

Física en context

Batxillerat 2n curs





Equip d'elaboració d'aquesta versió de la unitat

Octavi Casellas
Montserrat Enrech
José Javier González
Luisa Herreras
Josep Olivella
Octavi Plana
Jaume Pont

Aquesta unitat és una revisió/ampliació/modificació d'edicions anteriors
en les que han col·laborat altres persones

Centre de Documentació i Experimentació en Ciències

Departament d'Educació

Barcelona 2021



UNITAT 10. ACCELERADORS DE PARTÍCULES

Índex

Per què una unitat anomenada acceleradors de partícules?	1
1 Accelerar partícules	3
1.1 El monitor CRT.....	3
1.2 Els acceleradors lineals.....	10
1.3 Els acceleradors circulars.....	21
2 Detectar partícules	27
2.1 El Geiger: un exemple de camp elèctric no uniforme.....	27
2.2 Les partícules carregades.....	29
3 Resum de la unitat	41
3.1 Objectius.....	41
3.2 Activitats i Qüestions finals.....	42



Per què una unitat anomenada acceleradors de partícules?

“Una de les més importants apostes de futur de Catalunya, el Síncrotró Alba, entrarà en funcionament a Cerdanyola del Vallès. Aquesta font de llum coherent d'última generació funciona com un microscopi gegantí que permet descobrir els secrets d'àtoms i molècules. Donarà serveis a investigadors i empreses d'alta tecnologia (Figura 1).



Figura 1. Seu del Síncrotró Alba, al Parc Científic del Vallès (Font <http://www.cells.es/>)

Un síncrotró és un accelerador de partícules. Un canó d'electrons produeix un feix inicial que s'accelera en el síncrotró fins a velocitats pròximes a la de la llum. Una vegada accelerats, els electrons s'injecten en un anell d'emmagatzematge. Allà circulen durant hores amb una energia que es manté constant mitjançant cavitats de radiofreqüència.

Quan els electrons que circulen per l'anell descriuen una corba, emeten radiació electromagnètica de gran intensitat, a longituds d'ona que van des de la llum visible als raigs X. Aquesta llum és molt focalitzada, polaritzada, i s'emet en forma de pulsacions, com el flaix d'una màquina fotogràfica. La radiació emesa, o llum de síncrotró, és dirigida cap a les estacions de treball, on els usuaris la podran utilitzar per a les seves investigacions.

Una font de llum de síncrotró és un laboratori destinat a la investigació de l'estructura i les propietats dels materials mitjançant l'exposició a un feix de llum produït per partícules accelerades en un gran anell circular. Aquesta tecnologia té múltiples aplicacions en diverses disciplines.

Les instal·lacions ocupen 22.870 m², integrades per un gran edifici principal de formigó i vidre en forma de cargol de 140 m de diàmetre, i plantes subterrànies on s'ubiquen tallers i centres de producció d'energia. El síncrotró de Cerdanyola del Vallès requereix una inversió de 200 milions d'euros. Hi treballaran més d'un miler d'investigadors i investigadores. A Europa hi ha prop de 20 síncrotrons, però l'Alba serà l'únic situat al sud de la línia Paris-Trieste (excloent la font europea de Grenoble). Alba és, a més, un dels pocs síncrotrons europeus de tercera generació. Està gestionat pel CELLS (Consorci per a la Construcció, Equipament i Explotació del Laboratori de Llum Síncrotró, finançat conjuntament per la Generalitat i el Govern espanyol).

Les estacions experimentals d'Alba en una primera fase seran set, especialitzades en diverses tècniques experimentals. Les seves set línies d'investigació són les següents: diagnòstic i tractament de malalties, desenvolupament de nous materials d'interès tecnològic, estructura interna de la Terra, estructura cristal·lina de biomaterials (com proteïnes i virus), estudi de materials no cristal·lins (com polímers o biomaterials),

espectroscòpia d'absorció de raigs X, i estructura electrònica de superfícies sòlides.”

Font *La Vanguardia*, “*La Catalunya que ve*”, diumenge 8 de febrer 2009

Introducció dels principis i dels procediments físics

En aquesta unitat estudiareu com es poden accelerar partícules carregades. Per a fer-ho, caldrà aprofundir en detall en una de les forces fonamentals de la natura: la força electromagnètica. Ja heu estudiat abans la força magnètica en la Unitat 9, ara caldrà estudiar la força elèctrica. En fer-ho, haureu de recordar alguns dels conceptes que ja vareu estudiar en el curs de Física de primer de batxillerat, com la càrrega elèctrica i la diferència de potencial.

