

SÈRIE 3

- Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals. Ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar qualsevol decimal i després arrodonir la suma total.
- Aquestes pautes no preveuen tots els casos que en la pràctica es poden presentar. Tampoc no pretenen donar totes les possibles solucions a un problema ni tan sols la millor.
- Hi haurà molts casos concrets en què serà difícil aplicar els criteris que s'exposen a continuació. Apliqueu-los en els casos clars. En els casos dubtosos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.
- Valoreu totes les parts de cada subapartat que siguin correctes, encara que el resultat final no ho sigui.
- Penalitzeu els errors simples de càlcul amb 0, 0,25 o 0,5 punts segons la importància de l'error i el vostre criteri. Els errors de càlcul que portin a resultats incoherents o absurds, penalitzeu-los amb 0,75 o 1 punt. Si l'error és molt escandalós, podeu puntuar tot l'apartat amb 0 punts.
- Copieu la nota de la pregunta i en la casella i , a fi de poder fer estadístiques sobre cada qüestió.

QÜESTIONS

1. Un magatzem de rodes de vehicles de diferents tipus, té un estoc de components (en centenars d'unitats) donat per la taula següent:

	Cobertes	Tapacubs	Llantes
Utilitaris	3,1	0,3	2,1
Berlines	1,6	1,1	0,6
Tot terrenys	0,9	0	0,2

La quantitat de quilos de matèria primera necessària per cada component és:

	Acer	Cautxú
Cobertes	0,1	4,6
Tapacubs	1	0,05
Llantes	5	0

- a) Calculeu el total d'acer acumulat en el magatzem.
b) Calculeu el total de cautxú acumulat en el magatzem.

Puntuació: Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts.

Solució: Considerem la matriu $A = \begin{pmatrix} 310 & 30 & 210 \\ 160 & 110 & 60 \\ 90 & 0 & 20 \end{pmatrix}$. Les quantitats de cobertes, tapacubs

i llantes totals són: $(1,1,1) \cdot A = (560,140,290)$.

a) Per obtenir el total d'acer acumulat, només cal fer el producte

$$\boxed{\text{acer}} = (560,140,290) \cdot \begin{pmatrix} 0.1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} = \boxed{1646 \text{ kg}}$$

b) El total de cautxú acumulat serà:

$$\boxed{\text{cautxu}} = (560,140,290) \cdot \begin{pmatrix} 4.61 \\ 0.05 \\ 0 \end{pmatrix} = \boxed{2583 \text{ kg}}$$

2. Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Trobeu la matriu $X = A \cdot (B - C)$.

Puntuació: Total 2 punts.

Solució: $X = A \cdot (B - C) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

3. La corba d'equació $y = 3x^2 - 1$ i la recta $y = 4x + b$ són tangents.

- a) Determineu el punt de tangència.
b) Determineu b .

Puntuació: Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts.

Solució: a) La recta té pendent 4, i per tant la funció derivada $y' = 6x$ ha de valer 4 en el punt de tangència. Resulta doncs $\boxed{x = \frac{2}{3}}$. El valor de la y el podem determinar substituint a

la corba: $y = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{1}{3}$. Per tant el punt és $\boxed{P = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)}$.

b) Per determinar b només cal fer que la recta tangent passi per P . Per tant $4 \cdot \frac{2}{3} + b = \frac{1}{3}$, i

finalment $b = -\frac{7}{3}$.

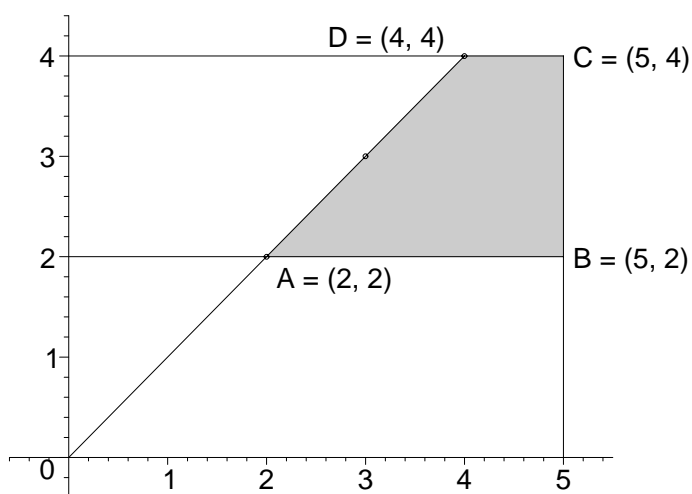
4. a) Resoleu gràficament el sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \leq 5, \\ 2 \leq y \leq 4, \\ y - x \leq 0. \end{cases}$$

b) Trobeu tots els punts (x, y) que siguin solucions enteres del sistema i que compleixin $x = y$.

Puntuació: Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts.

Solució: a) La regió solució del sistema és:



b) Si han de complir $x = y$, han d'estar en el segment AD. Donat que el sistema admet els punts de la frontera, els punts demanats són $(2, 2)$, $(3, 3)$ i $(4, 4)$.

