

TEMA 6. MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (MAS)

1. Movimientos periódicos, oscilatorios, vibratorios y vibratorios armónicos simples
2. Magnitudes características de un MAS
3. Descripción matemática del MAS
 - 3.1 Ecuación del movimiento, elongación o posición
 - 3.2 Velocidad de vibración
 - 3.3 Aceleración de vibración
4. Definición cinemática y de definición dinámica de un MAS
5. Oscilaciones en un muelle
6. Energía del oscilador armónico



1. MOVIMIENTOS PERIÓDICOS, OSCILATORIOS, VIBRATORIOS Y VIBRATORIOS ARMÓNICOS SIMPLES

Un movimiento es **periódico** si se repite a intervalos regulares de tiempo, es decir, cuando los valores de las variables cinemáticas de la partícula (posición, velocidad y aceleración) se repiten a intervalos regulares de tiempo. Son movimientos periódicos: el MCU, cualquier movimiento de rotación de los planetas alrededor del sol y de los satélites alrededor de sus planetas, las oscilaciones de un péndulo, el movimiento de un cuerpo unido a un muelle, el movimiento de los electrones en ca, el pistón del motor de un coche, el niño columpiándose, ...

Un movimiento **periódico es oscilatorio** cuando la trayectoria se recorre en los dos sentidos. Son movimientos oscilatorios las oscilaciones de un péndulo, el movimiento de un cuerpo unido a un muelle, el movimiento de los electrones en c. a., el pistón del motor de un coche, el niño columpiándose.

Los **movimientos oscilatorios pueden ser amortiguados y no amortiguados o libre**. Un movimiento oscilatorio es no amortiguado o libre si permanece igual a lo largo del tiempo, y es amortiguado si desaparece al cabo de un cierto tiempo. En la mayoría de los casos los movimientos oscilatorios son amortiguados (pensemos en un niño columpiándose), pero, podemos mantener el movimiento indefinidamente si lo forzamos, proporcionándole energía continuamente. Nosotros estudiaremos un tipo de movimiento oscilatorio no amortiguado.

Un movimiento **oscilatorio es vibratorio** cuando la trayectoria que se recorre en los dos sentidos es recta y el punto de equilibrio se encuentra en el centro de la trayectoria. Son movimientos vibratorios el movimiento de un cuerpo unido a un muelle, el movimiento de los electrones en ca, el pistón del motor de un coche, el niño columpiándose.

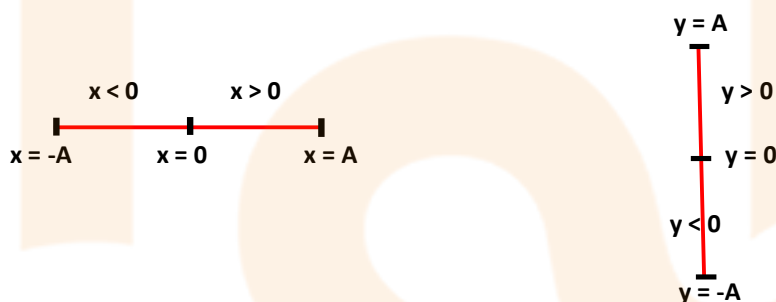
El movimiento de un péndulo realmente no es vibratorio, salvo que la longitud del hilo sea muy larga y las oscilaciones muy pequeñas, y, entonces, la trayectoria del cuerpo que hay unido al hilo se podría aproximar a una rectilínea.

El movimiento vibratorio mas sencillo es el **movimiento armónico simple (MAS)**, que es aquel movimiento vibratorio en el que la posición, velocidad y aceleración se pueden describir mediante las funciones seno y/o coseno.

2. MAGNITUDES CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE (MAS)

En el movimiento armónico simple se definen las siguientes magnitudes físicas:

- **Elongación (x o y):** es la posición de la partícula respecto a la posición de equilibrio, es decir, respecto al centro de la trayectoria. Se mide en m en el SI de unidades, y la representamos por la letra x si el movimiento se realiza en la horizontal, o por la letra y si se realiza en la vertical. La elongación será positiva cuando la partícula se encuentre en la parte positiva de la trayectoria, y negativa cuando esté en la parte negativa de la trayectoria. La elongación o posición será una función del tiempo $x(t)$ o $y(t)$.
- **Amplitud (A):** es la elongación máxima, es decir, la máxima separación de la posición de equilibrio, o sea, la distancia que hay del extremo de la trayectoria a su centro. La representamos por la letra A y se mide también en m.



- **Periodo (T):** es el valor del intervalo de tiempo que emplea la partícula en volver a repetir su estado de movimiento, es decir, en dar una oscilación completa. Se expresa en segundos (s) en el SI.
- **Frecuencia (f):** es el número de veces que la partícula repite un mismo estado de movimiento por unidad de tiempo, es decir, el número de oscilaciones por unidad de tiempo. Se expresa en hercios (Hz) en el SI.

Ambas magnitudes están relacionadas por medio de la expresión:

$$f = \frac{1}{T} \quad [6.1]$$

- **Frecuencia angular ó pulsación (ω):** es la rapidez con que cambia el estado de movimiento de la partícula. Se expresa en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ en el SI. La relación con el periodo y la frecuencia del MAS es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad [6.2]$$

3. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL MAS

3.1 Ecuación del movimiento, elongación o posición

La ecuación de la **elongación o ecuación de la posición o ecuación del movimiento** (x ó y) de una partícula que describe un MAS, viene dada por:

$$x(t) \text{ ó } y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [6.3]$$

donde

- A es la amplitud del movimiento es decir, el máximo desplazamiento de la partícula de su posición de equilibrio. Se expresa en metros (m) en el SI.
- ω es la frecuencia angular del movimiento. Se expresa en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ en el SI.

A la expresión **$(\omega \cdot t + \varphi_0)$** se conoce como **FASE** del movimiento, y es un ángulo medido en radianes en el SI.

A φ_0 se le denomina **FASE INICIAL**, y es el valor de la fase en el instante $t = 0$. El valor de la fase inicial depende de las condiciones iniciales del movimiento, es decir, de la posición y de la velocidad de la partícula en el instante inicial. Así:

- Si $x(t = 0) = 0$, es decir, si en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición de equilibrio, la ecuación del movimiento será una de estas dos:

$$x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \text{ ó } x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \pi)$$

La primera ecuación indicaría que la partícula se encuentra inicialmente en la posición de equilibrio y moviéndose hacia la parte positiva de la trayectoria (velocidad inicial positiva), y la segunda que se mueve hacia la parte negativa de la trayectoria (velocidad inicial negativa)

- Si $x(t = 0) = A$, es decir, si en el instante inicial la partícula se encuentra en el extremo positivo de la trayectoria, la ecuación será:

$$x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \pi/2) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

- Si $x(t = 0) = -A$, es decir, si en el instante inicial la partícula se encuentra en el extremo negativo de la trayectoria, la ecuación será:

$$x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + 3\pi/2) = -A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

- Observaciones a la ecuación de la posición

La ecuación [6.3] también se puede expresar con la función coseno, pero, la fase inicial de la función seno es diferente de la de la función coseno para describir la misma situación inicial.

3.2 Velocidad de vibración

La ecuación de la velocidad se determina derivando la posición con respecto al tiempo. Tomando para ésta la ecuación [6.3] resulta:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)] \Rightarrow v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [6.4]$$

- Observaciones a la ecuación de la velocidad

- El valor máximo de la velocidad es $A \cdot \omega$, y se alcanza en aquellos instantes de tiempo para los que $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = \pm 1$.
- La velocidad alcanza su valor máximo cuando la partícula pasa por la posición de equilibrio, $x = 0$.

3.3 Aceleración de vibración

La ecuación de la aceleración se determina derivando la velocidad con respecto al tiempo. Tomando para ésta la ecuación [2.4] resulta:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} [A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)] \Rightarrow a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = -\omega^2 \cdot x(t) \quad [6.5]$$

- Observaciones a la ecuación de la aceleración

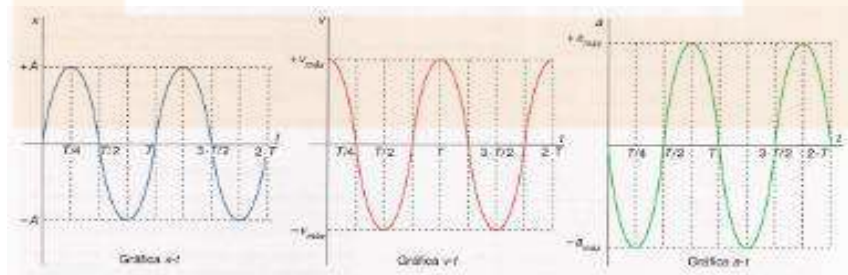
- El valor máximo de la aceleración es $A \cdot \omega^2$, y se alcanza en aquellos instantes de tiempo para los que $\sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = \pm 1$.
- La aceleración máxima se alcanza en los extremos de la trayectoria.
- Se puede comprobar fácilmente que la aceleración de un MAS es directamente proporcional a la posición pero de signo contrario:

$$a(t) = -\omega^2 \cdot x(t) \quad [6.6]$$

Gráficas de la elongación (x), velocidad (v) y aceleración (a)

Podemos construir una tabla de valores y representar gráficamente la posición, velocidad y aceleración para una partícula con MAS. Se ha considerado el caso en el que el oscilador inicia el movimiento en la posición de equilibrio con velocidad positiva, es decir $\varphi_0 = 0$.

t (s)	$\varphi = \omega \cdot t = \frac{2\pi}{T} \cdot t \text{ (rad)}$	$\sin(\omega \cdot t)$	$\cos(\omega \cdot t)$	$x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$ (m)	$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$ (m/s)	$a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ (m/s ²)
0	0	0	1	0	$A \omega$	0
$T/4$	$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$	1	0	A	0	$-A \omega^2$
$T/2$	$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = \pi$	0	-1	0	$-A \omega$	0
$3T/4$	$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{2}$	-1	0	-A	0	$A \omega^2$
T	$\frac{2\pi}{T} \cdot T = 2\pi$	0	1	0	$A \omega$	0



$x = -A$	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$	$x = A$
$v = 0$	$v (+ \text{ ó } -)$	$v = \pm A\omega$	$v (+ \text{ ó } -)$	$v = 0$
$a = A\omega^2$	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$	$a = -A\omega^2$

Ejemplo 1º

Un cuerpo realiza un MAS de 8 cm de amplitud y 20 Hz de frecuencia. Considerando nula la fase inicial, escribe las ecuaciones instantáneas de la elongación, velocidad y aceleración. Dibuja las gráficas $x-t$, $v-t$ y $a-t$.

Ejemplo 2º

La ecuación de un MAS es $x(t) = 0,1 \cdot \sin(0,4\pi t + \pi/2)$ en unidades SI.

- Calcula las magnitudes características del movimiento.
- Dibuja las gráficas $x-t$, $v-t$ y $a-t$.
- Calcula la posición, velocidad y aceleración de la partícula a los 2 s.

Ejemplo 3º

Un cuerpo que realiza un MAS tarda 2 s en hacer 10 oscilaciones completas. Si en el instante inicial se encuentra en reposo en la posición $x = 0,2$ m, calcula:

- La ecuación de su movimiento.
- La velocidad y aceleración máximas.

Ejemplo 4º

La frecuencia de un MAS es de 0,5 Hz. Si en el instante inicial se encuentra en la posición de equilibrio con una velocidad de 22 m/s, calcula la ecuación de su movimiento.

Ejemplo 5º

La ecuación de un MAS es $x(t) = 0,1 \cdot \cos(0,4\pi t)$ en unidades SI.

- Calcula las magnitudes características del movimiento.
- Dibuja las gráficas $x-t$, $v-t$ y $a-t$.
- Calcula la posición, velocidad y aceleración de la partícula a los 2 s.

4. DEFINICIÓN CINEMÁTICA Y DEFINICIÓN DINÁMICA DE UN MAS

En la pregunta anterior hemos obtenido la relación que existe entre la aceleración de vibración y la elongación en un MAS:

$$a = -\omega^2 \cdot x \text{ ó } -\omega^2 \cdot y$$

Esta ecuación nos sirve para definir cinemáticamente a un MAS, y es la siguiente:

Siempre que en un movimiento la aceleración sea, en todo momento, directamente proporcional a la posición y de signo contrario, diremos que se trata de un MAS.

La constante de proporcionalidad coincide con el cuadrado de la frecuencia angular o pulsación del MAS.

Si aplicamos el Principio Fundamental de la Dinámica ó Segunda Ley de Newton al MAS, obtenemos la siguiente relación entre la fuerza y la posición:

$$F = m \cdot a = m \cdot (-\omega^2 \cdot x) = -m \cdot \omega^2 \cdot x \text{ (ó } -m \cdot \omega^2 \cdot y)$$

$$F = -m \cdot \omega^2 \cdot x \quad [6.7]$$

La relación obtenida nos sirve para definir dinámicamente a un MAS, y es la siguiente:

Siempre que en un movimiento la fuerza sea, en todo momento, directamente proporcional a la posición y de signo contrario, diremos que se trata de un MAS.

La constante de proporcionalidad coincide con el producto de la masa por el cuadrado de la frecuencia angular o pulsación del MAS.

Ejemplo 6º

Una partícula de masa m se mueve con una aceleración que cumple la relación $a = -4\pi^2 x$. Si en el instante inicial la partícula se encuentra a 40 cm de la posición de equilibrio y en reposo.

- Calcula las magnitudes características del movimiento.
- Calcula la ecuación del movimiento y las expresiones instantáneas de la velocidad y aceleración de vibración.
- Dibuja las gráficas $x-t$, $v-t$ y $a-t$.
- Calcula la posición, velocidad y aceleración de la partícula a los 2 s.