En tractar el problema de l'acceleració de càrregues, s'introduirà una nova magnitud: el camp elèctric que permetrà estudiar la força elèctrica responsable de l'acceleració d'aquestes.

1 Accelerar partícules

El sincrotró Alba

TV3 té un ampli ventall de vídeos que parlen del sincrotró ALBA. Hi podeu accedir des de

<http://www.tv3.cat/>

posant “sincrotró ALBA” en el cercador.

La Generalitat de Catalunya també us parla de l’ALBA

<http://www.gencat.cat/especial/sincrotronalba/cat/com.htm>

El control del funcionament de l’accelerador ALBA així com els resultats seran observats i analitzats pels científics amb ajuda d’ordinadors que mostraran les diferents informacions en els seus monitors.

El tipus de pantalla electrònica més antiga és el tub de raigs catòdics (CRT, de l’anglès Cathode Ray Tube). Probablement al vostre institut o a casa vostra encara hi ha pantalles d’ordinador i/o televisor que funcionen amb aquesta tecnologia. El seu funcionament es basa en un procés molt simple: llançar electrons damunt d’una superfície de fòsfor. Del xoc en resulta una emissió energètica en forma de llum que és detectada pels nostres ulls. Vist així, una pantalla CRT és el que els físics anomenen un accelerador de partícules.

En els hospitals també hi ha acceleradors de partícules que són utilitzats, per exemple, en radioteràpia. Pels físics, els acceleradors de partícules esdevenen una eina fonamental a l’hora d’estudiar la natura íntima de la matèria, i el funcionament d’aquests es basa, en origen, en la mateixa tecnologia que podem trobar en un tub CRT.

1.1 El monitor CRT

El tub de raigs catòdics és la pantalla electrònica més senzilla que existeix i que encara s’utilitza en TV, monitors d’ordinador i oscil·loscopis.

La Figura 2 mostra un tipus de CRT, el tub de Perrin, anomenat així pel seu dissenyador, Jean Baptiste Perrin (1871-1942) i la Figura 3 mostra el CRT d’un televisor. Dins de cada tub hi ha un canó d’electrons, en el qual els electrons surten d’un elèctrode negatiu (un càtode) i s’acceleren per mitjà d’una diferència de potencial existent entre el càtode i l’ànode (l’elèctrode positiu). El feix resultant d’electrons d’alta energia xoca amb la pantalla fluorescent de fòsfor fent-la brillar. La pressió dins del tub ha de ser pràcticament zero ja que, si hi hagués aire, les molècules d’aquest interaccionarien amb el feix d’electrons i difícilment arribarien a la pantalla. Al voltant del tub, per l’exterior, hi ha les bobines de deflexió que són capaces de desviar el feix d’electrons ja que actuen com imants quan per elles hi circula una certa intensitat de corrent.



Figura 2. Un tub de Perrin

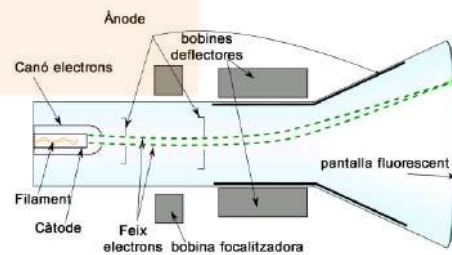


Figura 3. Un CRT de televisor (Imatge adaptada de Interiot i Theresa Knott [CC-BY-SA-3.0], via wikimedia commons)

1.1.1 Canó d'electrons

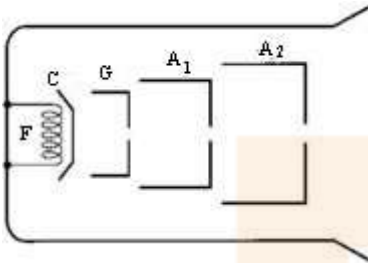


Figura 4. Canó d'electrons

La Figura 4 mostra l'esquema d'un **canó d'electrons**. El filament F s'escalfa amb un corrent elèctric i , per un procés anomenat **emissió termoiónica**, els electrons que tenen prou energia escapen de la superfície del filament, de la mateixa manera que l'aigua s'evapora d'un toll de pluja. Aquests electrons i l'energia radiant que desprèn el filament escalfen un càtode de níquel (C) amb una capa d'una mescla d'òxids de bari i d'estronci, amb el resultat d'una emissió termoiónica d'un gran nombre d'electrons des del càtode.

