

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 3

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. En Pol, la Júlia i la Maria han comprat un regal. La Júlia ha gastat la meitat de diners que la Maria, i en Pol n'ha gastat el triple que la Júlia.
 - a) Expliqueu raonadament si amb aquestes dades en tenim prou per a determinar quant ha gastat cadascun d'ells.
[1 punt]
 - b) Si a més ens diuen que entre tots tres han gastat 63 €, quant ha gastat cadascú?
[1 punt]

2. La gràfica de la derivada f' de la funció f és una paràbola que talla l'eix d'abscisses en els punts $(5, 0)$ i $(1, 0)$, i té el vèrtex en el punt $(3, -4)$.
 - a) Expliqueu raonadament en quins intervals la funció f és creixent i en quins intervals és decreixent. Indiqueu-ne els extrems relatius i classifiqueu-los.
[1 punt]
 - b) Sabem que $f(3) = 2$. Determineu l'equació de la recta tangent a la funció f en el punt $(3, 2)$.
[1 punt]

3. Una cadena de televisió decideix emetre un nou programa en la franja horària de les 17.00 h a les 21.00 h. El percentatge d'audiència P de la primera emissió en funció del temps t , mesurat en hores, és definit per la funció

$$P(t) = \frac{1}{5}(-t^3 + 49t^2 - 760t + 3.690) \quad 17 \leq t \leq 21.$$

Els directius de la cadena acorden que el programa se seguirà emetent si en algun moment s'aconsegueix un percentatge d'audiència superior al 20 %.

- a) Expliqueu raonadament en quins intervals de temps l'audiència del programa va augmentar i en quins intervals va disminuir.

[1 punt]

- b) En vista dels resultats, se seguirà emetent el programa? Justifiqueu la resposta.

[1 punt]

4. Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, determineu x per tal que es verifiqui l'equació $A^2 - 6A + 5I = \mathbf{0}$, on $\mathbf{0}$ és la matriu en què tots els elements són 0.

5. Hem de fertilitzar els terrenys d'una finca utilitzant dos adobs, A i B. El cost de l'adob A és de 0,9 €/kg, i l'adob B costa 1,5 €/kg. L'adob A conté un 20 % de nitrogen i un 10 % de fòsfor, mentre que l'adob B en conté un 18 % i un 15 %, respectivament. Per a fertilitzar els terrenys correctament ens cal un mínim de 180 kg de nitrogen i 120 kg de fòsfor.

- a) Si anomenem x els kilograms d'adob A i y els kilograms d'adob B, escriviu el sistema d'inequacions que satisfà les condicions anteriors.

[1 punt]

- b) Quina és la despesa mínima que hem de fer si volem fertilitzar els terrenys de la finca correctament?

[1 punt]

6. Sigui la funció $f(x) = x \cdot e^x$.

- a) Si la funció f té extrems relatius, determineu-los i classifiqueu-los.

[1 punt]

- b) Calculeu la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x = 0$.

[1 punt]



Institut
d'Estudis
Catalans



Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

- El preu en borsa d'unes accions és definit per la funció $p(t) = 500 \cdot e^{0,3t}$, on t indica els anys transcorreguts a partir del moment present.
 - Si venem les accions d'aquí a un any, quin percentatge de benefici obtindrem?
[1 punt]
 - D'aquí a quants anys haurem aconseguit doblar el preu de les accions?
[1 punt]
- Una empresa d'informàtica fabrica ordinadors portàtils i de taula i ven tots els que fabrica. L'empresa té capacitat per a fabricar 3.000 ordinadors. Per qüestions de mercat, el nombre d'ordinadors de taula no pot ser inferior a la meitat del nombre de portàtils, però tampoc no pot superar el nombre de portàtils. L'empresa guanya 100 € per cada ordinador de taula, i un 20 % més en la venda de cada portàtil. Quants ordinadors de cada classe ha de fabricar per a maximitzar els beneficis?
- Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 - Determineu una matriu X que verifiqui $A \cdot X = I$.
[1 punt]
 - Determineu una matriu Y que verifiqui $A \cdot Y \cdot A = B$.
[1 punt]

4. Els beneficis diaris, en centenars d'euros, d'un taller de bicicletes són definits per la funció $f(x) = -20x^2 + 50x - 20$, on x són els centenars de bicicletes venudes. El taller només té capacitat per a fabricar 200 bicicletes al dia.
- a) Calculeu el benefici màxim diari que pot obtenir el taller.
[1 punt]
- b) Determineu el nombre mínim de bicicletes que ha de fabricar per a no tenir pèrdues.
[1 punt]
5. Considereu la funció $f(x) = \frac{3x - 4}{2x - 5}$.
- a) Indiqueu-ne el domini i els punts on la gràfica de la funció f talla l'eix d'abscisses.
[1 punt]
- b) Determineu-ne, si en té, les asímptotes horitzontals i verticals.
[1 punt]
6. Un botiguer vol determinar la quantitat de bitllets de 5 €, 10 € i 20 € que ha de tenir a la botiga per a atendre millor els clients. En total, vol tenir 1.375 € en 90 bitllets a la caixa. A més, s'ha adonat que li convé tenir el doble de bitllets de 20 € que de 5 € i 10 € junts. Quants bitllets haurà de tenir de cada classe?