Ejemplo 7º

La fuerza que actúa sobre una partícula de 200 g de masa cumple la siguiente relación $F = -3,2\pi^2 x$. Si en el instante inicial la partícula tiene velocidad máxima:

- Calcula las magnitudes características del movimiento.
- Calcula la ecuación del movimiento y las expresiones instantáneas de la velocidad y aceleración de vibración.
- Dibuja las gráficas $x-t$, $v-t$ y $a-t$.
- Calcula la posición, velocidad y aceleración de la partícula a los 5 s.

5. OSCILACIONES EN UN MUELLE

Un caso particular corresponde a la fuerza recuperadora ejercida por un muelle. Recordemos que cuando desplazamos a un cuerpo unido a un muelle de su posición de equilibrio, para soltarla a continuación, la fuerza que ejerce el muelle es una fuerza recuperadora que viene dada por la Ley de Hooke:

$$F = -K \cdot x$$

Donde x representa la distancia a la posición de equilibrio, y K es la denominada constante elástica del muelle que se mide en N/m.

Como vemos la fuerza recuperadora de un muelle es directamente proporcional a la posición y de signo contrario. Según la definición dinámica de un MAS se trata de un MAS.

Además la constante elástica del muelle coincide con el producto de la masa por el cuadrado de la pulsación:

$$K = m\omega^2 \quad [6.8]$$

De esta expresión podemos deducir la pulsación, el periodo y la frecuencia de las oscilaciones en un muelle:

$$m\omega^2 = K \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad [6.9]$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad [6.10]$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad [6.11]$$

Como vemos la frecuencia angular del oscilador, el periodo y la frecuencia sólo dependen de las características físicas del oscilador: la constante recuperadora del muelle (K) y la masa del oscilador (m).

Ejemplo 8º

La constante elástica de un muelle vale 50 N/m.

- Calcula el periodo, frecuencia y pulsación de las oscilaciones de un cuerpo de 0,5 Kg colgado de él. ¿Dependerían los resultados anteriores de la amplitud del movimiento?
- Calcula la ecuación del movimiento y las expresiones instantáneas de la velocidad y aceleración de vibración.
- Dibuja las gráficas $x-t$, $v-t$ y $a-t$.
- Calcula la posición, velocidad y aceleración de la partícula a los 5 s.

6. ENERGÍA DEL OSCILADOR ARMÓNICO

La fuerza ejercida sobre un oscilador armónico y que cumple la ley de Hooke, es conservativa, de lo que se deduce que la energía mecánica (total) del oscilador se mantiene constante a lo largo de las distintas oscilaciones. Esto quiere decir que en cada oscilación se produce una continua transformación de energía potencial elástica en energía cinética. Veamos las expresiones de dichas energías tanto en función del tiempo como en función de la posición.

Un cuerpo que describe un MAS tiene energía cinética y energía potencial elástica

Energía cinética

La energía cinética de un oscilador armónico vale:

$$E_c = \frac{1}{2}m \cdot v^2$$

donde m es la masa del oscilador y v el valor de su velocidad instantánea. Tomando la ecuación [6.4] resulta:

$$E_c = \frac{1}{2}m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) \Rightarrow \{K = m \cdot \omega^2\} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}K \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [6.12]$$

En los extremos de la trayectoria la energía cinética vale 0 puesto que allí la partícula tiene velocidad 0. La energía cinética de la partícula es máxima cuando pasa por el centro de la trayectoria, puesto que en ese punto la velocidad es máxima, y vale:

$$E_{c\text{máx}} = \frac{1}{2}m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2}K \cdot A^2 \quad [6.13]$$

Energía potencial elástica

La energía potencial elástica de un oscilador armónico sujeto a un muelle de constante K tiene la expresión:

$$E_p = \frac{1}{2}K \cdot x^2 \quad [6.14]$$

donde x es la posición del oscilador con respecto a su posición de equilibrio. Tomando la ecuación [6.3] resulta:

$$E_p = \frac{1}{2}K \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad [6.15]$$

En el centro de la trayectoria la energía potencial es 0, puesto que en este punto la elongación es nula. En los extremos de la trayectoria la energía potencial elástica de un oscilador armónico es máxima, puesto que en ellos la elongación es máxima, y vale:

$$E_{p.\text{máx}} = \frac{1}{2}K \cdot A^2 \quad [6.16]$$

Que como vemos coincide con la energía cinética máxima.

Energía mecánica

Si el movimiento es no amortiguado, es decir, ausencia de rozamiento, entonces no habría trabajo de fuerzas no conservativas y se cumpliría el PCEM, es decir, la energía mecánica de la partícula permanecería constante en cualquier punto de la trayectoria y en las sucesivas oscilaciones. Esto quiere decir que en cada oscilación se produce una continua transformación o intercambio de energía potencial elástica en energía cinética y viceversa.

Como la energía mecánica es la suma de la energía cinética y la energía potencial elástica del oscilador. Así, al realizar dicha suma con las ecuaciones [6.12] y [6.15] resulta:

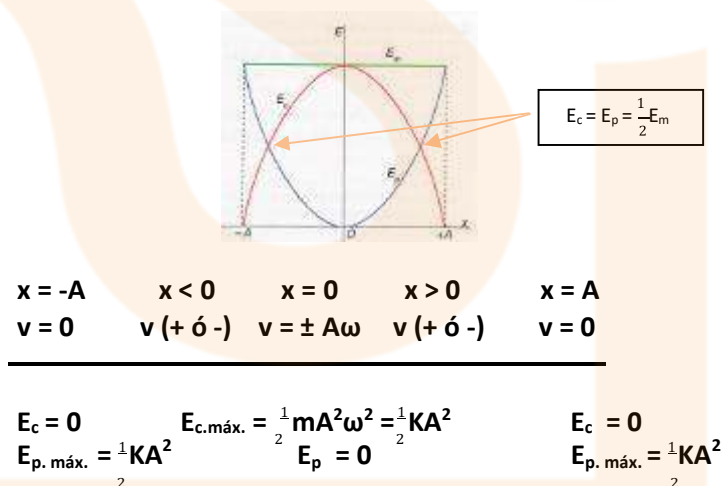
$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} K \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \frac{1}{2} K \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{1}{2} K \cdot A^2$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} K \cdot A^2 \quad [6.16]$$

con la que se comprueba que la energía mecánica del oscilador es constante una vez fijados los valores de la constante recuperadora, K, y la amplitud, A.

Gráfica energética del oscilador armónico

En esta gráfica se han representado las variaciones de energía cinética y potencial del oscilador armónico a lo largo de una oscilación en función de la posición x. En ella se observa cómo se produce una transformación continua de una forma de energía en otra, de forma que la energía mecánica se mantiene constante.



Podemos destacar en la gráfica que hay dos puntos simétricos a un lado y otro de la posición de equilibrio, en los que la partícula tiene la misma energía cinética que potencial, y que podemos localizar del modo siguiente:

$$E_c = E_p = \frac{1}{2} E_m \Rightarrow \frac{1}{2} K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} K \cdot A^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} A^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot A \Rightarrow$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot A \quad [6.17]$$

que como observamos son puntos que se encuentran mas cerca de los extremos que del centro de la trayectoria.

Ejemplo 9º

La ecuación de un oscilador armónico de 0,15 Kg de masa es $x(t) = 0,2 \sin(30t)$. Si las magnitudes están medidas en unidades del SI, calcula:

- a) La constante recuperadora del oscilador.
- b) Los valores de sus energías cinética, potencial y total a los 0,6s.

Ejemplo 10º

Un bloque de 400 g unido a un muelle de constante elástica $K = 80 \text{ N/m}$, oscila con una amplitud de 5 cm. Calcula las energías cinética, potencial y mecánica del bloque cuando se encuentra a 2 cm de la posición de equilibrio.



TEMA 7. ONDAS O MOVIMIENTO ONDULATORIO

1. Definición de onda o movimiento ondulatorio. Clasificación de las ondas
2. Ondas armónicas y magnitudes características de una onda armónica
3. Descripción matemática de una onda armónica: ecuación de onda
4. Doble periodicidad de la función de onda
5. Velocidad de vibración y aceleración de vibración en una onda
6. Diferencia de fase espacial y diferencia de fase temporal
7. Energía e intensidad de una onda: Atenuación y absorción de ondas
8. Principio de Huygens
9. Interferencias de ondas
10. Ondas estacionarias
 - 10.1 Definición
 - 10.2 Resultados experimentales
 - 10.3 Ecuación de una onda estacionaria
 - 10.4 Estudio de una onda estacionaria en una cuerda
 - 10.5 Diferencias entre una onda estacionaria y una onda viajera
11. Reflexión y refracción
12. Reflexión total y ángulo límite. Fibra óptica
13. Difracción
14. Dispersión de la luz
15. Polarización de ondas
16. Ondas electromagnéticas

1. DEFINICIÓN DE ONDA O MOVIMIENTO ONDULATORIO. CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS.

Un movimiento ondulatorio se origina cuando en un punto determinado del espacio se produce una perturbación en el estado físico del mismo que, a continuación, pasa a propagarse en el espacio para percibirse más tarde en otros puntos del mismo. Dicha perturbación supone una transferencia de energía al medio que pasa a transmitirse a los distintos puntos del medio sin que éstos modifiquen sustancialmente su posición original tras pasar la perturbación por ellos. Por tanto:

Una onda o movimiento ondulatorio consiste en la propagación de una perturbación de unos puntos a otros del espacio, y esto supone un transporte de energía y cantidad de movimiento de unos puntos a otros del medio sin que exista un transporte neto de materia.

Así pues:

- Si dejamos caer una piedra en el centro de un estanque, la energía cinética de aquella se transmite al agua produciendo una perturbación en las partículas de ésta que las hará desplazar verticalmente de su posición de equilibrio, desplazamiento que se propagará sucesivamente al resto de las partículas superficiales del agua produciendo un movimiento ondulatorio.
- Si movemos hacia arriba y hacia abajo el extremo de una cuerda, estaremos transfiriendo energía a la misma perturbando las condiciones físicas de la cuerda que se traducirá en un movimiento ondulatorio que se transmitirá a lo largo de aquella.
- Si golpeamos un objeto, las vibraciones de éste pueden transmitirse al aire cuyas partículas vibrarán del mismo modo, transmitiendo dichas vibraciones de unas partículas a otras del medio lo que originará el sonido.
- La luz que se produce en un foco (bombilla, sol, etc) también se propaga a lo largo del espacio, viajando incluso largas distancias, como es el caso de las estrellas, entre ellas nuestro sol

En los dos primeros ejemplos la perturbación que se produce en el foco y que después se propaga al resto del medio son variaciones en las posiciones de las moléculas del agua o de la cuerda, respectivamente.

En el tercer ejemplo la perturbación consiste en pequeñas variaciones de presión en el aire.

En caso de la luz la perturbación que se propaga es un campo electromagnético variable, es decir, dos campos variables de fuerzas simultáneamente: un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$. Por esta razón a estas ondas se les denomina **ondas electromagnéticas** (o. e. m.). Además de la luz, también son o. e. m. las ondas de radio y TV, los rayos X, los rayos γ , etc.

En un movimiento ondulatorio podemos distinguir entre pulso y onda:

Pulso: es el resultado de la propagación de una perturbación instantánea producida en un determinado punto del medio.

Onda: es el resultado de la propagación de una perturbación continua producida en un punto del medio.

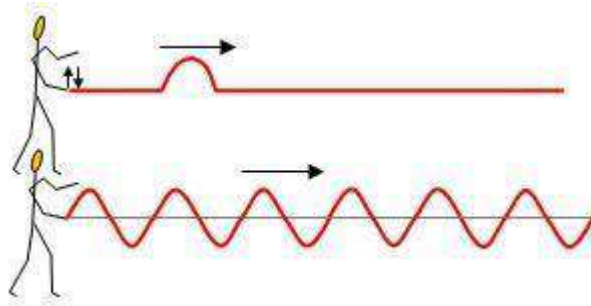


figura 7.1 Distinción entre pulso (arriba) y onda (abajo)

Por todo lo anteriormente expuesto, la función matemática (**ecuación o función de onda**) que se utilice para describir la propiedad física que se perturba en un movimiento ondulatorio dependerá en cualquier caso de dos variables: la posición del punto al que llega la perturbación y el instante de tiempo considerado.

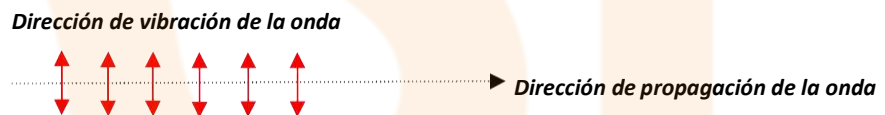
• CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS

Las ondas se pueden clasificar atendiendo a diferentes criterios.

A) Según la relación entre la dirección de propagación y la dirección de vibración

Distinguimos entre:

- **Ondas transversales:** son aquellas en las que las partículas del medio se desplazan en dirección perpendicular a la de propagación de la onda. Ejemplos: ondas transversales en una cuerda tensa, olas superficiales en el agua, o. e. m.,...



- **Ondas longitudinales:** son aquellas en las que las partículas del medio se desplazan en la misma dirección que la de propagación de la onda. Ejemplos: ondas longitudinales en un muelle, ondas sonoras, ...



B) Según la forma de energía que se transmite

Distinguimos entre:

- **Ondas mecánicas:** son aquellas en las que se transmite energía mecánica (cinética y potencial) de unos puntos a otros del medio, para lo cual se hace necesario un medio material para que su propagación. Ejemplos: ondas en una cuerda tensa, ondas sonoras, ...

- **Ondas electromagnéticas:** son aquéllas que se pueden propagar por el vacío, es decir, no necesitan de la presencia de un medio material para propagarse. Las o. e. m. son las únicas que pueden hacerlo. En ellas lo que se transmite es energía electromagnética consecuencia de la propagación simultánea de sendos campos eléctrico y magnético, para lo cual no se hace necesario un medio material, pudiendo propagarse por el vacío. Ejemplos: ondas de radio y TV, luz, rayos X, ...