Una diferència de potencial (voltatge del canó) entre el càtode i els ànodes A_1 i A_2 produeix l'acceleració dels electrons. A_1 pot ser un cilindre buit o un disc amb un forat que enfoca els electrons en un feix estret. A_2 és normalment un cilindre buit amb un disc foradat a través del qual passen els electrons accelerats cap a la pantalla.

Molts canons incorporen a més una graella (G), que és negativa respecte al càtode i d'aquesta manera controlen el nombre d'electrons que passen a través de tot el sistema.

Els electrons xoquen contra la pantalla de fòsfor i queden aturats. La seva energia cinètica es transfereix als àtoms de la capa de fòsfor, que esdevenen excitats. Immediatament, aquests àtoms excitats perden l'excés d'energia emetent fotons.

Per a entendre la manera com els electrons, que per emissió termoiónica són alliberats en el càtode (C), adquireixen energia cinètica en el seu camí cap als ànodes, es pot pensar en una analogia amb el camp gravitatori (Figura 5). Si un objecte de massa, m , es deixa caure des d'una certa altura, la seva energia cinètica augmentarà, mentre que disminuirà l'energia potencial tal i com es desprèn del principi de conservació de



Figura 5. La figura mostra com en el cas d'una massa (esquerra) o d'un electró (dreta), hi ha un guany d'energia cinètica = pèrdua d'energia potencial (Font *Advancing Physics A2*, IOP)

l'energia mecànica. De la mateixa manera, l'electró entre els dos elèctrodes (càtode i ànode) experimenta una variació en la seva energia cinètica deguda a una variació **d'una energia potencial elèctrica**. En el canó d'electrons, els electrons s'acceleren cap a l'ànode perdent energia potencial elèctrica i guanyant energia cinètica.

L'electró s'està movent a través del buit. En aquesta situació l'energia mecànica es conserva. Aplicant el principi de conservació de l'energia

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \quad (1)$$

Així, el guany de l'energia cinètica ha de ser igual a la pèrdua de l'energia potencial elèctrica.

$$\Delta E_C = -\Delta E_P \quad (2)$$

En la Unitat 5 de Física de primer de Batxillerat heu vist que l'energia potencial elèctrica que adquireix una càrrega, Q , ve donada per l'expressió

$$\Delta E_P = q\Delta V \quad (3)$$

on, ΔV , és la diferència de potencial (ddp) existent entre el càtode i l'ànode. Recordeu que en el SI, la ddp es mesura en volts (V).

Si es substitueix l'Equació 3 en l'Equació 2 i es té en compte la Figura 5, s'arriba al següent resultat

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -qV$$

Si considerem també que l'electró estava inicialment en repòs, $v_0 = 0$, i recordem que la càrrega de l'electró és, $q = -e$, aleshores tenim

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \quad (4)$$

Qüestions

1 Contesteu:

- (a) Si un electró s'accelera en un canó amb un voltatge de canó de 5.000 V, quanta energia cinètica adquireix? (expresseu el resultat en J i en eV)
- (b) A quina velocitat surt l'electró del canó? (considereu que en sortir del càtode la velocitat era pràcticament zero).
- (c) Com afectaria a la vostra resposta a l'apartat (b) la presència d'aire al CRT?

(Càrrega de l'electró, $e=1,60 \cdot 10^{-19}$ C, massa electró, $m=9,11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Solució: $8 \cdot 10^{-16}$ J; 5000 eV
Solució: $4,19 \cdot 10^7$ m·s⁻¹

2 Quina ha de ser la ddp entre el càtode i l'ànode d'un CRT per a què els electrons adquireixin una velocitat de 10.000 km·s⁻¹.

Solució: 284 V

Qüestions

- 3 Amb ajuda d'un canó electrònic accelerem diferents partícules sotmetent-les a una ddp variable.
- (a) Completeu la Taula 1.
- (b) Comenteu els resultats obtinguts abans. Analitzeu els valors obtinguts per a la velocitat i l'energia de les diferents partícules.
- 4 Quina és la velocitat que adquiriria un electró en l'interior d'un tub CRT sotmès a una ddp de 500 kV? Analitzeu i comenteu el resultat final.

