de estas contribuciones. Tengamos en cuenta que como L produce un desfase $+\frac{\pi}{2}$ y C produce un desfase $-\frac{\pi}{2}$, a la hora de sumar las reactivancias en el diagrama fasorial, obtenemos $X = |X_L - X_C|$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

y el factor de potencia $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

Un circuito RLC produce un desfase φ que puede ser positivo (circuito inductivo) o negativo (circuito capacitivo), según cuál de los elementos tenga mayor contribución a la reactivancia.



6. POTENCIA ACTIVA, REACTIVA Y APARENTE. RESONANCIA.

Potencia instantánea(P(t)):

Potencia que se consume en cada instante. Se mide en watios (W)

$$P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \cdot I_0 \cdot \cos(\omega t) = V_0 \cdot I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \cdot \cos(\omega t) = \frac{V_0 \cdot I_0}{2} \cdot [\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi)] = \frac{V_0 \cdot I_0}{2} + \frac{V_0 \cdot I_0}{2} \cos(2\omega t + \varphi)$$

Vemos que la potencia instantánea tiene una parte constante y otra variable con el tiempo.

Potencia activa(P):

Es la potencia media consumida en un periodo. Se mide en watios (W)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{V_0 \cdot I_0}{2} \cos\varphi + \frac{V_0 \cdot I_0}{2} \cos(2\omega t + \varphi) \right] \cdot dt = \frac{V_0 \cdot I_0}{2 \cdot T} \cdot \cos\varphi \cdot T + 0 = \frac{V_0 \cdot I_0}{2} \cdot \cos\varphi = V_e \cdot I_e \cdot \cos\varphi$$

$$\boxed{P = V_e \cdot I_e \cdot \cos\varphi}$$

Vemos que la potencia consumida depende del desfase. La cantidad $\cos\varphi$ se denomina “factor de potencia”, y nos indica qué parte de la potencia aparente se consume realmente en la resistencia.

El factor de potencia puede ser inductivo (en el caso de que φ sea positivo), o capacitivo (φ negativo), y debemos indicarlo.

Potencia aparente (P_{ap}):

Es el resultado de multiplicar el voltaje eficaz por la intensidad eficaz. No tiene sentido físico. Se mide en voltioamperios (VA), para diferenciarlo de la potencia activa, que se mide en W.

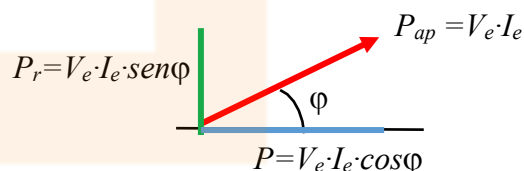
$$\boxed{P_{ap} = V_e \cdot I_e}$$

Potencia reactiva (P_r):

Es la potencia que se almacena en condensadores y bobinas, en forma de campos eléctricos y magnéticos, respectivamente. No es una energía consumida durante el funcionamiento del circuito, sino que está constantemente circulando entre bobinas, condensadores y el generador. Se pone de manifiesto al cerrar y abrir el circuito (situación transitoria), ya que se emplea energía en crear los campos eléctrico y magnético durante la carga de condensadores y bobinas, y la posterior descarga de estos produce una corriente adicional al abrir el circuito. Esta corriente adicional que circula del generador a los elementos reactivos y viceversa puede tener valores muy elevados y debe ser tenida en cuenta al diseñar el circuito, para evitar sobretensiones y chispazos.

Se mide en voltioamperios reactivos (VAR), y se calcula con $\boxed{P_r = V_e \cdot I_e \cdot \text{sen}\varphi}$

El diagrama de fasores puede también usarse para las potencias.



Resonancia en un circuito RLC:

Se produce el fenómeno de resonancia en un circuito RLC cuando las reactancias inductiva y capacitiva se compensan, de forma que su diferencia se hace cero, con lo que la reactancia es nula y la impedancia es igual a la resistencia. El circuito se comporta como si fuera puramente resistivo.

$$X_L = X_C \rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega} \rightarrow X = X_L - X_C = 0 \rightarrow Z = R$$

En estas circunstancias, el factor de potencia es $\cos\varphi = 1$, y tanto la intensidad como la potencia consumida son máximas. El desfase es nulo entre tensión e intensidad (están en fase)

La resonancia se da para una frecuencia concreta $L\omega = \frac{1}{C\omega} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

La resonancia se usa para sintonizar una cadena de radio, por ejemplo. Ajustando la capacidad de un condensador variable, podemos sintonizar una u otra frecuencia de radio.

Hay que tener en cuenta que, aunque el circuito se comporta como si fuera puramente resistivo en lo que a consumo de potencia se refiere, ambas reactancias siguen estando presentes, transformando constantemente energía eléctrica en magnética y viceversa, lo que puede producir tensiones muy elevadas en la bobina y en el condensador.