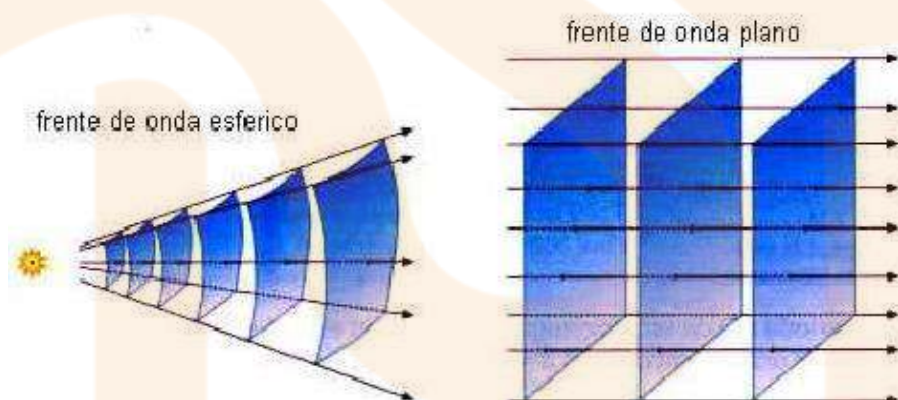
C) Según el número de dimensiones en que se propaga la energía

Distinguimos entre:

- **Ondas unidimensionales:** son aquéllas que la energía se propaga en una única dirección. Ejemplos: ondas en una cuerda tensa, ondas en un muelle, ...
- **Ondas bidimensionales:** son aquéllas en las que la energía se propaga en un plano. Ejemplo: ondas superficiales en el agua, en una lámina metálica, ...
- **Ondas tridimensionales:** son aquéllas en las que la energía se propaga en las tres direcciones del espacio. Ejemplos: ondas sonoras, luz, ...

D) Según la forma de la onda al avanzar

Según sea la forma del frente de onda, las ondas pueden ser circulares, esféricas, planas, elípticas, etc.



frente de onda circular

2. ONDAS ARMÓNICAS Y MAGNITUDES CARACTERÍSTICAS DE LAS ONDAS ARMÓNICAS

Una onda se dice que es armónica cuando la perturbación que se produce en el foco es de tipo armónico simple, es decir, cuando la perturbación que se produce en el foco se puede describir mediante las funciones seno y/o coseno y, por tanto, la onda también se podrá describir mediante las funciones seno y/o coseno.

Las magnitudes características de una onda armónica son:

Perturbación

Es la magnitud física que se perturba en el foco y que se transmite de unos puntos a otros del espacio. En el caso de las ondas en una cuerda o en la superficie del agua, la perturbación es una elongación, es decir, desplazamientos de los puntos de la cuerda y de las moléculas de la superficie del agua de su posición de equilibrio. En el caso del sonido, la perturbación que se propaga son pequeñas variaciones de presión del aire. En el caso de las oem, la perturbación consiste en dos campos de fuerzas variables, un campo eléctrico y un campo magnético.

La perturbación la representaremos por la letra y , y será función de dos variable, la distancia al foco y el tiempo, $y(x, t)$, ya que el valor de la perturbación dependerá de cada punto de la onda y de cada instante.

Las unidades de la perturbación serán las mismas que las de la magnitud física cuya variación se propaga a lo largo de la onda:

- En el caso de las ondas en una cuerda o en la superficie del agua, la perturbación se medirá en m en el SI.
- Para el sonido la perturbación se medirá en unidades de presión: Pascales en el SI o cualquier otra unidad de presión: atm, mmHg, bares, etc.
- En la luz o cualquier otra oem se medirá en N/C para el campo eléctrico, y en T para el campo magnético.

Amplitud (A)

Es la máxima elongación con la que vibran las partículas del medio. Se representa por la letra A , y se mide en las mismas unidades que la perturbación y .

Velocidad de vibración

La **velocidad de oscilación o de vibración (v)** es la derivada de la perturbación respecto al tiempo y su valor también depende de la distancia al foco y del tiempo:

$$v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt}$$

Periodo (T)

Es el tiempo que emplea una partícula del medio en realizar una oscilación alrededor de su posición de equilibrio. Se mide en s en el SI de unidades.

Frecuencia (f)

Es el número de oscilaciones que realiza una partícula del medio en la unidad de tiempo. Por tanto:

$$f = \frac{1}{T} \quad [7.1]$$

Se mide en $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ en el SI de unidades

Frecuencia angular o pulsación (ω)

Es el número de periodos contenidos en 2π unidades de tiempo. Por tanto:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad [7.2]$$

Se mide en $\text{rad/s} = \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ en el SI de unidades.

Longitud de onda (λ)

Es la distancia mínima entre dos puntos del medio con el mismo estado de vibración. Se representa por la letra λ , y se mide en m en el SI de unidades.

La longitud de onda coincide con la distancia que recorre la onda en un intervalo de tiempo igual al periodo.

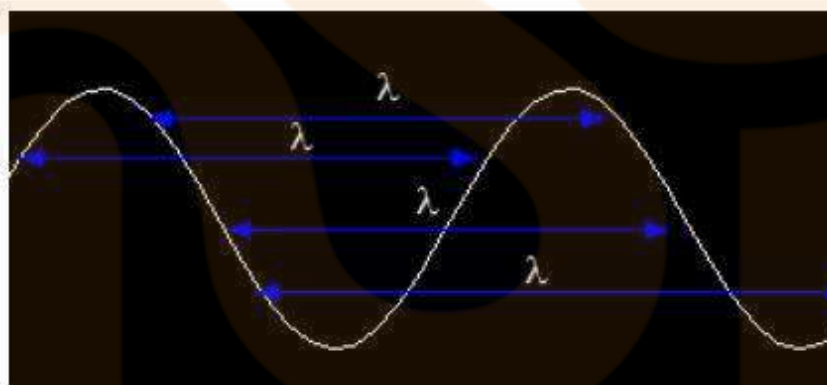
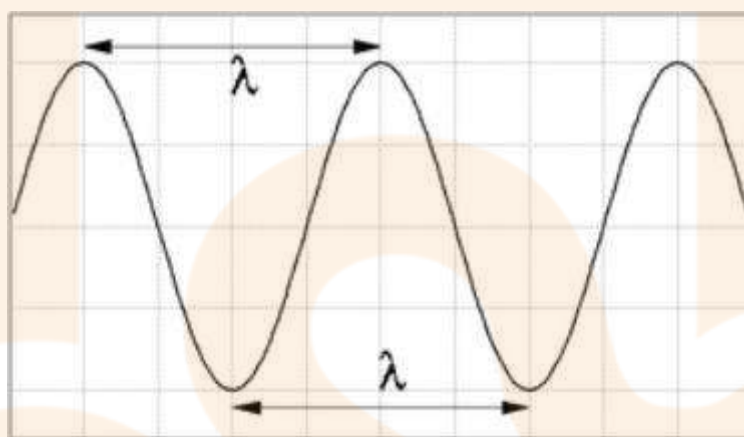


Figura 7.2 Longitud de onda

Número de onda (k)

Es el número de longitudes de onda contenidos en 2π unidades de longitud. Por tanto:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad [7.3]$$

Se mide en $\text{rad/m} = \text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$ en el SI de unidades.

Velocidad de propagación o velocidad de fase (v_p)

Es la rapidez con que avanza la onda, y por tanto, la rapidez con la que la energía se transmite de unos puntos a otros del medio.

$$v_p = \frac{\text{espacio recorrido por la onda}}{\text{tiempo empleado}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad [7.4]$$

No hay que confundir la velocidad de propagación o velocidad de fase de una onda con la velocidad de vibración.

La velocidad de propagación de la onda también se puede expresar del siguiente modo:

$$v = \frac{\text{espacio recorrido por la onda}}{\text{tiempo empleado}} = \frac{h}{T} = \frac{\frac{2G}{k}}{\frac{2G}{m}} \quad [7.5]$$

Para las oem en el vacío esta velocidad se representa por la letra c y vale $3 \cdot 10^8$ m/s

$$v_p \text{ de la luz en el vacío} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Para el resto de los medios, esta velocidad depende exclusivamente de las características del medio: elasticidad y rigidez. En medios homogéneos e isótropos, su valor es el mismo en todas las direcciones.

Como ejemplo damos la expresión de la velocidad de propagación de una onda a lo largo de una cuerda tensa:

$$v_p = \sqrt{\frac{T}{\eta}} \quad [7.6]$$

donde T es la tensión de la cuerda en N y η su densidad lineal en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$.

3. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DE UNA ONDA ARMÓNICA: ECUACIÓN DE ONDA

Las **ondas armónicas** son aquéllas que consisten en la propagación a lo largo de un medio de un movimiento oscilatorio armónico simple producido en un determinado punto llamado **foco**.

Ecuación de onda armónica

Vamos a centrar nuestro estudio en las ondas armónicas unidimensionales. Para ello supongamos que la dirección de propagación es el eje OX por lo cual la posición de una partícula vendrá dada por una sola coordenada, x , con respecto al origen, en el cual suponemos situado el foco de la perturbación. Supongamos también que la onda es transversal de modo que el desplazamiento de las partículas del medio se realiza en dirección OY. Se tratará, por tanto, de deducir la expresión de dicho desplazamiento o **elongación**, y , en función de la posición x y del tiempo t :

$$y = f(x, t)$$

Para deducir la ecuación de este tipo de ondas, partimos de la ecuación del movimiento armónico simple originado en el foco ($x = 0$) en el caso en que en el instante inicial la perturbación valga 0:

$$y(0, t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

Transcurrido un tiempo t' la perturbación alcanzará la partícula situada en la posición x , por lo que el estado del movimiento de ésta será el mismo que el del foco en el instante $t - t'$. Así podemos escribir:

$$y(x, t) = A \cdot \text{sen}[\omega \cdot (t - t')]$$

Si v_p es la velocidad con que se propaga el movimiento ondulatorio, podemos escribir $t' = \frac{x}{v_p}$ por lo que resulta:

$$y(x, t) = A \cdot \text{sen}\left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{v_p}\right)\right]$$

Operando paréntesis y utilizando la ecuación [7.5], deducimos:

$$y(x, t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x) \quad [7.7]$$

La ecuación [7.7] constituye la ecuación de onda armónica que nos indica el desplazamiento o elongación, y , de la partícula del medio situada en la posición x en el instante de tiempo t .

Observaciones a la ecuación de onda armónica

1. La expresión entre paréntesis $(\omega \cdot t - k \cdot x)$ constituye la fase φ del movimiento ondulatorio e indica el estado de movimiento de la partícula situada en la posición x en un instante de tiempo t . A dicha expresión se le añadirá una fase inicial φ_0 cuyo valor dependerá de las condiciones iniciales del movimiento; en tal caso la ecuación [7.7] puede escribirse de la siguiente forma:

$$y(x, t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0) \quad [7.8]$$

2. La ecuación de onda también puede expresarse en función del coseno. La elección de una u otra función trigonométrica dependerá de las condiciones iniciales del movimiento que permitan considerar $\varphi_0 = 0$.
3. El signo “-“ de la fase indica que la onda se propaga en sentido positivo del eje OX; si se propagase en sentido contrario basta con cambiar dicho signo por un “+”.
4. Teniendo en cuenta las relaciones entre las magnitudes de una onda, la ecuación de onda armónica también se puede expresar de la forma:

$$y(x, t) = A \cdot \text{sen} \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right] \quad [7.8]$$

que también puede expresarse en función del coseno pero, con una fase inicial diferente.

5. La **velocidad de oscilación o de vibración (v)** de una determinada partícula en un determinado instante (velocidad instantánea de una partícula con la que se desplaza en torno a su posición de equilibrio) se determina derivando la ecuación de onda con respecto al tiempo, considerando constante la posición x de la partícula:

$$v = \frac{dy}{dt}$$

4. DOBLE PERIODICIDAD DE LA FUNCIÓN DE ONDA

La ecuación de una onda armónica o función de onda depende de dos variables, la posición y el tiempo:

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

La ecuación de onda armónica es doblemente periódica ya que:

Si en la ecuación de onda fijamos la posición, la ecuación de onda nos describe el estado de vibración de ese punto de la onda. Si se trata de una cuerda, nos describiría el estado de movimiento o MAS de ese punto de la cuerda.

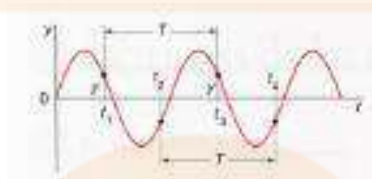


Figura 7.3 Periodicidad temporal de la función de onda

Como se puede observar, el estado de movimiento de una partícula del medio se repite cada vez que transcurra un intervalo de tiempo que sea igual a un múltiplo entero del periodo, $n \cdot T$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Este hecho se conoce como **periodicidad temporal**. Matemáticamente:

$$y(x, t + nT) = y(x, t)$$

De igual modo, si fijamos el tiempo, la ecuación de onda nos describe el estado de vibración de todos los puntos de la onda en ese instante. Si se trata de una cuerda, nos describiría el valor de la elongación de todos los puntos de la cuerda en ese instante.