Solució: $4,19 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Partícula	Potencial V	Massa (kg)	Càrrega (C)	Energia cinètica (J)	Velocitat v (m/s)
electró	1.000 V	$9,11 \cdot 10^{-31}$	$-1,6 \cdot 10^{-19}$		
protó	1 kV	$1,67 \cdot 10^{-27}$	$1,6 \cdot 10^{-19}$		
electró	16.000 V	$9,11 \cdot 10^{-31}$	$-1,6 \cdot 10^{-19}$		
positró	16.000 V	$9,11 \cdot 10^{-31}$	$1,6 \cdot 10^{-19}$		
electró	0,5 MV	$9,11 \cdot 10^{-31}$	$-1,6 \cdot 10^{-19}$		
protó	500.000 V	$1,67 \cdot 10^{-27}$	$1,6 \cdot 10^{-19}$		
protó	5 GV	$1,67 \cdot 10^{-27}$	$1,6 \cdot 10^{-19}$		
alfa	0,5 MV	$6,68 \cdot 10^{-27}$	$3,2 \cdot 10^{-19}$		

Taula 1. Taula per a la Qüestió 3

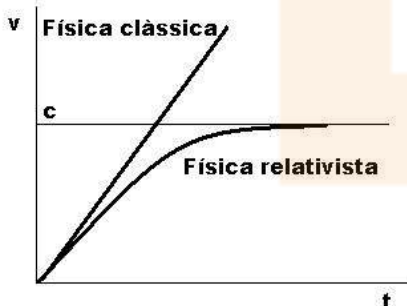


Figura 6. Representació $v(t)$ per a un objecte sotmès a una força constant. La corba mostra que a velocitats petites la física clàssica dona resultats molt propers als de la relativitat.

Assolint una velocitat límit

Les qüestions anteriors mostren com, per a determinades partícules i diferències de potencial, les velocitats adquirides per algunes d'aquestes són superiors a la de la llum en el buit, fet que des d'un punt de vista clàssic no presenta cap inconvenient. Ara bé, la teoria de la relativitat especial afirma que existeix un límit superior per a la velocitat i els resultats obtinguts en les qüestions contradiuen aquest postulat relativístic (Figura 6).

La confirmació experimental de l'existència d'un límit superior per a la velocitat es pot dur a terme amb ajuda d'un canó d'electrons. Si es representa la velocitat dels electrons emesos en funció de la seva energia cinètica s'obté la corba de la Figura 7. Clàssicament esperariem obtenir una línia de creixement indefinit, però la corba experimental mostra com els electrons accelerats, tot i que poden tenir qualsevol energia cinètica, veuen limitada la seva velocitat.

Com és possible això? Com pot ser que l'energia cinètica augmenti i en canvi la velocitat no? La fórmula que coneixeu per a l'energia cinètica és només una aproximació que a petites velocitats dóna resultats exactes, però que quan la velocitat es fa comparable amb la de la llum deixa de ser correcta. En aquesta situació cal recórrer a les equacions plantejades per la relativitat especial que obliguen a redefinir el concepte de massa. Aquesta teoria afirma que la massa relativista d'un objecte depèn de la seva velocitat d'acord a la següent expressió:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5)$$

on, m_0 , és la massa en repòs de l'objecte, v la velocitat de l'objecte i c la velocitat de la llum en el buit.

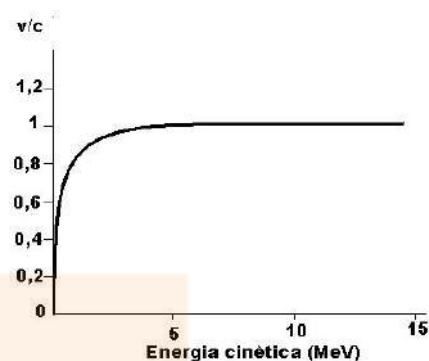


Figura 7. La corba mostra el quocient v/c dels electrons emesos pel canó en funció de la seva energia cinètica.

ACTIVITAT 1 La massa relativista i la velocitat



En aquesta activitat utilitzareu un full de càlcul per a estudiar la relació que, d'acord a la teoria de la relativitat especial, hi ha entre la massa d'un objecte i la seva velocitat.

