

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2015

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 2

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Un arbre té un volum de 30 m^3 i, per la qualitat de la seva fusta, es ven a 50 € per metre cúbic. Cada any l'arbre augmenta el volum en 5 m^3 . Alhora, la qualitat de la fusta de l'arbre disminueix, i també el preu, que cada any és un euro per metre cúbic més barat. D'aquí a quants anys aconseguirem el màxim d'ingressos per la venda de la fusta de l'arbre? Quins seran aquests ingressos?
[2 punts]
2. En resoldre un sistema lineal de tres equacions amb tres incògnites, x , y i z , hem trobat que les solucions compleixen les condicions següents:
 - La suma de les solucions és 6.
 - La segona és la mitjana aritmètica de les altres dues.
 - El valor de la tercera és la suma dels valors de les altres dues.Escriuiu el sistema d'equacions que satisfà les condicions anteriors, resoleu-lo i indiqueu si és compatible determinat o indeterminat.
[2 punts]
3. Considereu la funció $f(x) = \frac{2x + 2}{x^2 - x + 2}$.
 - a) Escriuiu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt de tall amb l'eix de les ordenades.
[1 punt]
 - b) Determineu els punts de la corba en què la recta tangent és horitzontal.
[1 punt]

4. Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & -a \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} b & c \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu les matrius $A + B$ i $A \cdot B$.

[1 punt]

b) Determineu els valors de a , b i c que compleixen que $A + B = A \cdot B$.

[1 punt]

5. La funció derivada d'una funció f és $f'(x) = e^{-2x} \cdot (x - x^2)$.

a) Estudieu el creixement i el decreixement de la funció f .

[1 punt]

b) Si la funció f té extrems relatius, indiqueu-ne les abscisses i classifiqueu-los.

[1 punt]

6. Una refinaria de petroli produeix gasolina i gasoil. En el procés de refinació que s'hi porta a terme s'obté més gasolina que gasoil. A més, per a cobrir la demanda cal produir com a mínim 3 milions de litres de gasoil al dia, mentre que la demanda de gasolina és de 6,4 milions de litres al dia, com a màxim.

La gasolina té un preu d'1,9 €/L, i el gasoil val 1,5 €/L. Tenint en compte que es ven la totalitat de la producció, determineu quants litres de gasolina i de gasoil cal produir al dia per a obtenir el màxim d'ingressos.

[2 punts]



Institut
d'Estudis
Catalans

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2015

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. El mes de gener passat, en Joan, la Carla i la Laura van invertir en borsa. La Carla va invertir el doble que la Laura. Aquell mes, en Joan i la Carla van tenir uns guanys del 30 %, mentre que la Laura va tenir unes pèrdues del 10 %. De resultes d'això, van obtenir conjuntament uns guanys del 20 %. Van acordar tornar a invertir el febrer, incrementant cadascú un 10 % les seves inversions inicials. Si el mes de febrer van invertir entre tots tres 770 €, quina quantitat havia invertit cadascú el mes de gener?
[2 punts]
2. La funció derivada d'una funció f és $f'(x) = (x - 5) \cdot e^{-2x}$.
 - a) Si en té, determineu i classifiqueu els extrems de la funció f .
[1 punt]
 - b) Sabem que la gràfica de f passa per $P(0, 2)$. Calculeu l'equació de la recta tangent a f en el punt P .
[1 punt]
3. El preu, expressat en milers d'euros, del robí africà és el doble del quadrat del seu pes en grams, mentre que el preu del robí tailandès és quatre vegades el cub del seu pes en grams. Ens han enviat un paquet amb dos robins, un de cada classe, que en total pesen 2 grams.
 - a) Si els dos robins pesessin el mateix, quin preu hauríem de pagar?
[1 punt]
 - b) Quant ha de pesar cada robí perquè el preu del paquet sigui mínim? Quin és aquest preu mínim?
[1 punt]

4. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, calculeu la matriu X que compleix

$$X \cdot A + B^2 = 2 \cdot I_2, \text{ on } I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ és la matriu identitat d'ordre 2.}$$

[2 punts]

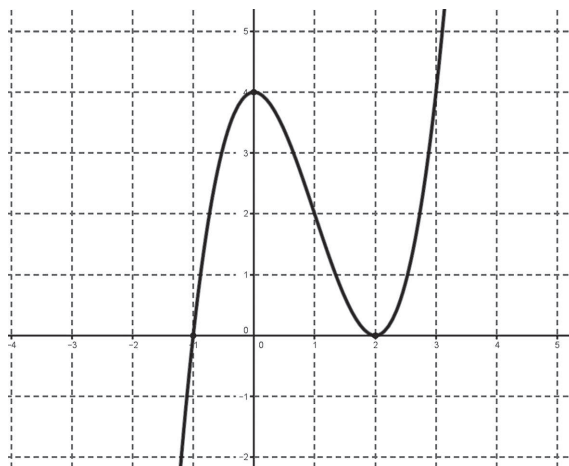
5. La gràfica adjunta mostra la funció f' , derivada d'una funció f .

a) Determineu en quins intervals la funció f és creixent i en quins intervals és decreixent. Si n'hi ha, classifiqueu els extrems de la funció f .

[1 punt]

b) Indiqueu per a quins valors de x la recta tangent a f és horitzontal.

[1 punt]



6. Considereu el triangle de vèrtexs $A(-2, 0)$, $B(0, 3)$ i $C(2, -1)$.

a) Determineu les condicions que ha de complir un punt per a no ser fora del triangle.

[1 punt]

b) Justifiqueu analíticament si els punts $P(1, 1)$, $Q(-1, 1)$ i $R(-1, 2)$ són interiors, exteriors o es troben sobre els costats del triangle.

[1 punt]