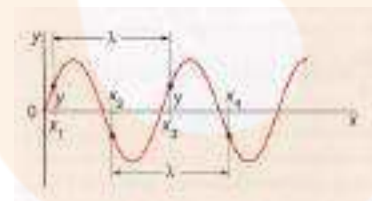


Figura 7.4 Periodicidad espacial de la función de onda

Como se puede observar, el estado de movimiento de dos partículas separadas por una distancia igual a un múltiplo entero de longitudes de onda, $n \cdot \lambda$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), es el mismo. Este hecho se conoce como **periodicidad espacial**. Matemáticamente:

$$y(x + n\lambda, t) = y(x, t)$$

5. VELOCIDAD DE VIBRACIÓN Y ACELERACIÓN DE VIBRACIÓN EN UNA ONDA

Consideremos una onda armónica monodimensional que se propaga por el eje x en sentido positivo:

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

La velocidad de vibración instantánea de cualquier punto de la onda es la derivada de la ecuación de la onda respecto al tiempo:

$v(x, t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = \frac{d}{dt}[A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)] = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$	[7.9]
---	-------

La aceleración de vibración instantánea de cualquier punto de la onda es la derivada de la velocidad de vibración de la onda respecto al tiempo:

$a(x, t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = \frac{d}{dt}[A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)] = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$
[7.10]

Ejemplo 1º

La ecuación de una onda armónica sinusoidal que se propaga por el eje x y en sentido positivo viene dada por la siguiente expresión en unidades del SI:

$$y(x, t) = 0,4 \cdot \sin(10\pi t - 2\pi x)$$

Calcula:

- frecuencia, periodo, longitud de onda y velocidad de fase o propagación de dicha onda.
- El estado de vibración instantáneo de un punto de la onda situado a 25 cm del foco. Representa la gráfica y – t.
- El estado de vibración de cualquier punto de la onda a los 0,2 s. Representa la gráfica y – x.
- La velocidad de vibración de la onda en cualquier punto y en cualquier instante.
- La velocidad de vibración instantánea del punto de la onda situado a 50 cm del foco.
- La velocidad de vibración de cualquier punto de la onda a los 4 s.
- La velocidad de vibración del punto situado a 50 cm del foco a los 2s.
- La aceleración de vibración instantánea de cualquier punto de la onda.
- La aceleración de vibración instantánea de un punto de la onda situado a 2 m del foco.
- La aceleración de vibración de cualquier punto de la onda a los 3 s.
- La aceleración de vibración del punto de la onda situado 1 m del foco a los 0,5s.

Ejemplo 2º

En el centro de una piscina circular de 10 m de radio dejamos caer una piedra que da origen a una onda armónica de la superficie del agua. La longitud de onda de este movimiento es de 0,75 m y la onda tarda 10 s en llegar a la orilla. Calcular:

- La velocidad de propagación o velocidad de fase.
- El periodo y la frecuencia.
- El nº de ondas y la frecuencia angular.
- La amplitud de la onda, sabiendo que al cabo de 0,25 s de producirse la perturbación, la elongación en el centro de la piscina es de 4 cm.
- La ecuación de onda.
- La elongación de un punto situado a 6 cm del foco emisor al cabo de 12 s.
- La velocidad de vibración de ese punto en ese instante.

Ejemplo 3º

La ecuación de una onda armónica transversal en una cuerda es: $y(x, t) = 1,5 \cdot \cos(0,5\pi x - 30\pi t)$, donde x e y se miden en m, y t en s. Calcula:

- La frecuencia angular y el nº de ondas.
- La longitud de onda, el periodo, la frecuencia y la velocidad de propagación o velocidad de fase.
- La velocidad de vibración instantánea de cualquier punto de la cuerda.
- La velocidad de vibración que tiene el punto de la cuerda situado a 5 m del foco a los 10 s.

Ejemplo 4º

Una onda transversal de 3m de amplitud se propaga de derecha a izquierda a una velocidad de 100 m/s. Si la longitud de onda es de 10 m, calcula:

- La ecuación de onda.
- La velocidad transversal máxima de un punto del medio.
- La aceleración transversal máxima de un punto del medio.

6. DIFERENCIA DE FASE ESPACIAL Y DIFERENCIA DE FASE TEMPORAL

En una onda armónica se llama fase al ángulo de la función seno o coseno:

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{FASE DE LA ONDA: } (\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)}$$

A) Diferencia de fase espacial

Es la diferencia de fase entre dos puntos distintos de la onda en el mismo instante y vale

$$\text{diferencia de fase espacial} = (\omega \cdot t - k \cdot x_1 + \varphi_0) - (\omega \cdot t - k \cdot x_2 + \varphi_0) = k(x_2 - x_1)$$

$$\boxed{\text{diferencia de fase espacial} = k(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d} \quad [7.11]$$

siendo d la distancia que separa a los dos puntos de la onda.

A) Diferencia de fase temporal

Es la diferencia de fase de un mismo punto de la cuerda en dos instantes de tiempo diferentes y vale

$$\text{diferencia de fase temporal} = (\omega \cdot t_2 - k \cdot x + \varphi_0) - (\omega \cdot t_1 - k \cdot x + \varphi_0) = \omega(t_2 - t_1)$$

$$\boxed{\text{diferencia de fase temporal} = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{T}(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{T} \cdot t} \quad [7.12]$$

siendo t el tiempo transcurrido entre los dos instantes de tiempo.

Ejemplo 5º

El periodo de un movimiento ondulatorio que se propaga por el eje x en sentido positivo es $3 \cdot 10^{-3}$ s.

La distancia entre dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase es de $\pi/2$ rad es de 30 cm. Calcula:

- La longitud de onda.
- La velocidad de propagación.
- La distancia entre dos puntos consecutivos cuya diferencia de fase es de $3\pi/2$ rad.

Ejemplo 6º

La ecuación de una onda plana es: $y(x, t) = 3 \cdot \sin\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{10}\right)\right]$ en unidades del SI. Calcula:

- El periodo y la longitud de onda.
- La velocidad de propagación o velocidad de fase.
- La diferencia de fase entre dos puntos que distan entre sí 40 m.

Ejemplo 7º

Una onda de 500 ciclos/s tiene una velocidad de fase de 350 m/s.

- ¿Qué diferencia de fase hay entre dos puntos que tienen una diferencia de fase de 60° ?
- ¿Cuál es la diferencia de fase entre dos desplazamientos que ocurren en un cierto punto con un intervalo de 10^{-3} s?

7. ENERGÍA E INTENSIDAD DE UNA ONDA: ATENUACIÓN Y ABSORCIÓN DE ONDAS

Recordemos que una onda o movimiento ondulatorio consiste en la propagación de una perturbación de unos puntos a otros sin transporte neto de materia pero sí de energía. En esta pregunta vamos a estudiar los aspectos energéticos de una onda.

Se puede demostrar que la energía de una onda es directamente proporcional al cuadrado de su frecuencia y al cuadrado de su amplitud:

$$E \propto f^2 \cdot A^2$$

Sin embargo, para describir energéticamente a una onda, se suele utilizar una nueva magnitud física denominada **intensidad de onda**. La intensidad de onda en un punto es la energía que atraviesa por unidad de tiempo la unidad de superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación, es decir, es una medida del flujo de energía que transporta la onda por unidad de tiempo y unidad de superficie. Se representa por la letra I y se mide en J/s.m^2 . Por definición, la intensidad de una onda también es directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia y al cuadrado de la amplitud de la onda.

$$I \propto E \propto f^2 \cdot A^2$$

Es un hecho experimental que la intensidad de una onda se debilita a medida que se propaga. En la mayoría de los casos, esta disminución de intensidad, se debe a una disminución en su amplitud ya que su frecuencia no suele modificarse.

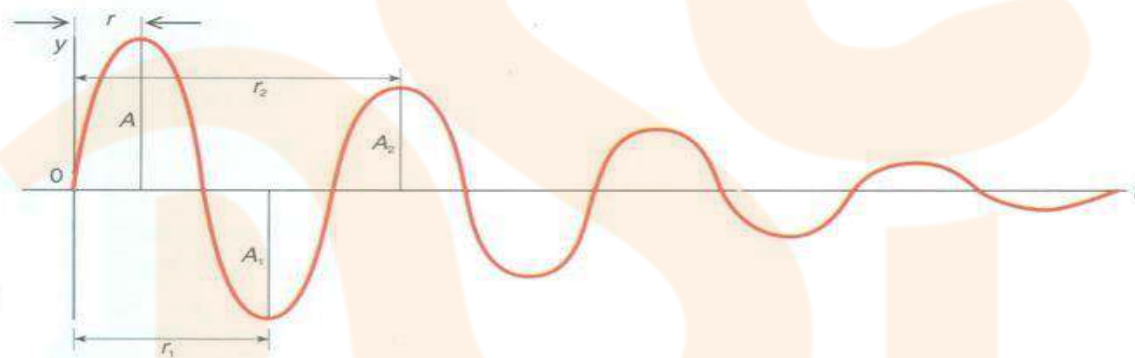


Figura 7.5 Disminución de la intensidad de una onda al propagarse

El debilitamiento o disminución de intensidad puede darse por dos fenómenos diferentes: la atenuación y la absorción.

A) ATENUACIÓN

La atenuación de una onda consiste en la disminución de su intensidad a medida que se propaga pero, no por pérdidas energéticas, sino porque la energía que transporta la onda se reparte cada vez entre mas puntos del medio a medida que se propaga.

Piensa, por ejemplo, en una onda circular o en una onda esférica. A medida que la onda se propaga, su frente de onda se va agrandando y la energía emitida por el foco tiene que ser repartida cada vez entre un mayor nº de puntos del medio (véase la figura)

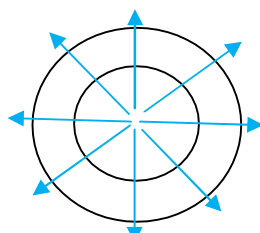


Figura 7.6 Atenuación de una onda circular y esférica

B) ABSORCIÓN

La absorción de una onda consiste en la disminución de intensidad que experimenta una onda a medida que avanza, debido a las pérdidas energéticas por las fricciones de unas partículas del medio con otras, es decir, parte de la energía que transporta la onda se va quedando por el camino a medida que avanza la onda por el medio absorbente.

Puede demostrarse que la disminución de la intensidad de una onda por absorción viene dada por la siguiente ley:

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x} \quad [7.13]$$

Donde:

I_0 es la intensidad inicial de la onda.

I es la intensidad que tiene la onda cuando ha recorrido una distancia x en el medio absorbente.

β es una constante característica de cada medio para cada onda y se denomina **coeficiente de absorción**. Se mide en m^{-1} en el SI de unidades.

La ley de la absorción de ondas, $I = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x}$, es una ley de decrecimiento exponencial que si la representamos gráficamente en función de la distancia recorrida, x , en el medio absorbente quedaría del siguiente modo:

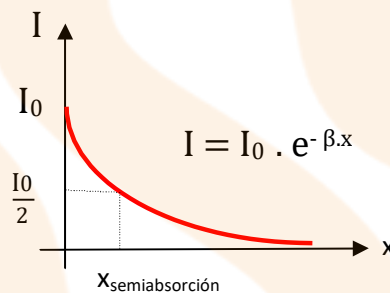


Figura 7.7 Decrecimiento exponencial de la intensidad de una onda por absorción

A la distancia que ha de recorrer la onda en el medio absorbente para que su intensidad disminuya a la mitad, es decir, para que disminuya un 50%, se denomina **espesor de semiabsorción**, y se calcula del siguiente modo:

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x} \Rightarrow I_0 = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x_{\text{sem}}} \Rightarrow \frac{I_0}{I_0} = e^{-\beta \cdot x_{\text{sem}}} \Rightarrow \frac{1}{1} = e^{-\beta \cdot x_{\text{sem}}} \Rightarrow \ln \frac{1}{1} = \ln(e^{-\beta \cdot x_{\text{sem}}}) \Rightarrow \ln 1 = -\beta \cdot x_{\text{sem}} \cdot \ln(e) \Rightarrow 0 = -\beta \cdot x_{\text{sem}} \cdot 1 \Rightarrow 0 = -\beta \cdot x_{\text{sem}} \Rightarrow \ln 2 = -\beta \cdot x_{\text{sem}} \Rightarrow -\ln 2 = -\beta \cdot x_{\text{sem}} \Rightarrow$$

$$x_{\text{sem.}} = \frac{\ln 2}{\beta} \quad [7.14]$$

OBSERVACIÓN

Generalmente las ondas sufren ambos fenómenos, es decir, la disminución de su intensidad, mientras se propaga, se debe tanto a la atenuación como a la absorción. Sin embargo:

- las ondas planas no sufren atenuación ya que su energía se reparte entre el mismo número de puntos a medida que avanza su frente de onda.
- Las oem no sufren absorción cuando viajan por el vacío puesto que no habrá pérdidas energéticas por rozamientos.

Ejemplo 8º

Una onda está representada por la ecuación: $y(x, t) = 2 \cdot \cos \left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{4} + \frac{x}{160} \right) \right]$ donde x e y

vienen dados en cm y t en s.

- Indica las características de la onda descrita por la ecuación anterior.
- Las magnitudes características de la onda.
- La diferencia de fase para dos posiciones de la misma partícula del medio cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.
- La diferencia de fase de dos puntos de la onda separados 120 cm.

Ejemplo 9º

La intensidad de una onda plana se reduce en un 25% al atravesar 5 cm de un material absorbente. Calcula:

- El coeficiente de absorción del medio.
- La distancia que ha de recorrer la onda en dicho medio para que su intensidad se reduzca a la mitad.

Ejemplo 10º

Un movimiento ondulatorio que se propaga por un medio absorbente reduce su intensidad a la mitad después de recorrer una distancia de 6,93 cm.

- ¿Qué distancia debería recorrer para reducir su intensidad a un 10% de su valor inicial?
- ¿Qué distancia debería recorrer para reducir su intensidad un 10% de su valor inicial?

8. PRINCIPIO DE HUYGENS

Es un método geométrico que el científico holandés C. Huygens propuso en 1678 para explicar la naturaleza ondulatoria de la luz. Esta construcción es válida para cualquier tipo de ondas y permite, además, explicar cómo se propaga la energía a través del medio.

Antes de pasar a explicar este principio, debemos tener claros dos conceptos:

Frente de onda: lugar geométrico del espacio formado por puntos en fase. En medios homogéneos e isótropos, los frentes de onda son esféricos. En dichos medios, serán planos cuando los puntos se encuentren muy alejados del foco; en este último caso hablamos de ondas planas.

Rayo: segmento orientado que indica la dirección y el sentido de propagación de la onda. Los rayos son perpendiculares a los frentes de onda en cada uno de sus puntos.

El principio de Huygens afirma:

“Todo punto de un frente de onda es centro emisor de nuevas ondas elementales cuya envolvente es el nuevo frente de onda”

En la figura 7.8, los puntos del frente de onda en $t_0 = 0$ son centros emisores de ondas elementales cuya envolvente forma el frente de onda en t .