Es pot demostrar, tenint en compte l'Equació 5 que l'energia cinètica, E_c , ve donada per l'expressió següent

$$E_c = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \quad (6)$$

L'expressió de l'energia cinètica és la diferència entre dos termes. El primer depèn de la velocitat de l'objecte i el segon és independent de la velocitat i s'anomena **l'energia en repòs** de la partícula, E_0 ,

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (7)$$

Es defineix **l'energia relativista total** E d'un cos, com la suma de l'energia cinètica més l'energia en repòs

$$E = E_c + m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8)$$

equació que es pot escriure en termes de la massa relativista (Equació 5) com

$$E = mc^2 \quad (9)$$

Així doncs, en augmentar l'energia subministrada a l'electró, augmenta la seva massa. D'aquesta manera, com més gran és la velocitat, més inèrcia té el cos i costa més seguir augmentant la velocitat d'aquest. És possible augmentar l'energia de la partícula tant com es vulgui sense que augmenti la seva velocitat.

La relació d'Einstein entre la massa i la velocitat de la llum (Equació 9) permet expressar les masses de les partícules que s'acceleren en els acceleradors en unitats d'energia.

Qüestions

5 Supposeu que un electró és accelerat fins a una energia de 20 GeV. Expressau la seva massa en unitats GeV/c^2

6 Un protó té una massa en repòs $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

(a) Quina és la seva energia en repòs? Doneu el resultat en J i en GeV.

(b) Quina és la seva massa en repòs expressada en GeV/c^2 ?

Dades: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Solució: $1,50 \cdot 10^{-10} \text{ J}$; 0,939 GeV

7 Un electró té una energia en repòs de 0,511 MeV. Si l'electró es mou amb una velocitat de $0,8c$, determineu:

(a) La massa en repòs.

(b) La massa relativista.

(c) L'energia relativista total.

(d) L'energia cinètica que adquireix.

Dades: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Solució: $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Solució: $1,5 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$

Solució: 0,852 MeV

Solució: 0,341 MeV

8 Un accelerador de partícules subministra una energia cinètica de 3,0 GeV a un protó.

(a) A quina massa equival aquesta energia? Compareu-la amb la massa del protó en repòs.

(b) Quina és la massa del protó quan la seva energia cinètica és de 100 GeV?

Dades: massa del protó $= 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Solució: $7,0 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Solució: $1,79 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$

9 Calculeu la massa d'un electró quan la seva velocitat sigui de

(a) 0,001 c

(b) $2,4 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

(c) 0,99 c

Dades: massa de l'electró en repòs $= 9,10938188 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Solució: $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

Solució: $1,52 \cdot 10^{-30} \text{ Kg}$

Solució: $6,46 \cdot 10^{-30} \text{ Kg}$

Qüestió

10 La massa en repòs d'un protó és de $1,673 \cdot 10^{-27}$ kg, equivalents a 0,938 GeV. Considereu un protó en moviment amb una massa doble a la seva massa en repòs.

- (a) Calculeu la seva energia cinètica.
 (b) Calculeu la seva velocitat a partir de l'expressió relativista de la massa.
 (c) Calculeu la seva velocitat a partir de la fórmula clàssica $E_c = 1/2 mv^2$

Compareu els dos resultats anteriors.

Solució: 0,938 GeV
 Solució: $2,60 \cdot 10^8$ m·s⁻¹
 Solució: $4,24 \cdot 10^8$ m·s⁻¹

1.1.2 El camp elèctric

En el canó d'electrons, els electrons que provenen del càtode acceleren i per tant, sobre ells actua una força: la força elèctrica. En aquest curs heu estudiat com la força gravitatòria i la força magnètica són descrites sovint en termes de camps (gravitatori o magnètic). Així, també podem definir un camp pel cas de la força elèctrica: el

camp elèctric. El camp elèctric, \vec{E} , es defineix, per analogia al camp gravitatori,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

on, \vec{F} , és la força elèctrica que actua sobre la partícula de càrrega elèctrica, q . La unitat del camp elèctric en el SI és el N·C⁻¹. Fixeu-vos que el camp elèctric és una magnitud vectorial que té la mateixa direcció i sentit que la força elèctrica sobre una càrrega positiva.

Una manera de representar un camp elèctric, de "cartografiar" la seva intensitat i direcció, és igual com es fa amb el camp gravitatori i el magnètic, dibuixar les **línies de camp** que, per definició, van de les càrregues positives cap a les negatives (Figura 8).

