

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. Calculeu la primitiva de la funció $f(x) = x\sqrt{x^2 - 1}$ que s'anul·la en el punt d'abscissa $x = 2$. [2 punts]
2. Determineu el valor que ha de tenir k perquè la funció $f(x) = \frac{2x^2 - 3kx + 5}{x - 2}$ tingui límit quan x tendeix a 2 (és a dir, existeixi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$) i calculeu el valor que tindrà aquest límit. [2 punts]
3. Considereu els plans d'equacions:
 $\pi_1: x + 2y - z = 3$ i $\pi_2: ax + (a - 2)y + 2z = 4$.
 - a) Hi ha algun valor del paràmetre a per al qual la intersecció dels plans π_1 i π_2 no és una recta?
 - b) Calculeu un vector director de la recta que s'obté quan es fa la intersecció de π_1 i π_2 per al valor del paràmetre $a = 0$. [2 punts]
4. Considereu la recta r d'equacions: $x - 1 = \frac{y - 5}{-3} = \frac{z - 7}{-4}$. Calculeu els punts d'aquesta recta situats a una distància 3 del punt $A = (1, 0, 1)$. [2 punts]



PROBLEMES

1. S'ha de construir un gran dipòsit cilíndric de $81\pi \text{ m}^3$ de volum. La superfície lateral ha de ser construïda amb un material que costa 30 € el m^2 i les dues bases amb un material que costa 45 € el m^2 .
 - a) Determineu la relació que hi haurà entre el radi r de les bases circulars i l'altura h del cilindre, i doneu el cost $C(r)$ del material necessari per construir aquest dipòsit en funció de r .
 - b) Quines dimensions (radi i altura) ha de tenir el dipòsit perquè el cost del material necessari per construir-lo sigui el mínim possible?
 - c) Quin serà, en aquest cas, el cost del material?

[2 punts l'apartat a) i 1 els altres dos]

2. D'un paral·lelogram sabem que el costat més llarg mesura 20 cm, que la seva àrea és de 120 cm^2 i que l'angle més petit val 30° .

Determineu:

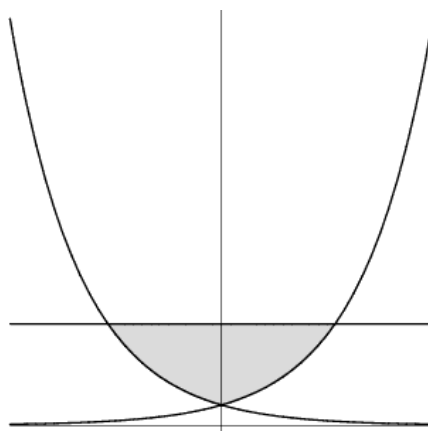
- a) El valor de l'altre angle del paral·lelogram (el més gran).
- b) La longitud del costat petit.
- c) El que mesura la diagonal més llarga.

[2 punts l'apartat b) i 1 els altres dos]

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. Calculeu l'àrea compresa entre les gràfiques de les corbes $y = e^{2x}$ i $y = e^{-2x}$ i la recta $y = 5$ representada en l'esquema següent:



[2 punts]

2. Sabent que la funció $y = (x + a)(x^2 - 4)$, on a és un nombre real, té un màxim i un mínim relatiu, i que el màxim relatiu s'assoleix en el punt $x = -\frac{1}{3}$, trobeu l'abscissa del mínim relatiu.

[2 punts]

3. Sigui $f(x) = \frac{mx - 2}{x - 1}$, on m és un paràmetre.

a) Determineu per a cada valor del paràmetre m el valor del límit $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (si existeix).

b) Per a quins valors de m la derivada $f'(x)$ de la funció $f(x)$ és positiva per a tot x ?

[2 punts]

4. Calculeu l'angle que forma el pla $x - 2y + z = 1$ amb la recta determinada per les

$$\text{equacions } \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$$

[2 punts]

PROBLEMES

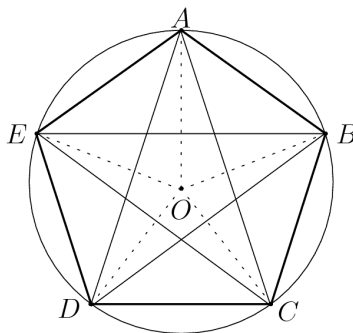
1. Considereu les rectes r i s amb les equacions següents:

$$r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 2 = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} y + \frac{1}{3} = 0 \\ x - 2z - \frac{3}{3} = 0 \end{cases}$$

- a) Calculeu, de cada una de les rectes, un punt i un vector director.
b) Determineu si existeix cada un dels objectes següents i en cas afirmatiu calculeu la seva equació:
- El pla paral·lel a la recta s que conté la recta r .
 - El pla perpendicular a la recta s que conté la recta r .
 - La recta perpendicular a les rectes r i s que passa per $(0, 0, 0)$.

[4 punts]

2. Sobre una circumferència de radi 1 m i centre en el punt O considerem els cinc vèrtexs A, B, C, D, E d'un pentàgon regular (és a dir, amb els cinc costats de la mateixa longitud) com el del dibuix següent:



(on hem dibuixat també els costats AB, BC, CD i DE ; les diagonals AC, BD, CE, DA i EB ; i els radis que acaben en cada un dels vèrtexs OA, OB, OC, OD i OE).

Calculeu:

- L'angle que formen el radi que acaba en el vèrtex A amb el costat AB i l'angle que formen en el vèrtex A els dos costats que el tenen com a extrem (és a dir, l'angle A entre els costats EA i AB).
- La longitud de cada un dels costats del pentàgon.
- La longitud de qualsevol de les diagonals (per exemple la EB).
- L'àrea del triangle EAB .

[4 punts]