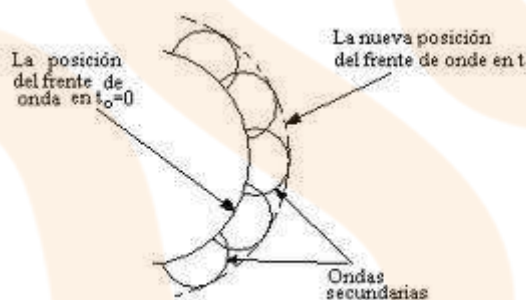


Figura 7.8

Este principio permite explicar fenómenos ondulatorios como la reflexión, la refracción, la difracción y las interferencias.

9. INTERFERENCIAS DE ONDAS

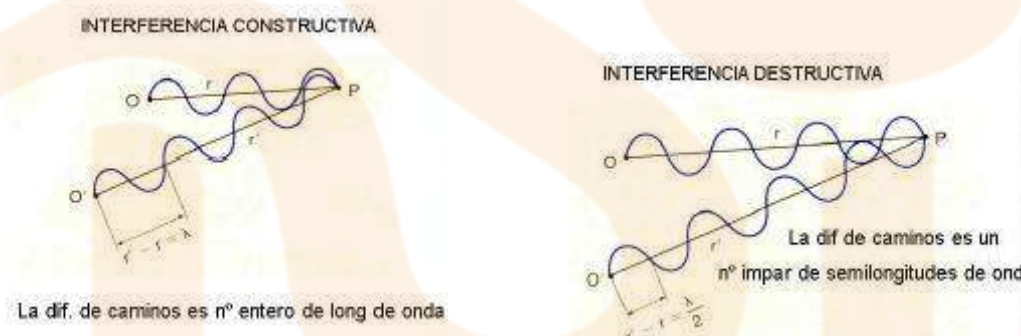
Se denomina interferencias de ondas al fenómeno que tiene lugar cuando dos o mas ondas coinciden en un punto, es decir, las interferencias son fenómenos producidos por el encuentro de dos o más movimientos ondulatorios que, partiendo del mismo foco o de focos distintos, llegan simultáneamente a un mismo punto del medio en que se propagan.

Este fenómeno es característico de las ondas, como lo demuestra el hecho de que después del encuentro, es decir, rebasados los puntos de interferencia, la amplitud, la frecuencia y la velocidad de propagación de cada onda son las mismas que tendrían si no se hubieran encontrado, es decir, cada onda continúa su camino como si nada hubiese ocurrido (démonos cuenta que esto no le ocurre a las partículas después de haber chocado).

El hecho de que las ondas actúen independientemente una de otra significa que el movimiento de cualquier partícula del medio, en un momento dado, es simplemente la suma o **superposición** de los movimientos que le darían las ondas individuales tomadas por separado. Este hecho constituye el **principio de superposición para ondas** según el cual:

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n$$

En general cuando dos ondas interfieran en un punto la **interferencia será constructiva** cuando la perturbación resultante sea mayor que las perturbaciones iniciales, y será **destruktiva** cuando la onda resultante sea menor que las iniciales.



El caso más importante de interferencias consiste en la coincidencia en un mismo punto de ondas **coherentes**, es decir, ondas con las mismas características (amplitud, frecuencia y longitud de onda). En estos casos, se pueden presentar dos situaciones extremas:

- **Interferencia totalmente constructiva**

Se produce cuando las ondas llegan en fase al punto de interferencia con lo que la amplitud de la onda resultante, A_r , es el doble de la que tienen las ondas individuales, A , es decir: $A_r = 2A$. Este caso se dará siempre que la diferencia entre las distancias a los respectivos focos sea un múltiplo entero de longitudes de onda:

$$x_2 - x_1 = n \cdot \lambda$$

- **Interferencia totalmente destructiva**

Se produce cuando las ondas llegan en oposición de fase al punto de interferencia con lo que la amplitud de la onda resultante, A_r , es nula, es decir, $A_r = 0$, produciéndose una anulación del movimiento ondulatorio. Este caso se dará siempre que la diferencia entre las distancias a los respectivos focos sea un múltiplo impar de semilongitudes de onda:

$$x_2 - x_1 = (2n - 1) \cdot \lambda / 2$$

En el aula se están produciendo interferencias tanto luminosas como sonoras. Sin embargo ni nuestros ojos ni nuestros oídos son capaces de detectar dichas interferencias, es decir, no detectamos puntos donde se intensifique más la luz o el sonido (interferencias constructivas), y otras zonas donde disminuya la intensidad luminosa o sonora (interferencias destructivas). En efecto en cualquier punto del aula coinciden ondas luminosas (interferencias luminosas) y ondas sonoras (interferencias sonoras), pero la diferencia de fase de las ondas que interfieren en un punto dado no es constante, varía con el tiempo y varía tan rápidamente que las interferencias no son estables y, ni nuestro ojo ni nuestro oído son capaces de detectar dichas fluctuaciones.

CONDICIONES DE INTERFERENCIA

Para que las interferencias sean estables, detectables y utilizables es necesario que los focos que emiten las ondas sean **coherentes**, es decir, que las ondas emitidas por ellos mantengan una diferencia de fase constante y esto se consigue cuando las ondas que interfieren tienen igual frecuencia e igual longitud de onda (es lo que se llama ondas monocromáticas en el caso de las ondas luminosas).

Si además tienen igual amplitud pueden producirse puntos de interferencia totalmente constructiva y otros de interferencia totalmente destructiva.

Un procedimiento para obtener interferencias luminosas es el que llevó a cabo el físico inglés T. Young en 1801, llamado **experimento de la doble rendija** con el que se consiguen dos haces luminosos coherentes cuyas interferencias se producen en una pantalla F, apreciándose en ella una franja central brillante y otras oscuras y brillantes paralelas a la primera.

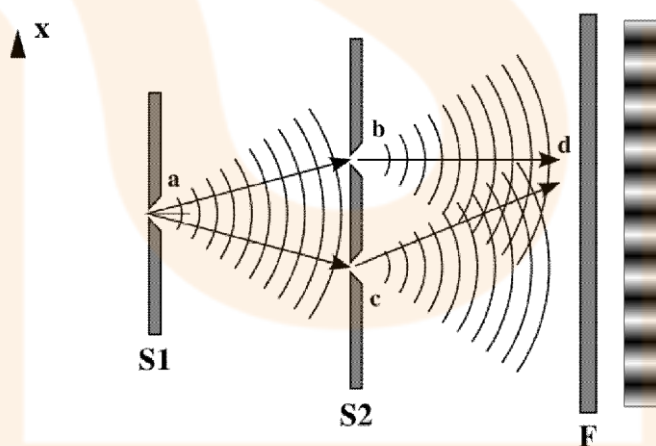


Figura 7.9 Interferencias de Young

10. ONDAS ESTACIONARIAS

10.1. Definición de onda estacionaria

Una **onda estacionaria** es un caso particular de interferencias y es el resultado de la interferencia de dos ondas idénticas que se propagan en la misma dirección y sentidos opuestos dentro de un medio limitado.

Una forma sencilla de conseguir una onda estacionaria consiste en someter a un MAS al extremo libre de una cuerda que está sujeta a un punto fijo por el otro extremo. La agitación producida en el extremo libre se propagará como una onda a lo largo de la cuerda de modo que cuando llegue al extremo libre de la cuerda se reflejará produciéndose una onda de las mismas características que la incidente pero que viaja en sentido contrario a la incidente e interfiriendo con ella.

También es el caso de cuerda de una guitarra: las ondas que se forman en dicha cuerda al pulsarla se reflejan en los extremos fijos de tal manera que en todo momento existen ondas moviéndose en ambos sentidos dando lugar a una onda estacionaria.

En general una onda estacionaria puede conseguirse cuando dos o más ondas se confinan en una región del espacio mediante fronteras, estas ondas se reflejan hacia delante y hacia atrás en dichas fronteras, como por ejemplo la cuerda de una guitarra que está sujeta por ambos extremos, o un tubo sonoro.

Estas ondas se llaman estacionarias porque el perfil de la onda no se desplaza debido a la existencia de puntos fijos para los cuales la amplitud es nula, como demostraremos a continuación.

10.2. Resultados experimentales

Cuando se realiza experimentalmente la onda estacionaria agitando el extremo libre de una cuerda que está sujeta por el otro extremo, se observa lo siguiente:

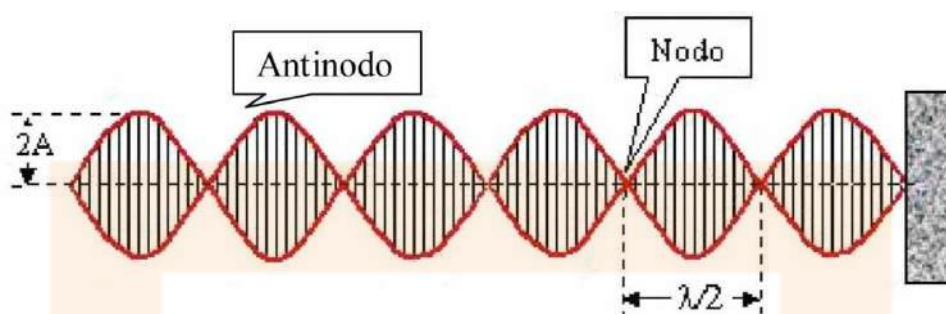


Figura 7.10 Onda estacionaria

1º.- Existen puntos de la cuerda que no vibran. A estos puntos se les denomina **NODOS**. En estos puntos las ondas interfieren en oposición de fase y producen una interferencia totalmente destructiva.

2º.- El resto de los puntos de la cuerda vibran todos con un MAS de igual frecuencia pero de igual amplitud.

3º.- Entre cada dos nodos hay un punto que vibra con máxima amplitud. A estos puntos se les llama **VIENTRES O ANTINODOS**. En estos puntos las ondas han interferido en fase y producen una onda totalmente constructiva, siendo la amplitud de vibración el doble de la amplitud de las ondas que interfieren.

4º.- Todos los puntos de cuerda alcanzan la posición de equilibrio simultáneamente.

5º.- La separación entre dos nodos o dos vientres consecutivos es de media longitud de onda.

6º.- La separación entre un nodo y un vientre consecutivo es de un cuarto de longitud de onda.

7º.- El nº de nodos y de vientres depende de la frecuencia de agitación, aumentando con esta. Además la onda estacionaria sólo se consigue para determinadas frecuencias.

10.3. Descripción matemática de una onda estacionaria

Estudiemos el fenómeno cuantitativamente:

Sea $y_1(x, t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$ la onda que se propaga en una cuerda. Al llegar a uno de los extremos fijos de la misma, la onda se refleja dando lugar a otra de ecuación:

$$y_2(x, t) = -A \cdot \sin(\omega \cdot t + k \cdot x)$$

La onda resultante en cualquier punto de su interferencia la calculamos aplicando el principio de superposición de ondas:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) + A \cdot \sin(\omega \cdot t + k \cdot x)$$

Aplicando la relación trigonométrica de la suma de los senos de dos ángulos:

$$\sin A + \sin B = 2 \cos \frac{A - B}{2} \sin \frac{A + B}{2}$$

resulta la ecuación de onda estacionaria:

$$y(x, t) = 2 A \cos(k \cdot x) \sin(\omega \cdot t) \quad [7.15]$$

La perturbación resultante corresponde a la de un MAS de frecuencia ω y de amplitud variable ya que la amplitud de cada punto de la cuerda depende de su distancia al foco y vale:

$$A_r = 2 A \cos(k \cdot x) \quad [7.16]$$

Podemos escribir por tanto:

$$y(x, t) = A_r \sin(\omega \cdot t) \quad [7.17]$$

Habrà por tanto puntos de amplitud máxima ($A_r = 2 A$) llamados **vientres** o **antinodos** y puntos de amplitud nula ($A_r = 0$) llamados **nodos**. Si analizamos la expresión de la amplitud resultante, podemos localizar a los vientres y a los nodos:

- Posición de los vientres

$$\begin{aligned} A_r = \pm 2 A &\Rightarrow \cos(k \cdot x) = \pm 1 \Rightarrow k \cdot x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots \text{rad} \Rightarrow k \cdot x = n \cdot \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = n \cdot \pi \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

La distancia entre dos vientres consecutivos es media longitud de onda.

- Posición de los nodos

$$\begin{aligned} A_r = 0 &\Rightarrow \cos(k \cdot x) = 0 \Rightarrow k \cdot x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots \text{rad} \Rightarrow k \cdot x = (2n + 1) \cdot \pi/2 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = (2n + 1) \cdot \pi/2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = (2n + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

La distancia entre dos nodos consecutivos es media longitud de onda.

10.4. Estudio de las ondas estacionarias en una cuerda fija por los dos extremos

Supongamos que la cuerda está dispuesta horizontalmente a lo largo del eje OX. Podemos tomar el origen $x = 0$ en uno de los extremos de la cuerda por lo que, si L es la longitud de ésta, el otro extremo estará en la posición $x = L$. Puesto que ambos extremos de la cuerda están fijos, las condiciones de frontera o de contorno nos llevan a decir que ambos puntos serán nodos. Así pues, la longitud de la cuerda será múltiplo entero de media longitud de onda:

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

Sabiendo que $v_p = \lambda \cdot f$, resulta:

$$L = n \frac{v_p}{2f} \Leftrightarrow f = n \frac{v_p}{2L}$$

La expresión anterior nos indica que las posibles frecuencias o modos de vibración de los puntos de la cuerda es múltiplo entero de un determinado valor llamado **frecuencia fundamental**, f_1 :

$$f_1 = \frac{v_p}{2L}$$

El resto de frecuencias posibles reciben el nombre de **armónicos**.

