SÈRIE 6 MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS

Pautes de correcció

Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals (ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar altres decimals per als diferents apartats i arrodonir després la suma). Aquestes pautes no pretenen planificar tots els casos que en la pràctica es poden presentar. Hi haurà molts casos concrets, doncs, en què serà difícil aplicar els criteris que s'exposen a continuació. Apliqueu-los en els casos clars. En els casos en què les pautes siguin de difícil aplicació, feu prevaldre sempre el vostre criteri i el sentit comú.

Qüestions

1. a) L'equació d'una recta paral·lela a la recta $4x+y-3=0$ és de la forma $4x+y+k=0$. Si ha de passar per $(3,-1)$ s'ha de complir

$$4\times 3+(-1)+k=0 \Leftrightarrow k=-11$$

de forma que l'equació d'aquesta recta serà $\boxed{\boxed{4x+y-11=0}}$.

Si una recta és perpendicular a $4x+y-3=0$ tindrà una equació de la forma $x-4y+k=0$. Si passa per $(3,-1)$ es compleix

$$3-4\times(-1)+k=0 \Leftrightarrow k=-7$$

Per tant l'equació de la perpendicular serà $\boxed{\boxed{x-4y-7=0}}$.

b) Aquí els alumnes han de fer un dibuix de les tres rectes que estigui d'acord amb els càlculs de l'apartat anterior.

Compteu un punt per cada apartat.

2. Bastarà imposar que la recta $x+ay=a$ passi pel punt d'intersecció de les rectes $3x+y=5$ i $x-3y=-5$ que és la solució del sistema

$$\left.\begin{aligned} 3x+y&=5\\ x-3y&=-5\end{aligned}\right\} \quad\Leftrightarrow\quad x=1,\ y=2$$

Per tant s'ha de tenir

$$1+2a=a \Leftrightarrow \boxed{\boxed{a=-1}}$$

També es podria imposar que el determinant de la matriu ampliada del sistema

$$\left.\begin{aligned} 3x+5&=5\\ x-3y&=-5\\ x+ay&=a\end{aligned}\right\}$$

sigui diferent de 0.

No descompteu més de mig punt per petits errors de càlcul.

3. Les funcions primitives de $f(x) = e^{-x/2}$ són de la forma $F(x) = -2e^{-x/2} + K$, on K és una constant. Si $F(0) = 3$ s'ha de complir

$$3 = -2 + K \Leftrightarrow \boxed{\boxed{K = 5}}$$

Per tant la funció que es busca és $F(x) = -2e^{-x/2} + 5$.

Compteu un punt per la determinació de la integral indefinida i l'altre pel càlcul de la constant K.

4. Les 20 000 pessetes representen un 2% del milió de pessetes del préstec. Si es considera $1 + i_t = 1,02$ i i_a és l'interès anual equivalent (en tant per u), s'ha de complir

$$1 + i_a = (1 + i_t)^4 = (1,02)^4 = 1,08243$$

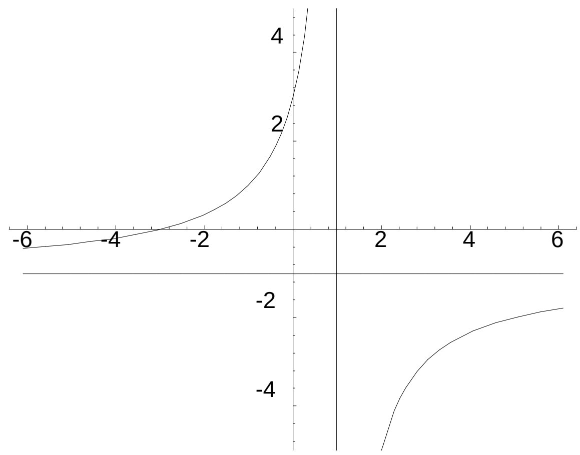
Per tant l'interès anual equivalent és del 8,24%.

Problemes

1. a) Les asímptotes són $x = 1$ (el denominador s'anul·la i el numerador no) i $y = -1$ ($f(x)$ és el quocient de dos expressions polinòmiques del mateix grau).
Es compleix

$$f'(x) = \frac{4}{(1-x)^2}$$

que és positiva per a tot valor de x (diferent de 1). Per tant la funció f sempre és creixent.
Aquestes dades donen una gràfica de la forma



b) S'han de determinar els punts $(x, f(x))$ on $f'(x) = \dfrac{4}{(1-x)^2} = 1$. Els valors de x on passa això són $x = -1$, amb $f(x) = 1$, i $x = 3$, amb $f(x) = -3$.

El primer apartat porta una mica més de feina que el segon, compteu dos punts i mig per aquest apartat i un punt i mig pel segon. Tingueu en compte que en el segon apartat s'han de donar dues solucions.

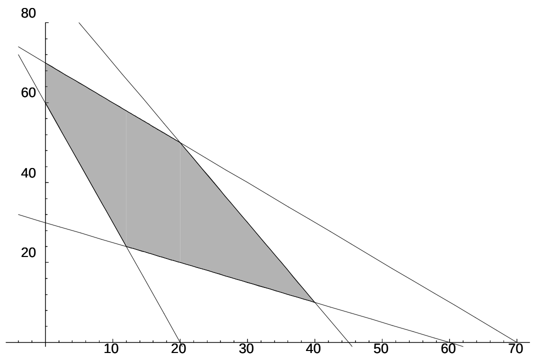
2. Sigui x el nombre de bidons del fertilitzant 1 que es produeixen i y els del fertilitzant 2. La funció que dóna el benefici obtingut és

$$z(x, y) = 6x + 5y$$

Les restriccions són

$$\left.\begin{array}{c} 20x + 10y \leq 900 \\ 20x + 20y \leq 1400 \\ 30x + 10y \geq 600 \\ 30x + 60y \geq 1800 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2x + y \leq 90 \\ x + y \leq 70 \\ 3x + y \geq 60 \\ x + 2y \geq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right.$$

La regió que determinen aquestes restriccions és de la forma



amb vèrtexs als punts $A = (20, 50)$, $B = (40, 10)$, $C = (12, 24)$, $D = (0, 60)$i $E = (0, 70)$. Els valors de z en aquests punts són: $z(A) = 370$, $z(B) = 290$, $z(C) = 192$, $z(D) = 300$ i $z(E) = 350$. Per tant el màxim benefici s'obté quan es fabriquen 20 bidons del fertilitzant 1 i 50 del fertilitzant 2.

Compteu fins a un punt per la determinació de la funció que dóna el benefici i de les equacions que donen les restriccions sobre les variables. Deixeu els altres tres punts pels càlculs necessaris per a determinar els vèrtexs de la regió admissible. No traieu més d'un punt per errors en els càlculs (sempre que no produeixin resultats clarament impossibles).