

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

1. En un estudi de mercat, 500 participants han tastat tres cafès diferents, presentats com a producte A, producte B i producte C, i han escollit quin dels tres els ha agradat més. Sabem que el producte B ha estat escollit pel doble de persones que el producte A i que el producte B l'han escollit 32 persones més que els productes A i C junts. Calculeu quantes persones han escollit cada producte.

[2 punts]

2. Resoleu les qüestions següents:

- a) Considereu la matriu  $M = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ . Calculeu els valors de  $a$  i  $b$  per tal que es verifiqui la igualtat  $M^2 + a \cdot M + b \cdot I = \mathbf{0}$ , en què  $I$  és la matriu identitat  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  i  $\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  és la matriu nul·la.

[1 punt]

- b) Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Trobeu totes les matrius  $B$  que commuten amb la matriu  $A$ , és a dir, que compleixen que  $A \cdot B = B \cdot A$ .

[1 punt]

3. La gràfica de la funció  $f(x) = ax + b + \frac{8}{x}$  passa pel punt  $(-2, -6)$  i la recta tangent en aquest punt és paral·lela a l'eix de les abscisses.

- a) Calculeu el valor de  $a$ .

[1 punt]

- b) Calculeu el valor de  $b$ .

[1 punt]

4. La funció  $f(x) = \frac{40}{x^2 - 22x + 125}$  mostra aproximadament la venda diària, en milers d'unitats, d'un perfum de moda en funció de  $x$ , en què  $x$  és el dia del mes de febrer.
- a) Quantes unitats de perfum es van vendre, aproximadament, el dia 5 de febrer? Quin és l'increment de vendes entre el dia 7 i el dia 9 de febrer?  
[0,75 punts]
- b) Quin dia del mes de febrer es van vendre més perfums i quantes unitats se'n van vendre?  
[1,25 punts]
5. En una fàbrica es disposa de 80 kg d'acer i 120 kg d'alumini per a fabricar bicicletes de muntanya i de passeig, que es vendran a 200 € i 150 €, respectivament. Per a fabricar una bicicleta de muntanya són necessaris 1 kg d'acer i 3 kg d'alumini, i per a fabricar-ne una de passeig, 2 kg de cada un dels dos metalls.
- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.  
[1,25 punts]
- b) Calculeu quantes bicicletes de cada tipus s'han de fabricar per a obtenir el màxim benefici i digueu quin és aquest benefici.  
[0,75 punts]
6. Una botiga obre al públic des de les 10 hores fins a les 21 hores. Sabem que els ingressos per vendes, en funció de l'hora del dia, venen donats per la funció:
- $$I(t) = -5(m - t)^2 + n,$$
- per a  $10 \leq t \leq 21$ .
- a) Trobeu el valor de  $m$  sabent que els ingressos màxims es produeixen a les 18 hores.  
[1 punt]
- b) Trobeu el valor de  $n$  sabent que a les 21 hores hi ha uns ingressos de 500 €.  
[1 punt]





# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 4

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

1. Considereu la funció  $f(x) = 2x^3 + ax$ . Calculeu el valor de la constant  $a$  per tal que aquesta funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa  $x = -1$ . Digueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim i doneu també el valor que pren la funció  $f(x)$  en aquest punt.  
[2 punts]
2. L'empresa d'esport d'aventura Xtrem prepara per a la darrera setmana de juny dos paquets: el paquet bàsic (PB) i el paquet súper (PS). El PB inclou una baixada de ràfting, una baixada fent barranquisme i un salt de pont, i té un preu de 50 €. D'altra banda, el PS inclou tres baixades de ràfting, dues fent barranquisme i un salt de pont, i el preu és de 120 €.  
Per limitacions climàtiques i de personal, només es poden fer 12 baixades de ràfting, 9 fent barranquisme i 8 salts de pont.  
Per a fer la promoció turística, es vol saber quina combinació de paquets proporciona més ingressos.
  - a) Trobeu les inequacions que han de complir totes les possibles combinacions de paquets. Dibuixeu la regió del pla en què es troben aquestes possibles solucions i trobeu la funció que dona els ingressos en funció del nombre de paquets de cada tipus.  
[1,25 punts]
  - b) Trobeu el nombre de paquets de cada tipus que ha d'oferir l'empresa per a obtenir els ingressos màxims i digueu quins serien aquests ingressos.  
[0,75 punts]

3. Un nutricionista, després de fer un estudi personalitzat a un pacient, li proposa una dieta. Segons el model del nutricionista, el pes en kilograms del pacient seguirà la funció

$$f(x) = \frac{63x + 510}{x + 6},$$

en què  $x$  denota el nombre de mesos que fa que segueix la dieta.

- a) Justifiqueu que la funció  $f$  és estrictament decreixent quan  $x \geq 0$ .

[0,75 punts]

- b) Determineu el pes inicial del pacient i quant pesarà al cap de dos mesos de seguir la dieta segons el model. Cap a quin valor tendirà el seu pes a llarg termini? Argumenteu si aquest valor límit s'assolirà en algun moment.

[1,25 punts]

4. Per la Festa Major, la pastisseria del poble elabora unes capsas de bombons especials. La capsa petita conté 10 bombons, la mitjana té 15 bombons i la gran en té 25. Cada capsa va decorada amb un llaç commemoratiu. En total han utilitzat 210 llaços i 2.650 bombons. Tenint en compte que han elaborat el doble de capsas petites que de mitjanes i grans juntes, quantes capsas de cada tipus han elaborat?

[2 punts]

5. Un comerciant pot comprar articles a 350 € la unitat. Si els ven a 750 € la unitat, en ven 30. Sabem que la relació entre aquestes dues variables (el preu de venda i el nombre d'unitats venudes) és lineal i que, per cada descompte de 20 € en el preu de venda, incrementa les vendes en 3 unitats. Considerant que el comerciant només comprarà el nombre d'articles que sap que vendrà:

- a) Escriviu la funció de beneficis a partir del nombre de vegades  $x$  que s'aplica el descompte.

[1 punt]

- b) Determineu el preu de venda que fa màxims els beneficis del comerciant i justifiqueu que és un màxim. Determineu quantes unitats vendrà.

[1 punt]

6. En una oficina tenen tres proveïdors que els subministren el material. La matriu  $P$  ens dona els preus unitaris, en euros, de cada un dels articles  $A1$ ,  $A2$  i  $A3$ , segons els proveïdors  $p1$ ,  $p2$  i  $p3$ .

$$P = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 11 & 12 & 13 \\ 13 & 13 & 12 \end{pmatrix}$$

Representem una comanda de  $x$  unitats de  $A1$ ,  $y$  unitats de  $A2$  i  $z$  unitats de  $A3$  per un vector fila  $C = (x \ y \ z)$ .

- a) Expliqueu què representen cadascun dels elements del vector que resulta de multiplicar  $C \cdot P$ .

[0,5 punts]

- b) Si hem de comprar 25 unitats de  $A1$ , 10 de  $A2$  i 15 de  $A3$ , quin dels tres proveïdors ens ofereix un millor preu per a tota la comanda? Quin és aquest preu?

[1,5 punts]



Institut  
d'Estudis  
Catalans