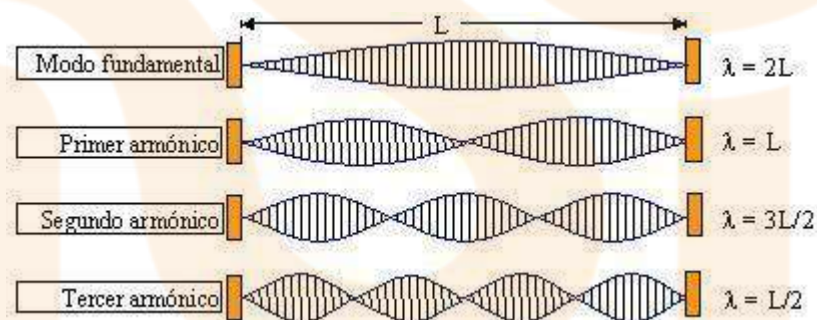


Figura 7.11 Primeros armónicos en la onda estacionaria de una cuerda sujeta por ambos extremos

El número de nodos dependerá del armónico en que esté vibrando la cuerda y éste, a su vez, dependerá de la velocidad de propagación que, para una cuerda dada, dependerá de la tensión a la que se someta: a mayor tensión, mayor frecuencia. Por esta razón, las cuerdas de una guitarra se afinan variando la tensión de las mismas.

10.5. Diferencias entre ondas estacionarias y ondas viajeras

- Las ondas estacionarias no son ondas propiamente dichas ya que en ellas no se transmite energía de unos puntos a otros del medio ya que lo impiden los nodos que están continuamente en reposo.
- La amplitud de las oscilaciones de los puntos del medio en una onda estacionaria depende de la posición de aquéllos mientras que en una onda viajera que se propaga sin perder energía, la amplitud de las oscilaciones es la misma para todos los puntos del medio.
- En una onda viajera todos los puntos por los que pasa estarán siempre oscilando, mientras que en una onda estacionaria hay puntos (nodos) que no oscilan una vez formada la misma.

Ejemplo 11º

La ecuación de una onda en una cuerda viene dada por la siguiente expresión:

$$y(x, t) = 3 \cos(0,5\pi x) \sin(50\pi t)$$

donde x e y se miden en cm y t en s.

- a) Características de la onda descrita por la expresión anterior.
- b) Determina la amplitud y la velocidad de las ondas cuya interferencia da lugar a la onda anterior.
- c) Velocidad de vibración instantánea de los puntos de la cuerda.
- d) Calcula la velocidad con la que se mueve un punto de la cuerda situado a 3 cm. Comenta el resultado.
- e) Calcula la velocidad con la que se mueve un punto de la cuerda situado a 4 cm en el instante 2 s. Comenta el resultado.

Ejemplo 12º

La ecuación de una onda en una cuerda de longitud L sujeta por ambos extremos viene dada, en unidades SI, por la siguiente expresión:

$$y(x, t) = 0,05 \sin(2\pi x) \cos(50\pi t)$$

- a) Característica de la onda descrita por dicha expresión.
- b) Velocidad de vibración instantánea de los puntos de la cuerda.
- c) Si la ecuación anterior corresponde a la frecuencia fundamental, ¿cuál es la longitud de la cuerda?

11. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN. LEYES DE LA REFLEXIÓN Y DE LA REFRACCIÓN

Cuando una onda se propaga por un medio y encuentra en su camino otro medio de distinta naturaleza, generalmente lo que ocurre es que una parte de la onda cambia de dirección de propagación en el primer, y la otra parte de la onda atraviesa al segundo medio, propagándose por él. Al primer fenómeno se le llama reflexión y al segundo refracción.

11.1 REFLEXIÓN

Se define como el cambio de dirección dentro del mismo medio que experimentan las ondas al incidir sobre la superficie de separación (interfase) entre dos medios.

Se explica por medio del principio de Huygens según el cual los puntos de la interfase son centros emisores de ondas elementales que se propagan por el mismo medio cambiando de dirección. Por tanto, la onda reflejada tendrá la misma velocidad de propagación, frecuencia, periodo y longitud de onda que la onda incidente.

Leyes de Snell de la reflexión

1. Los rayos incidente y reflejado, así como la normal, están en el mismo plano.
2. El ángulo de incidencia (i) y el ángulo de reflexión (r) son iguales.

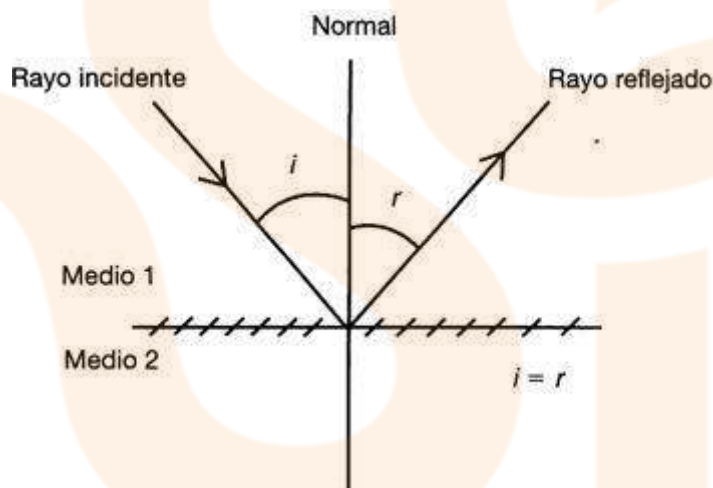


Figura 7.12 Ley de Snell de la reflexión

Observa que si la onda incide perpendicularmente a la superficie de separación ($i = 0^\circ$), la onda reflejada tendrá la misma dirección que la incidente pero de sentido contrario ($r = 0^\circ$).

11.2 REFRACCIÓN

Consiste en el cambio de dirección de propagación de una onda cuando llega a la superficie de separación entre dos medios distintos para seguir propagándose por el segundo medio.

Se explica con el principio de Huygens según el cual los puntos de la interfase son centros emisores de ondas elementales que continúan propagándose por el segundo medio, cambiando de dirección y de velocidad de propagación, ya que las características de éste son diferentes a las del primer medio.

La frecuencia de la onda refractada es la misma que la de la onda incidente ya que los puntos de la interfase emiten ondas elementales con la misma frecuencia con la que el foco emitió la onda incidente (la frecuencia es una invariante).

Dado que $v_p = \lambda \cdot f$, al cambiar la velocidad de propagación y mantenerse invariante la frecuencia, la longitud de onda de la onda refractada cambiará con respecto a la de la onda incidente según lo haga la velocidad de propagación.

Leyes de Snell de la refracción

1. Los rayos incidente y refractado, así como la normal, están en el mismo plano.
2. El cociente entre los senos de los ángulos de incidencia (i) y de refracción (t) es igual al cociente entre las velocidades de propagación en los respectivos medios 1 y 2.

$$\frac{\sin i}{\sin t} = \frac{v_1}{v_2}$$

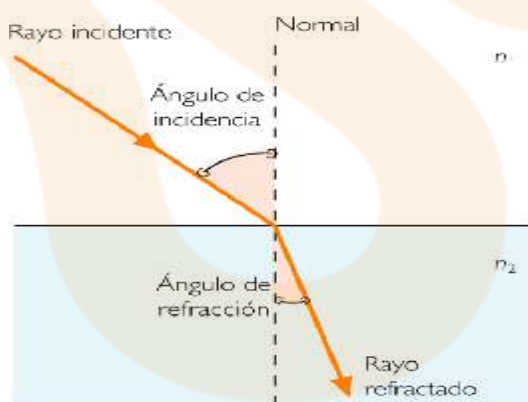


Figura 7.13 Ley de Snell de la refracción

Si se trata de una oem como es la luz, la Ley de Snell de la refracción se puede poner en función de una nueva magnitud física llamada índice de refracción.

Índice de refracción

Para la luz, cada medio está caracterizado por un parámetro llamado **índice de refracción absoluto n**, que se define como la razón entre la velocidad de propagación de la luz en el vacío c y la velocidad v de propagación en dicho medio:

$$n = \frac{c}{v}$$

De la definición de índice de refracción de la luz en un medio se deducen las siguientes consecuencias:

- Es una magnitud adimensional ya que es el cociente de dos velocidades.
- En el vacío el índice de refracción vale 1 ($n_0 = 1$).
- En cualquier otro medio el índice de refracción de la luz es mayor que 1 ($n > 1$), ya que la velocidad de propagación de la luz es máxima en el vacío, y por tanto, el denominador siempre será menor que el numerador.
- Podemos expresar el índice de refracción de la luz en un medio en función de la longitud de onda:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0 \cdot f}{\lambda \cdot f} \Rightarrow n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

donde λ_0 es la longitud de onda de la luz en el vacío y λ es la longitud de onda de la luz en un determinado medio.

Se dice que un medio es más **refringente** que otro cuando posee mayor índice de refracción.

En función del índice de refracción la Ley de Snell de la refracción puede expresarse del modo siguiente:

$$\frac{\sin i}{\sin t} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin i}{v_1} = \frac{\sin t}{v_2} \Rightarrow \frac{c \cdot \sin i}{v_1} = \frac{c \cdot \sin t}{v_2} \Rightarrow \boxed{n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin t}$$

De la Ley de Snell de la refracción puede deducirse lo siguiente:

- Si una onda pasa de un medio a otro de menor velocidad (en el caso de la luz, de un medio a otro más refringente), entonces el ángulo de refracción es menor que el de incidencia, es decir, el rayo refractado se acerca a la normal:

$$\text{Si } v_1 > v_2 \text{ (} n_1 < n_2 \text{)} \Rightarrow \sin i > \sin t \Rightarrow i > t \Rightarrow \text{la onda refractada se acerca a la normal.}$$

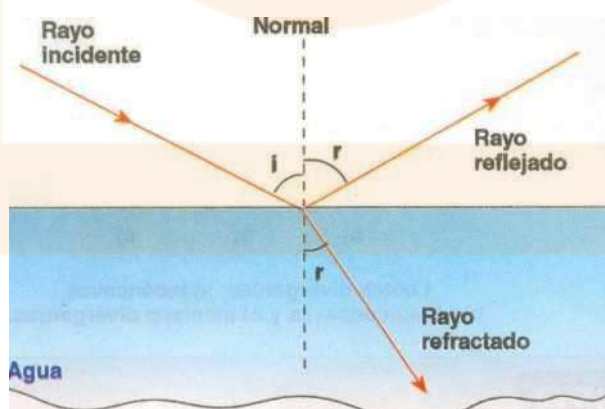


Figura 7.14 Refracción de la luz de un medio (aire) a otro más refringente (agua)

- Si una onda pasa de un medio a otro de mayor velocidad (en el caso de la luz, de un medio a otro menos refringente), entonces el ángulo de refracción es mayor que el de incidencia, es decir, el rayo refractado se aleja de la normal, acercándose a la superficie de separación :

Si $v_1 < v_2$ ($n_1 > n_2$) $\Rightarrow \text{sen } i < \text{sen } t \Rightarrow i < t \Rightarrow$ la onda refractada se aleja de la normal.

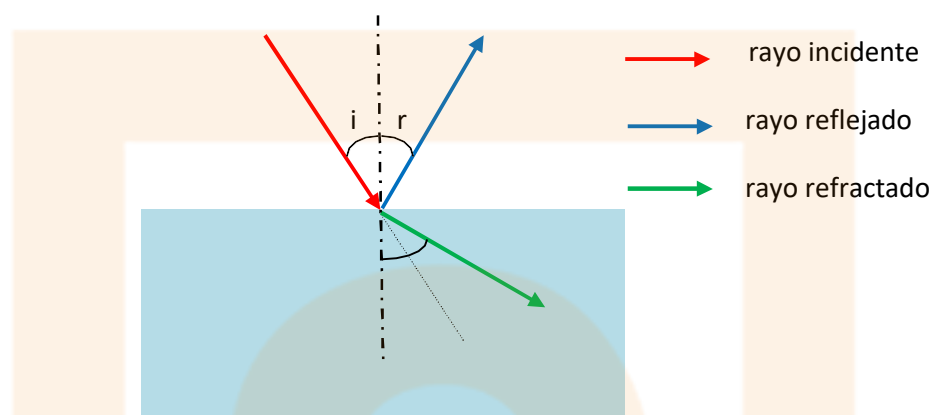


Figura 7.15 Refracción de la luz de un medio a otro menos refringente

Observa que, independientemente del valor del índice de refracción entre los dos medios, si la onda incide perpendicularmente a la superficie de separación ($i = 0^\circ$), la onda refractada tendrá la misma dirección y sentido que la incidente ($t = 0^\circ$):

$$n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } t \Rightarrow n_1 \text{ sen } 0^\circ = n_2 \text{ sen } t \Rightarrow n_1 \cdot 0 = n_2 \text{ sen } t \Rightarrow 0 = n_2 \text{ sen } t \Rightarrow \text{sen } t = 0 \Rightarrow t = 0^\circ$$

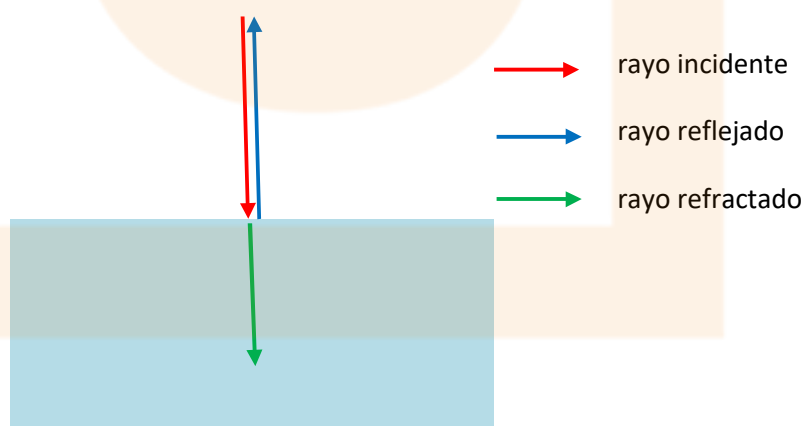


Figura 7.16 Reflexión y refracción con ángulo de incidencia de 0°

12. REFLEXIÓN TOTAL Y ÁNGULO LÍMITE. APLICACIONES

En el segundo de los casos anteriores ($v_1 < v_2$ o $n_1 > n_2$ si se trata de una oem), a medida que aumentamos el ángulo de incidencia, también aumentará el de refracción, siendo el valor de este último mayor. Para un cierto ángulo de incidencia, llamado **ángulo límite o crítico** i_L , el ángulo de refracción t vale 90° , dándose en este caso la llamada **refracción rasante**.

