



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Matemàtiques

Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Sigui $V = \{(-1, 1, 1), (-2, -1, 0), (1, 2, a)\}$ un conjunt de vectors de \mathbb{R}^3 .
- a)** Trobeu el valor o els valors de a perquè V sigui linealment dependent.
- b)** Quan $a = 4$, expresseu el vector $\vec{v} = (3, 9, 14)$ com a combinació lineal dels vectors de V .

[1 punt per cada apartat]

2. De la funció polinòmica $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ sabem que
- té un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -3$;
 - la integral definida en l'interval $[0, 1]$ val $-\frac{5}{4}$.

Calculeu el valor dels paràmetres a i b .

[2 punts]

3. Donats el pla $\pi: x + 2y - z = 3$ i la recta $r: \frac{x-1}{2} = y = \frac{z+m}{4}$,

- a)** Comproveu que el vector característic (o normal) de π i el vector director de r són perpendiculars.
- b)** Estudieu la posició relativa de π i r en funció del paràmetre m .

[1 punt per cada apartat]

4. Siguin les matrius

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & b & 4 \\ 3 & c & 5 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & b & 8 \\ 1 & c & 3 \\ 4 & a & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ -1 & 5 & 5 \\ -b & -a & -2 \end{bmatrix},$$

on a , b i c són paràmetres reals. Calculeu el valor d'aquests paràmetres perquè cap de les tres matrius tingui inversa.

[2 punts]

5. Donats el pla $\pi: 2x - y + 3z - 8 = 0$ i el punt $P = (6, -3, 7)$,

a) Trobeu l'equació contínua de la recta que passa per P i és perpendicular a π .

b) Trobeu el punt del pla π que està més proper al punt P .

[1 punt per cada apartat]

6. Volem construir una tenda en forma de piràmide regular de base quadrada. Disposem de 300 m^2 de tela per a la fabricació de les quatre cares de la tenda (se suposa que en l'elaboració de les cares no es perd gens de tela). Designem x la longitud d'un costat de la base de la tenda.

a) Sabent que el volum d'una piràmide és igual a un terç del producte de l'àrea de la base per l'altura, comproveu que, en aquest cas,

$$V(x) = \frac{x\sqrt{(9 \times 10^4) - x^4}}{6}$$

b) Determineu el valor de x perquè el volum sigui el més gran possible (no cal que comproveu que el valor obtingut correspon realment a un màxim).

[1 punt per cada apartat]

