



A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

### QÜESTIONS

1. En un sistema hi ha, entre d'altres, aquestes dues equacions:

$$x + 2y - 3z = 5 \quad \text{i} \quad 2x + 4y - 6z = -2.$$

Què podeu dir de les solucions del sistema?

[2 punts]

2. Considereu els vectors de  $\mathbb{R}^3$ :

$$\vec{v}_1 = (-1, 3, 4), \quad \vec{v}_2 = (2, -1, -3) \quad \text{i} \quad \vec{v}_3 = (1, 2k + 1, k + 3).$$

- a) Trobeu l'únic valor de  $k$  per al qual aquests vectors **no** són una base de  $\mathbb{R}^3$ .  
 b) Per a un valor de  $k$  diferent del que heu trobat en l'apartat a), quins són els components del vector  $\vec{w} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$  en la base  $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ ?

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

3. Trobeu la distància entre la recta  $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{3}$  i el pla  $\pi: 2x - 3y + 3z + 5 = 0$ .

[2 punts]

4. Donats els punts  $A = (1, 0, 0)$  i  $B = (0, 0, 1)$ :

- a) Trobeu un punt  $C$  sobre la recta d'equació paramètrica  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$  que faci que el triangle  $ABC$  sigui rectangle en  $C$ .

- b) Trobeu l'àrea del triangle  $ABC$ .

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

## PROBLEMES

5. Considereu la funció  $f(x) = 3 - x^2$  i un punt de la seva gràfica,  $M$ , situat en el primer quadrant ( $x \geq 0, y \geq 0$ ). Si pel punt  $M$  tracem paral·leles als eixos de coordenades, la seva intersecció amb  $OX$  i  $OY$  determina dos punts,  $A$  i  $B$ , respectivament.

- Feu un gràfic dels elements del problema.
- Trobeu les coordenades del punt  $M$  que fa que el rectangle  $OAMB$  tingui l'àrea màxima.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 3 punts. Total: 4 punts]

6. Considereu la funció

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + b & \text{si } x < 0 \\ ae^{bx} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

on  $a$  i  $b$  són nombres reals.

- Quina condició han de complir  $a$  i  $b$  per tal que  $f$  sigui contínua a tot  $\mathbb{R}$ ?
- Trobeu els valors de  $a$  i  $b$  per als quals  $f$  sigui contínua però no derivable a tot  $\mathbb{R}$ .

c) Per a  $a = 1$  i  $b = 1$ , calculeu  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]