



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

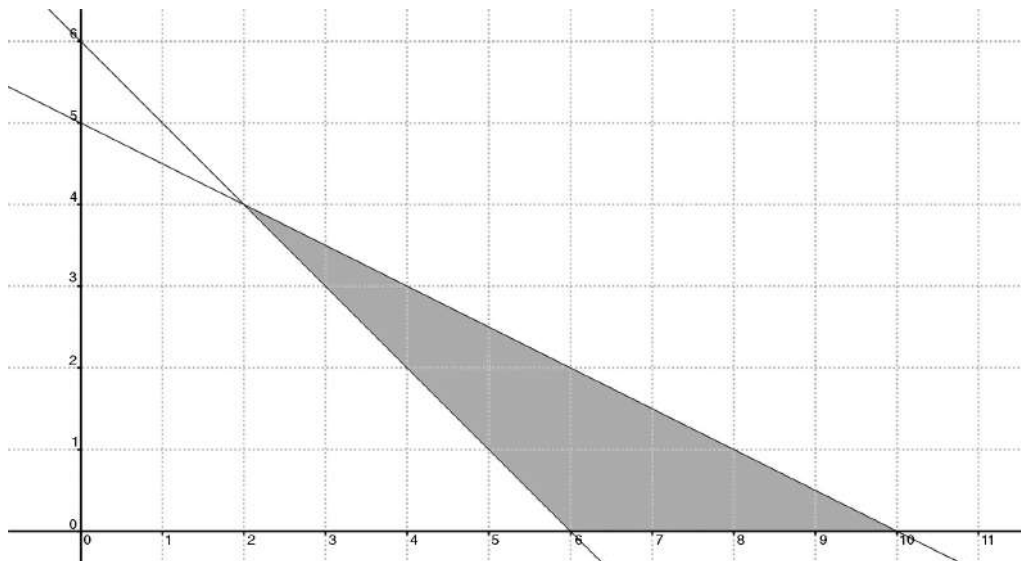
Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Una empresa compra tres immobles per un valor total de 2 milions d'euros. En vendre'ls, espera obtenir uns guanys del 20 %, del 50 % i del 25 %, respectivament, que li reportaran uns beneficis totals de 600 000 euros. En el moment de posar-los a la venda, però, aconseguix uns guanys del 80 %, del 90 % i del 85 %, respectivament, cosa que li reporta uns beneficis totals d'1,7 milions d'euros. Quant havia pagat per cada immoble?

[2 punts]

2. Considereu la regió ombrejada de la figura següent:



- a) Determineu el sistema d'inequacions que la delimita.

[1 punt]

- b) Calculeu el valor màxim de la funció  $z = x + 2y$  en aquesta regió, i indiqueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt]

3. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \frac{2x^2}{ax+1}$$

a) Determineu el valor de  $a$  que fa que la funció  $f$  tingui un extrem en el punt  $x=1$ , i indiqueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim.

[1 punt]

b) Per a  $a=3$ , indiqueu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció  $f$ .

[1 punt]

4. Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

a) Una matriu  $B$ , la primera fila de la qual és  $(1, 0)$ , té dues columnes i compleix

que  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ . Completeu-la.

[1 punt]

b) Feu els càlculs pertinents per a comprovar que  $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$ .

[1 punt]

5. Una empresa que fabrica bicicletes ven la totalitat de la producció. Anomenarem  $x$  el nombre de bicicletes que fabrica mensualment. Els costos mensuals de producció, en euros, segueixen la funció  $C(x) = 180x + 12\,000$ . La venda de les bicicletes li

reporta uns ingressos que segueixen la funció  $I(x) = 500x - \frac{1}{2}x^2$ . Els beneficis de

l'empresa són, lògicament, la diferència entre ingressos i costos.

a) En quin interval cal situar la producció per a no perdre diners?

[1 punt]

b) Quantes bicicletes ha de produir mensualment l'empresa per a obtenir el benefici màxim? En aquest cas, quant guanya per cada bicicleta?

[1 punt]

6. Considereu la funció  $f(x) = x - e^{-3x}$ .

a) Indiqueu-ne el domini, i demostreu que  $f$  és estrictament creixent en tot el domini.

[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x=0$ .

[1 punt]





## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

---

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

---

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

---

1. Considereu la funció  $f(x) = x - \ln(x)$ .
  - a) Indiqueu-ne el domini. Determineu l'asíptota vertical de la funció  $f$ .  
[1 punt]
  - b) Determineu els intervals en què la funció  $f$  és creixent i els intervals en què és decreixent, i classifiqueu-ne els extrems possibles.  
[1 punt]
  
2. Considereu la regió del pla limitada per les rectes  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $2x-3y=-6$ ,  $x+3y=15$  i  $x=6$ .
  - a) Dibuixeu-la, calculeu-ne els vèrtexs i justifiqueu si els punts  $P(1, 3)$  i  $Q(3, 3)$  pertanyen o no a aquesta regió.  
[1,5 punts]
  - b) Calculeu en quins punts d'aquesta regió la funció  $f(x, y) = x + 4y$  assoleix el valor màxim i el valor mínim, i indiqueu aquests valors.  
[0,5 punts]
  
3. Considereu les matrius  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
  - a) Calculeu les matrius inverses de  $A$  i de  $B$ .  
[1 punt]
  - b) Determineu una matriu  $X$  de manera que  $A \cdot X \cdot B = C$ .  
[1 punt]

4. Considereu la funció  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4, & x < 0 \\ \frac{1}{x-3}, & x \geq 0 \end{cases}$ .

**a)** Feu-ne una representació gràfica aproximada. Justifiqueu per a quins valors de  $x$  la funció és discontinua.

[1 punt]

**b)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x = 4$ .

[1 punt]

5. Considereu el sistema  $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ -x + 4y - 5z = -8 \end{cases}$ .

**a)** Comproveu que té infinites solucions. Determineu-les.

[1,5 punts]

**b)** Determineu, si és possible, una solució en què la suma de les tres incògnites sigui 5.

[0,5 punts]

6. Un bosc té una massa forestal de  $40\,000\text{ m}^3$  de fusta. Es calcula que la pluja àcida i els incendis provoquen una disminució del 6% anual de l'esmentada massa forestal, que es pot expressar en termes de la funció  $F(t) = 40\,000 \cdot 0,94^t$ , en què  $F(t)$  és la massa forestal que queda passats  $t$  anys.

**a)** Justifiqueu que la funció  $F$  és estrictament decreixent.

[1 punt]

**b)** D'aquí a quants anys la massa forestal s'haurà reduït a la meitat?

[1 punt]

