SÈRIE 2

PAUTES DE CORRECCIÓ

Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals (ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar altres decimals per als diferents apartats i arrodonir després la suma). Aquestes pautes no pretenen planificar tots els casos que en la pràctica es poden presentar. Hi haurà molts casos concrets, doncs, en què serà difícil aplicar els cirteris que s'exposen a continuació. Apliqueu-los en els casos clars. En els casos en què les pautes siguin de difícil aplicació, feu prevaldre sempre el vostre criteri i el sentit comú.

Qüestions

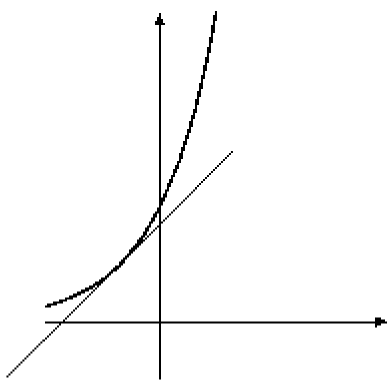
1. El capital inicial C es converteix en:

$$C \cdot (1,09)^2 \cdot \left(1+\frac{0,05}{2}\right)^6 = 796.084$$

d'on $\boxed{C = 577.780}$ ptes .

Nota pels correctors: La interpretació habitual del tant per cent semestral correspon a l'interès nominal anual, amb abonament semestral d'interessos. No obstant, algú ho pot interpretar com l'interès que s'abona cada semestre. Amb aquesta interpretació el plantejament seria $C \cdot (1,09)^2 \cdot (1,05)^6 = 796.084$, i el resultat $C = 500.000$ ptes. S'acceptaran com a vàlides les dues interpretacions, sense descomptar punts per la segona. [2 punts]

2. Esboç gràfic:



La derivada de la funció és: $f'(x)=2e^{2x}$. Perquè l'angle de la tangent amb l'eix d'abscisses sigui de 45^o, la derivada ha de ser igual a 1 ($\tan 45^o=1$). Per tant, $2e^{2x}=1$ que dóna $x=-\frac{1}{2}\ln 2$. El valor de y corresponent és:

$$f(x)=e^{2x}=e^{-\ln 2}=\frac{1}{2}$$

El punt demanat és: $\boxed{P=\left(-\frac{\ln 2}{2},\frac{1}{2}\right)\approx(-0,3465736;0,5)}$

Nota pels correctors: S'acceptaran com a vàlides tant la resposta exacta com l'aproximada. [2 punts]

3. El punt d'intersecció de les dues rectes s'obté resolent el sistema format per les equacions de r i s, i té per solució: $\boxed{x=1,\quad y=-1}$. La recta que passa per $(1,-1)$ i és paral.lela a $3x+5y-1=0$ és: $3(x-1)+5(y+1)=0$ o, el que és equivalent,

$$\boxed{3x+5y+2=0}$$

Nota pels correctors: Puntueu 1 punt per trobar el punt de tall i 1 punt per l'equació de la recta. [2 punts]

4. Si la TAE és del 5%, l'interés anual nominal per un abonament mensual d'interessos és:

$$1,05=\left(1+\frac{r_m}{12}\right)^{12}$$

d'on
$$r_m=12\left(\sqrt[12]{1,05}-1\right)=0,048889484=4,89\%$$

Per tant, el primer anunci és correcte, mentre que el segon anunci és incorrecte, ja que si l'abonament d'interessos és trimestral i la TAE és també del 5%, l'interés nominal anual hauria de ser un xic superior a l'anterior. El càlcul explícit de l'interés nominal anual pel cas del segon anunci, si la TAE és del 5% és:

$$r_s=4\left(\sqrt[4]{1,05}-1\right)=0,049088937=4,90\%$$

si be no s'exigeix que s'avalui.

Nota pels correctors: Avalueu 1 punt per cada cas. En el segon apartat n'hi ha prou amb un raonament sense fer els càlculs explícits. [2 punts]

Problemes

1. a) El cost unitari de cada peça és:

$$Q(x)=\frac{C(x)}{x}=\frac{2x^2+20x+3200}{x}=2x+20+\frac{3200}{x}$$

Per trobar els extrems relatius de $Q(x)$ hem d'igualar la derivada a zero.

$$Q'(x)=2-\frac{3200}{x^2}$$

Posant $Q'(x)=0$ resulta $x^2=1600$ i $x=\pm 40$. De les dues solucions, únicament té sentit $x=40$. Com que

$$Q''(x)=\frac{6400}{x^3}$$

i $Q''(40)>0$, $x=40$ correspon a un mínim. [3 punts]

b) El cost diari és: $C(40)=7.200$ ptes. [0,5 punts]

c) El preu de cost unitari és: $Q(40)=180$ ptes. [0,5 punts]

2. a)

$$p = \sqrt{(3-0)^2+(7-3)^2}+\sqrt{(6-3)^2+(0-7)^2}+\sqrt{(0-6)^2+(3-0)^2}=5+\sqrt{58}+3\sqrt{5}\approx 19,323977$$

[1 punt]

b) Tenim $\vec{BC}=(3,-7)$. Per tant, la recta perpendicular que passa pel punt A és:

$3(x-0)-7(y-3)=0$, és a dir $3x-7y+21=0$ [1 punt]

c) L'equació de la recta BC és:

$y-7=-\frac{7}{3}(x-3)$, és a dir $7x+3y-42=0$

Per tant, la distància al punt A és:

$$h=\left|\frac{7\cdot 0+3\cdot 3-42}{\sqrt{7^2+3^2}}\right|=\frac{33}{\sqrt{58}}=\frac{33\sqrt{58}}{58}\approx 4,3331122$$ [1 punt]

d) L'àrea del triangle és $\frac{1}{2}$ del producte de la base BC per l'altura h.

$$S=\frac{1}{2}h\cdot\overline{BC}=\frac{1}{2}\frac{33}{\sqrt{58}}\sqrt{3^2+7^2}=\frac{33}{2}$$

Alternativament:

$$S=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}0 & 3 & 1\\ 6 & 0 & 1\\ 3 & 7 & 1\end{vmatrix}=\frac{33}{2}$$ [1 punt]