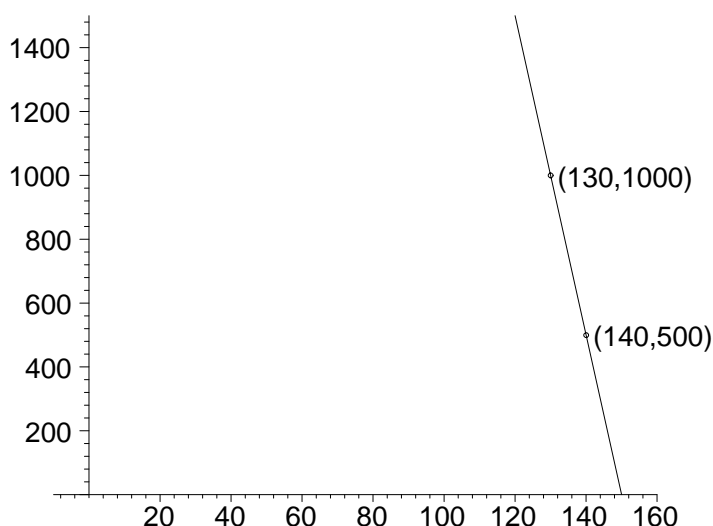
PROBLEMES

5. Si una joguina es ven a 130 € la compren 1000 persones. Per cada euro que augmenta (o disminueix) aquest preu, disminueix (o augmenta), respectivament, el nombre de compradors en 50.

- Feu un gràfic del nombre de joguines que es venen en funció del preu de venda i doneu la fórmula que ho expressa.
- El preu de cost d'una joguina és de 80 €. Calculeu el preu p que dona un benefici total màxim.
- Trobeu el nombre de joguines que es venen si el preu és p i calculeu el benefici màxim.

Puntuació: Apartat a) 2 punts; apartat b) 1 punt; apartat c) 1 punt. Total: 4 punts.

Solució: a) Gràfica del nombre de joguines que es venen en funció del preu:



L'equació de la gràfica serà: $v(p) = 1000 - 50(p - 130) = -50p + 7500$.

b) El benefici total serà el nombre de joguines venudes $v(p)$ multiplicat pel benefici en cada una que és $p - 80$. Per tant la funció benefici total en termes del preu de venda serà:

$$B(p) = v(p) \cdot (p - 80) = (7500 - 50p)(p - 80) = -50p^2 + 11500p - 600000.$$

La gràfica d'aquesta funció és una paràbola amb un màxim en el seu vèrtex que correspon a

$$p = \frac{11500}{100} = 115 \text{ €}.$$

c) El nombre de joguines venudes serà $v(115) = -50 \cdot 115 + 7500 = 1750$, i el benefici màxim

$$B(115) = (7500 - 50 \cdot 115)(115 - 80) = 1750 \cdot 35 = 61250 \text{ €}.$$

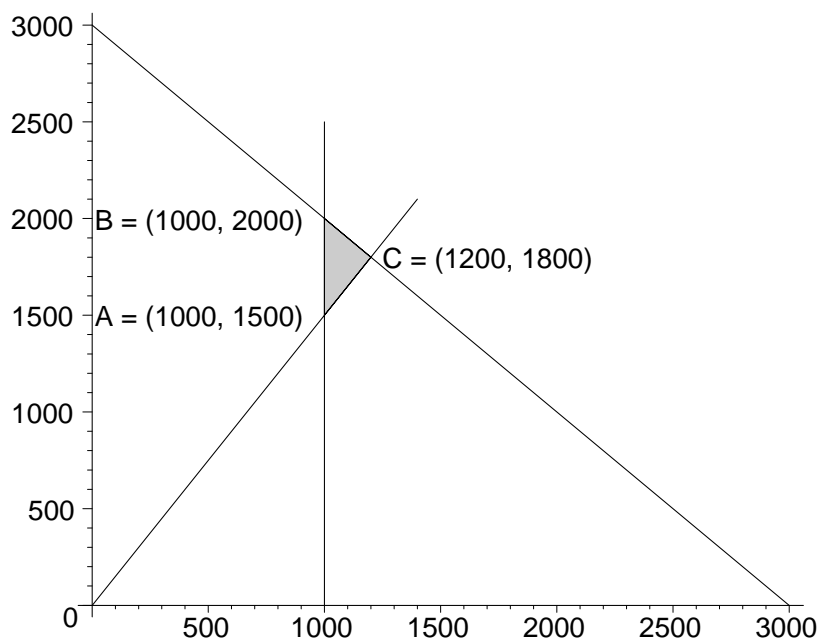
6. Una empresa de telefonia mòbil fabrica dos models de telèfon: A i B. El nombre total de telèfons fabricats mensualment no supera els 3000. Sabem també que dels telèfons A sempre se'n fan almenys 1000 unitats i que la meitat dels telèfons A no supera la tercera part de telèfons B. Si els telèfons A generen un benefici de 40 € per unitat i els B un benefici de 20 € per unitat, trobeu la quantitat de cada classe que s'han de fabricar per obtenir un benefici màxim i aquest benefici màxim.

Puntuació: Sistema i gràfic 1 punt; determinació dels vèrtexs del contorn 1 punt; determinació del nombre de telèfons de cada classe i el benefici màxim 2 punts. Total 4 punts.

Solució: Anomenant x al nombre d'unitats de tipus A que es fabriquen i y al de les de tipus B, les condicions s'expressen pel sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x + y \leq 3000 \\ x \geq 1000 \\ \frac{1}{2}x \leq \frac{1}{3}y \end{cases}$$

Per tant, la regió factible ve determinada pel gràfic següent:



Fem la taula de valors per determinar el nombre de telèfons de cada classe que s'han de fabricar per obtenir el benefici màxim i el benefici màxim:

	A = (1000,1500)	B = (1000,2000)	C = (1200,1800)
$B(x, y) = 40x + 20y$	70000	80000	84000

Per tant, el nombre de telèfons a fabricar és de 1200 de tipus A i 1800 de tipus B i el benefici màxim obtingut és de 84000 €.