Para ángulos de incidencia i mayores que el ángulo límite ($i > i_L$), la luz se refleja totalmente, fenómeno que se conoce como **reflexión total**.

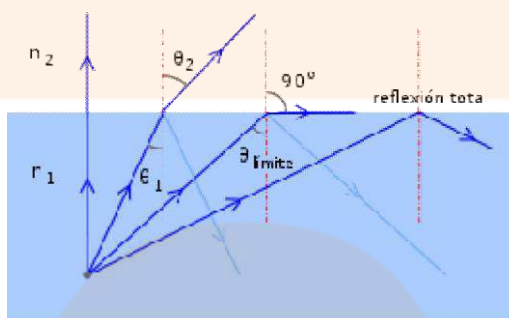


Figura 7.17 Reflexión total y ángulo límite

La determinación del ángulo límite se hace con la segunda ley de la refracción haciendo $t = 90^\circ$:

$$n_1 \cdot \sin i_L = n_2 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \sin i_L = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow i_L = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

Démonos cuenta que para ángulos inferiores al ángulo límite se produce reflexión y refracción y esto supone que la energía de la onda incidente se reparte entre la onda reflejada y la onda refractada. Pero cuando se incide con un ángulo superior al ángulo límite 'solo se produce reflexión y, por tanto, la luz reflejada tiene prácticamente la misma energía que la incidente.

Una aplicación actual de la reflexión total son las fibras ópticas, que se utilizan para la transmisión de ondas electromagnéticas a largas distancias.. La fibra es un cable flexible de material transparente y elevado índice de refracción en el que la luz incide siempre en sus caras internas con un ángulo mayor que el ángulo límite. De esta forma la luz va experimentando sucesivas reflexiones internas y puede dirigirse y transmitirse a largas distancias sin apenas pérdidas energéticas (ver figura).

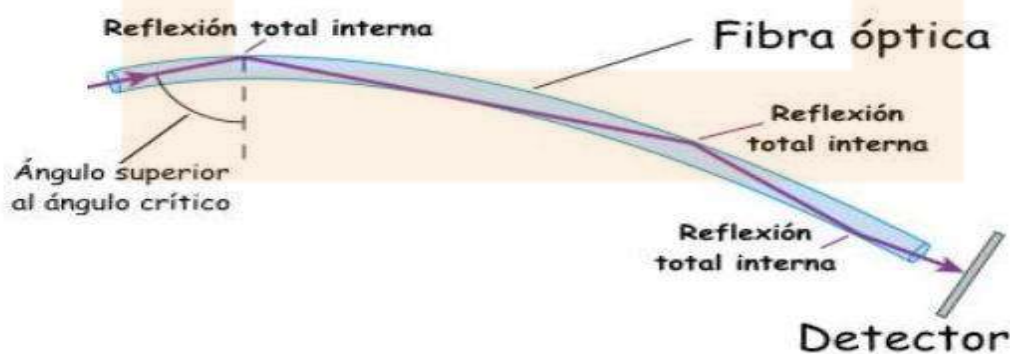


Figura 7.18 Múltiples reflexiones totales en las caras internas de una fibra óptica

Ejemplo 13º

Un rayo luminoso incide sobre una de las caras de una lámina de vidrio de caras plano-paralelas con un ángulo de 30° . Sabiendo que el índice de refracción de la luz en el aire es 1 y en la lámina de vidrio es 1,5:

- Traza la trayectoria del rayo luminoso desde que incide en la primera del prisma t hasta que sale por la otra.
- Calcula el ángulo con el que emerge la luz por la segunda cara del prisma. Comenta el resultado.
- Calcula el tiempo que tarda el rayo luminoso en atravesar la lámina de vidrio.

Ejemplo 14º

Un espejo se encuentra en el fondo de una piscina de 2m de profundidad que está llena de agua ($n = 1,33$). Un rayo luminoso incide con un ángulo de 30° sobre la superficie del agua de la piscina.

- Traza la trayectoria que sigue el rayo luminoso desde que incide en la superficie del agua y hasta que emerge de nuevo al aire.
- Calcula el ángulo con el que emerge del agua al aire.
- Calcula cuanto tiempo tarda el rayo en salir del agua.

Ejemplo 15º

- Calcula el ángulo límite para un rayo luminoso que pasa del vidrio ($n = 1,5$) al aire ($n = 1$).
- Analiza que pasa con ángulos mayores o menores que el ángulo límite.
- Calcula el ángulo de refracción de un rayo luminoso que pasa del vidrio al aire con un ángulo de incidencia de 60° .

Ejemplo 16º

Un rayo luminoso incide sobre del aire al agua. Determina cuál tiene que ser el ángulo de incidencia para que el rayo reflejado y refractado formen entre sí un ángulo de 90° .

Ejemplo 17º

No sé si eres consciente de que la profundidad real de una piscina siempre es mayor que la profundidad aparente. ¿Podrías explicar este fenómeno con la ayuda de un esquema de trayectoria de rayos luminosos y basándote en la Ley de Snell de la refracción?

13. DIFRACCIÓN

La difracción es el fenómeno que se produce cuando la onda se encuentra en su camino con un obstáculo u orificio cuyas dimensiones sean del orden de su longitud de onda. Este fenómeno es exclusivo de las ondas y consiste en que su frente de ondas sufre una distorsión de modo que la onda bordea el orificio o el obstáculo y llega a puntos donde parecía imposible que pudiera llegar.

En el siguiente esquema se representa lo que le ocurre al frente de ondas de una onda plana que se encuentra una abertura en su camino:

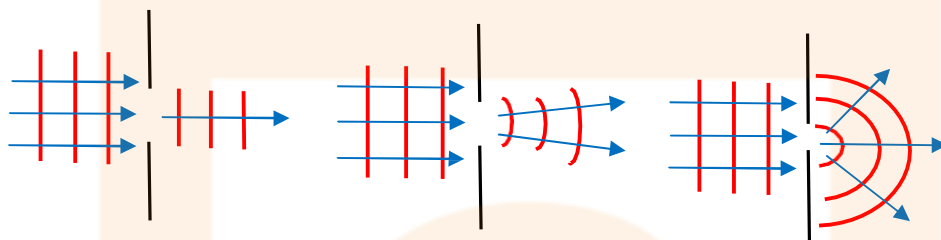


Figura 7.19 Difracción de una onda plana en una rendija

Cuando la abertura es suficientemente grande con respecto a la longitud de onda, las ondas que alcanzan la rendija no se distorsionan y continúan su trayectoria rectilínea. Al reducir el tamaño de la abertura, el frente de ondas comienza a distorsionarse y a propagarse en otras direcciones. Cuando la rendija se hace de un tamaño semejante al de la longitud de onda, el frente de onda se distorsiona totalmente y la onda bordea las esquinas del orificio propagándose en todas direcciones.

En las dos imágenes siguientes se quiere poner de manifiesto como, después de la abertura, la onda se propaga en otras direcciones diferentes a la inicial.

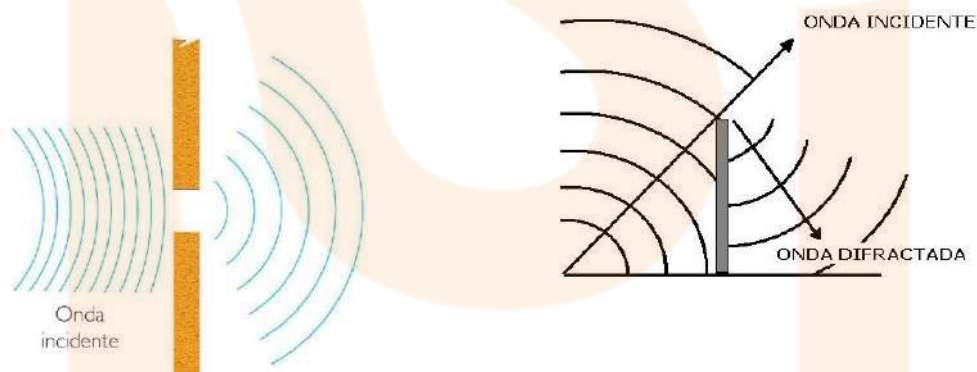


Figura 7.20 Explicación de la difracción mediante el principio de Huygens

El fenómeno se puede explicar con el principio de Huygens según el cual los puntos del obstáculo u orificio se convierten en centros emisores de nuevos frentes de ondas, logrando que la onda bordee el obstáculo o siga propagándose por detrás del orificio.

Este es un fenómeno típicamente ondulatorio que ha servido históricamente para demostrar si un determinado fenómeno tiene carácter ondulatorio o no. Por ejemplo, sirvió para demostrar el carácter ondulatorio de la luz y, posteriormente, también de los electrones.

Además, sirve para determinar el orden de longitud de la longitud de onda de una onda, pues es del mismo orden que el tamaño del orificio u obstáculo que le produce la difracción.

Este fenómeno es el que el sonido pueda bordear los obstáculos, es decir, explica que podamos oír los sonidos aunque el foco sonoro emisor está detrás de una esquina. Esto es así porque el sonido tiene longitudes de onda comprendidas entre unos cm y varios metros, que son las dimensiones de los obstáculos. Sin embargo el sonido no puede salvar obstáculos como un edificio o una montaña, ya que estos obstáculos tienen dimensiones que exceden el rango de sus longitudes de onda.

Podríamos preguntarnos porqué no vemos a los objetos detrás de las esquinas. La razón estriba en que la longitud de onda de la luz visible es muy pequeña comparada con las dimensiones de los obstáculos.



14. DISPERSIÓN

La dispersión de la luz es el fenómeno que se produce cuando un haz de luz blanca incide sobre una de las caras de un prisma óptico y consiste en que la luz blanca, al atravesar el prisma óptico, se descompone en los distintos colores que la forman.

La formación del arcoíris se debe a la dispersión de la luz solar cuando incide sobre las gotas de agua de la lluvia suspendidas en el aire que actúan como un prisma óptico.

Para explicar el fenómeno de la dispersión de la luz debemos tener en cuenta lo siguiente:

- Por lo general, el índice de refracción de un medio transparente es función de la longitud de onda de la luz que se propaga por él; concretamente disminuye con la longitud de onda. Este tipo de medios se llaman **dispersivos**.
- Como consecuencia de lo anterior, si un haz de rayos de luz de distintas longitudes de onda incide sobre un material refractante, cada radiación monocromática, según la Ley de Snell de la refracción, se desviará con un ángulo diferente.
- Como la luz blanca está formada por una mezcla de radiaciones de diferentes longitudes de onda, al hacer incidir dicha luz en una de las caras de un prisma óptico (sistema formado por dos superficies planas refractantes, las caras del prisma, que forman un ángulo diedro llamado ángulo refringente del prisma), se descompone en las distintas radiaciones monocromáticas ya que cada una de éstas se refracta con ángulos diferentes, emergiendo separadas por la otra cara del prisma. Si recogemos dichas radiaciones en una pantalla, observaremos una sucesión continua de colores llamada **espectro de la luz blanca**.



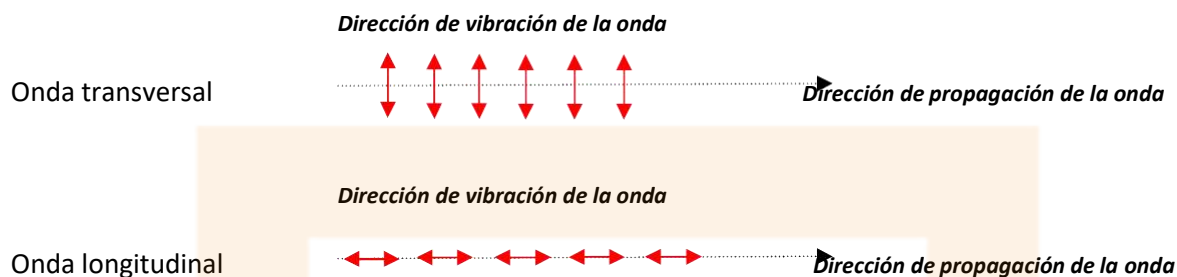
Figura 7.21 Dispersión de la luz en un prisma óptico

El prisma óptico origina un ángulo de desviación δ distinto para cada radiación monocromática, siendo la luz roja la que sufre la menor desviación y la luz violeta la que sufre la mayor desviación.

El color de cada radiación monocromática depende de su frecuencia y debido a que ésta no cambia en la refracción, el color tampoco lo hará cuando incida sobre un medio refractante.

15. POLARIZACIÓN

Recuerda que una de las posibles clasificaciones de las ondas era atendiendo a como eran entre sí las direcciones de propagación y de vibración de la onda: si ambas direcciones coincidían, las ondas son longitudinales, pero, si ambas direcciones son perpendiculares, las ondas son transversales.



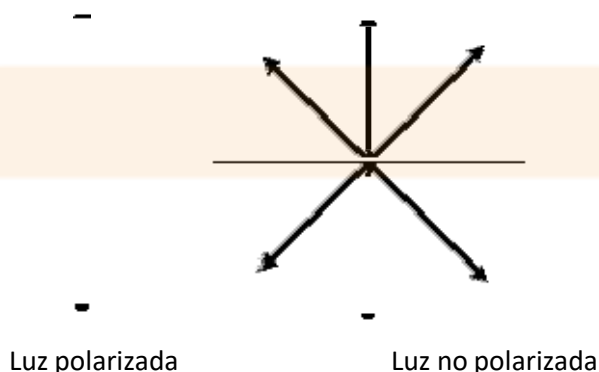
En las longitudinales sólo hay una dirección de vibración, que es la de propagación de la onda. Sin embargo en las ondas transversales hay infinitas posibles direcciones de vibración: todas las que están contenidas en el plano perpendicular a la dirección de propagación.

Cuando la onda transversal se propaga vibrando en todas las posibles direcciones de vibración, se dice que **la onda transversal no está polarizada**. Pero, si por algún mecanismo, conseguimos seleccionar una sola dirección de vibración de todas las posibles, decimos que **la onda transversal está polarizada**.

Una onda longitudinal no se puede polarizar porque ya lo está, ya que sólo vibra en una única dirección, la dirección de propagación. Por tanto el sonido no se puede polarizar puesto que ya lo está al ser una onda longitudinal.

El fenómeno de la polarización tiene especial importancia en la oem y, de hecho, la polarización de la luz sirvió para demostrar que se trata de ondas transversales, es decir, las oscilaciones de los campos eléctrico y magnético son perpendiculares a la dirección de propagación.

La luz natural no está polarizada, es decir, los campos eléctrico y magnético vibran aleatoriamente en todas las direcciones permitidas. Pero, existen diversos mecanismos para polarizar la luz. De entre ellos destacamos los dos siguientes: Polarización por absorción y polarización por reflexión.



Polarización por absorción:

Existen diversas sustancias denominadas polaroides que tienen la particularidad de actuar como filtro ya que absorben la luz que vibra en todas las direcciones excepto la que vibra en una dirección determinada (dirección de polarización o eje de transmisión), tal y como se representa en la figura.



Figura 7.22 Polarización de luz natural por absorción

Démonos cuenta que si colocamos a continuación otro polarizador con su eje de transmisión perpendicular al que le precede, absorberá toda la luz que le llegue y, detrás de él no habrá luz.

Polarización por reflexión:

Sabemos que cuando una onda luminosa incide sobre la superficie de separación de dos medios, una parte de la onda se refleja y otra parte se refracta. Pues bien, la luz reflejada está parcialmente polarizada.

Ocurre que cuando el rayo reflejado y el refractado forman un ángulo de 90° , la luz reflejada está totalmente polarizada.

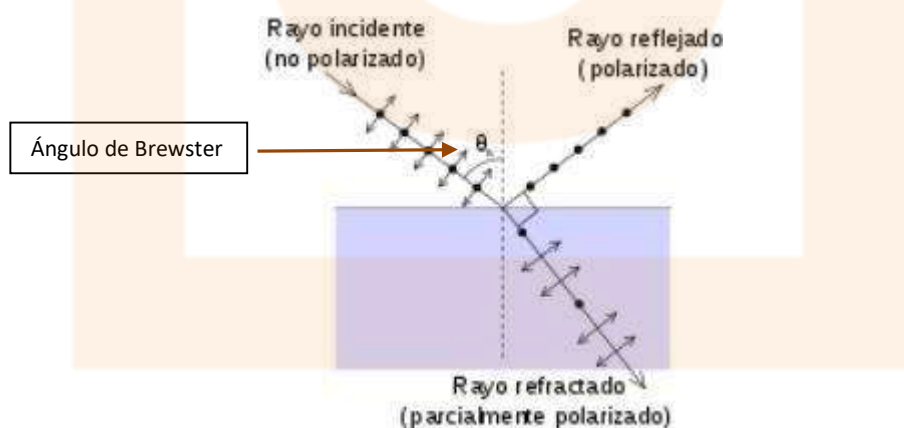


Figura 7.23 Polarización de luz natural por reflexión

El ángulo de incidencia para el cual los rayos reflejado y refractado forman 90° y por tanto la luz reflejada está totalmente polarizada, se denomina **ángulo de Brewster**.

16. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Las ondas electromagnéticas (oem) son ondas transversales en las que la perturbación que se propaga está formada por dos campos de fuerzas simultáneos y variables: un campo eléctrico $\vec{E}$ y un campo magnético $\vec{B}$, perpendiculares entre sí en fase.

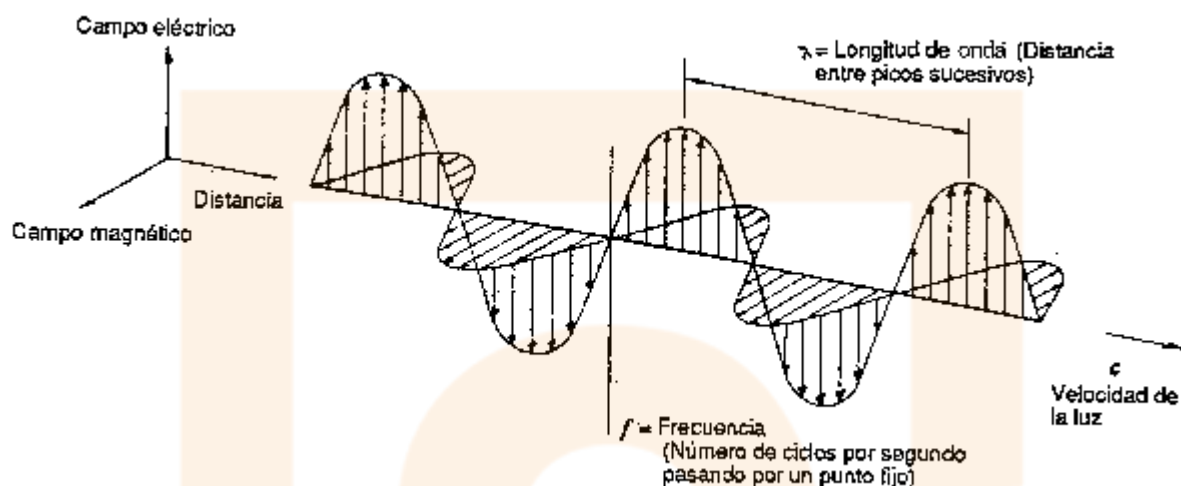


Figura 7.24 Onda electromagnética

Características de las ondas electromagnéticas

- Son originadas por cargas eléctricas aceleradas.
- Consisten en una variación periódica del estado electromagnético del espacio: un campo eléctrico variable produce un campo magnético variable, éste a su vez origina un campo eléctrico y así, sucesivamente, ambos se propagan en el espacio.
- Los campos se propagan en fase, es decir, alcanza sus valores máximos, mínimos y nulos simultáneamente.
- No necesitan soporte material para propagarse ya que los campos eléctrico y magnético pueden existir en el vacío.
- En estas ondas, los vectores de los campos eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ varían periódicamente con el tiempo y la posición en planos perpendiculares entre sí. La dirección de propagación es la recta intersección de ambos planos y el sentido viene determinado por el producto vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$. Si no hay atenuación, los módulos de ambos campos serán funciones

sinusoidales de la posición y del tiempo, como la función de onda armónica. Además, las amplitudes de ambos campos cumplen la siguiente relación:

$$\frac{E_0}{B_0} = v$$

donde v es la velocidad de la luz en el medio de propagación.

- La relación entre los campos eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ de una oem permite describir a dicha onda mediante una sola ecuación de onda, o bien la del campo eléctrico $\vec{E}$ o la del campo magnético $\vec{B}$:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(mt \pm kx + \phi_0) \quad \text{o bien} \quad \vec{B} = \vec{B}_0 \sin(mt \pm kx + \phi_0)$$

- La velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas depende del medio de propagación según la expresión:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$$

donde ϵ es la constante dieléctrica del medio y μ es la permeabilidad magnética del medio. En el caso particular del vacío, la velocidad de la luz es $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ y es su valor máximo posible.

- Las ondas electromagnéticas también cumplen las relaciones entre velocidad, longitud de onda y frecuencia estudiadas en el tema de ondas.

Espectro electromagnético

Existen distintos tipos de oem y al conjunto de todas ellas se le denomina espectro electromagnético. El espectro electromagnético es el conjunto de todas las ondas electromagnéticas conocidas, ordenadas según su longitud de onda o su frecuencia.

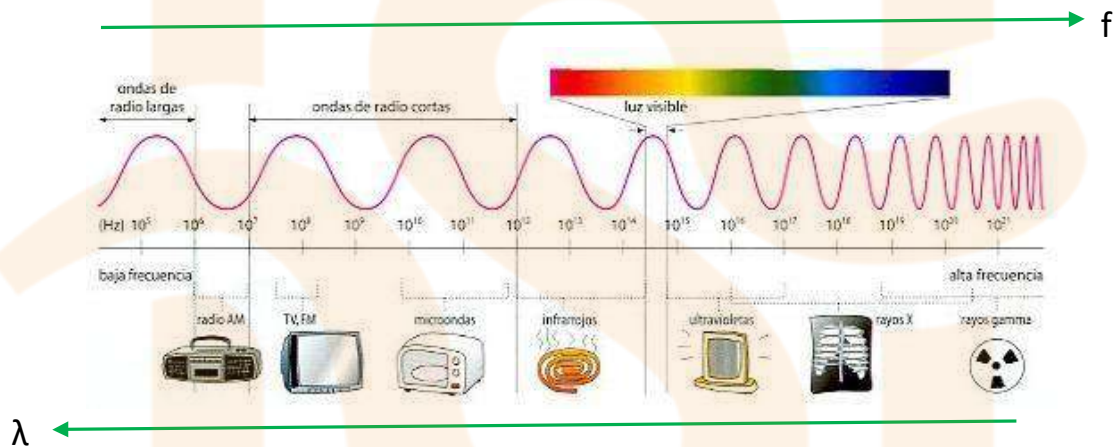


Figura 7.25 Espectro electromagnético

Todas las ondas electromagnéticas tienen en común su naturaleza. No obstante, cada grupo de ondas, caracterizado por un intervalo determinado de longitudes de onda y de frecuencias, tiene su propia forma de producción, y también unas aplicaciones prácticas específicas.

Ondas de radio y TV

Son las oem de menor frecuencia y por tanto de menor energía.

- Origen: circuito eléctricos oscilantes
- Aplicaciones: radio, televisión, telecomunicaciones, ...

Microondas

- Origen: circuitos oscilantes de alta frecuencia
- Aplicaciones: telefonía, radar, radioastronomía, hornos, ...

Infrarrojos

También se denominan ondas térmicas ya que son producidas por los cuerpos incandescentes.. Son absorbidas con facilidad por la materia y en los seres vivos proporcionan la sensación de calor.

- Origen: radiación térmica de los cuerpos
- Aplicaciones: investigación biológica, médica, química e industrial, fotografía,...

Visible

Es la parte del espectro electromagnético que aprecia el ojo humano y comprende el intervalo de frecuencias entre $4 \cdot 10^{14}$ Hz y $8 \cdot 10^{14}$ Hz.

Cada frecuencia produce la correspondiente sensación de color. En orden creciente de frecuencia y por tanto de energía son los siguientes colores:

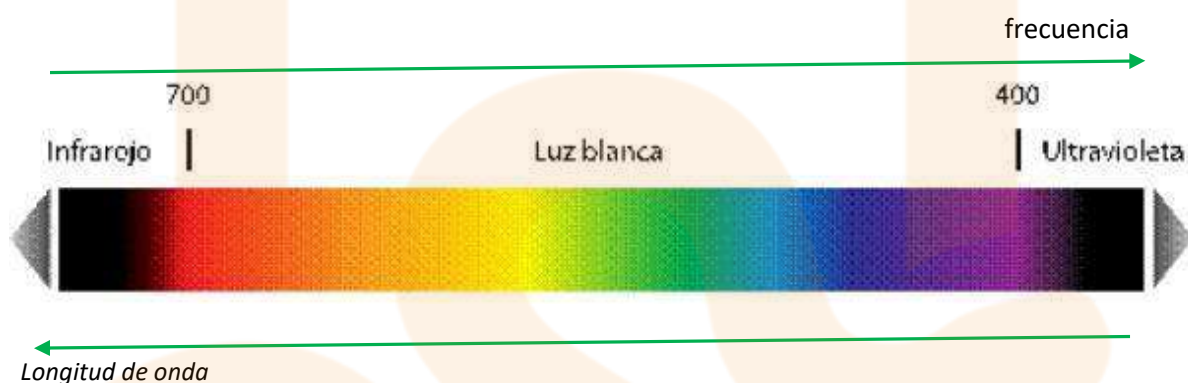


Figura 7.26 Espectro visible en nm

El intervalo de longitudes de onda para el espectro visible en el vacío lo podemos calcular utilizando la relación:

$$c = \lambda \cdot f$$
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^{14}} = 3,75 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 375 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 375 \text{ nm} = 3750 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 3750 \text{ \AA}$$
$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{14}} = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 750 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 750 \text{ nm} = 7500 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 7500 \text{ \AA} \end{array} \right.$$

Destaquemos que el intervalo de longitudes de onda obtenido para la luz visible, es sólo para el vacío. En cualquier medio el intervalo de longitudes de onda sería distinto, ya que, aunque el intervalo de frecuencias es invariante, la velocidad de propagación de la luz es diferente para cada medio y, por tanto, la longitud de onda de cada frecuencia sería diferente para cada medio.

- Origen: transiciones electrónicas en los átomos
- Aplicaciones: iluminación, láser,...

Ultravioleta

Son oem cuya frecuencia está por encima del visible y por tanto tienen mas energía que la luz visible. Son las responsables del bronceado de la piel.

- Origen: descargas eléctricas en gases y el Sol
- Aplicaciones: medicina, biología

Rayos X

Son oem de alta frecuencia y por tanto de alta energía. Pueden atravesar los tejidos de los seres vivos y por ello hay que protegerse de ellas.

- Origen: choques de electrones de alta energía con átomos metálicos provocando su desaceleración
- Aplicaciones: medicina, metalurgia, cristalografía, ...

Rayos γ

Son las oem de mayor frecuencia y por tanto las de mayor energía. Son absorbidas por los seres vivos produciendo graves efectos sobre ellos cuando se exponen a dosis altas y tiempos prolongados.

- Origen: emisiones nucleares radiactivas
- Aplicaciones: medicina, metalurgia, ...