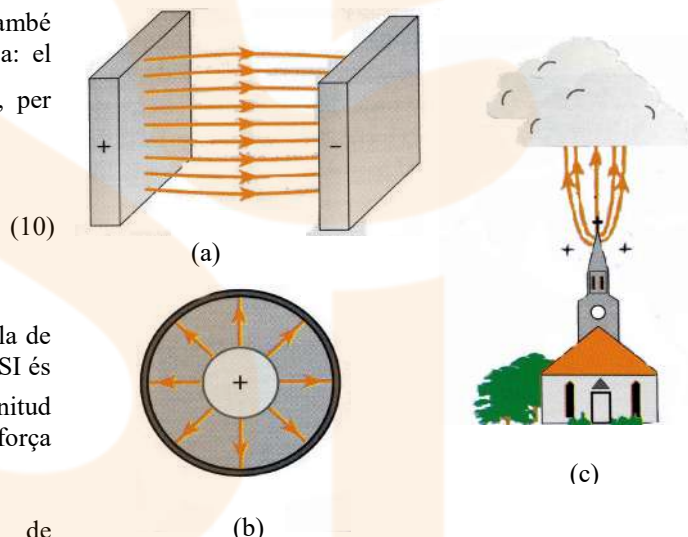


Figura 8. Representacions de les línies de camp elèctric entre dues làmines planes (a), entre dos conductors en un cable coaxial (b) i entre un núvol de tempesta i el parallamps (c)

ACTIVITAT 2 Línies de camp entre dues plaques conductores paral·leles



En aquesta activitat estudiareu la forma que tenen les línies de camp en l'espai que hi ha entre dues plaques conductores paral·leles amb ajuda de la miniaplicació que trobareu a la web:

<http://www.falstad.com/emstatic/>

L'Activitat 2 mostra que el camp elèctric que s'estableix entre les dues plaques paral·leles és aproximadament uniforme i per tant constant. Com

	$E \text{ (N}\cdot\text{C}^{-1}\text{)}$
En els cables elèctrics de casa	10^{-2}
En l'atmosfera	10^{-1}
Sota un núvol de tempesta	10^4
En la descàrrega d'un llamp	10^4
En un tub de raigs X	10^6
En l'electró d'un àtom d'hidrogen	10^{11}
Televisor CRT	16.000

Taula 2 Valors del camp elèctric en diferents situacions

més petita sigui la distància entre les plaques comparades amb la mida d'aquestes, més uniforme serà el camp (els efectes de frontera no seran tan rellevants).

Qüestions

11 Un electró es desplaça per l'interior d'un camp elèctric uniforme de $100 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$. Sabent que surt del repòs, quant de temps tardarà a assolir una velocitat igual al 10% de la velocitat de la llum? Quina distància recorrerà l'electró en aquest temps?

Dades: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Solució: $1,71 \mu\text{s}$; $25,7 \text{ m}$

12 Un protó, sortint del repòs, accelera per l'acció d'un camp elèctric uniforme $E = 8 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ que s'estén fins a una distància de $5,0 \text{ cm}$. Quina és la velocitat del protó en el moment en que abandona la regió del camp elèctric?

Dades: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Solució: $8,7 \cdot 10^5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

13 Un electró es projecta en un camp elèctric uniforme $\vec{E} = 1.000 \vec{i} \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$ amb una velocitat inicial de $2 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en la direcció del camp. Quina distància recorrerà l'electró abans d'aturar-se momentàniament?

Solució: $1,14 \text{ cm}$

1.2 Els acceleradors lineals

Tal com heu vist en un monitor CRT, els electrons són accelerats pel camp elèctric. La mateixa tecnologia ha permès dissenyar i construir acceleradors de partícules que permeten als físics estudiar la composició dels àtoms (Figura 9) i als metges tractar el càncer amb l'ús de la radioteràpia.



Figura 9. Imatge aèria de l'accelerador lineal d'Stanford SLAC que es troba a Califòrnia. És el LINAC més gran que existeix. Té 3 km de longitud i aconsegueix electrons amb energies entre 20 i 50 GeV . Per més informació podeu consultar l'adreça <http://www2.slac.stanford.edu/vvc>

Accelerador lineal d'Stanford.

Voleu fer una visita virtual a l'SLAC? Sigueu benvinguts.

<https://www6.slac.stanford.edu/research>

1.2.1 EL LINAC

En resoldre les qüestions anteriors, heu vist que si la diferència de potencial entre el càtode i l'ànode creix, la velocitat de les partícules també ho fa (recordeu però, que la relativitat ens marca un límit en la velocitat). L'any 1928, el noruec Rolf Wideroe inventà l'accelerador lineal (LINAC), un dispositiu que permet assolir grans energies sense utilitzar grans voltatges.

Un LINAC consisteix en un seguit d'elèctrodes tubulars (Figura 10) connectats a una font de corrent altern.

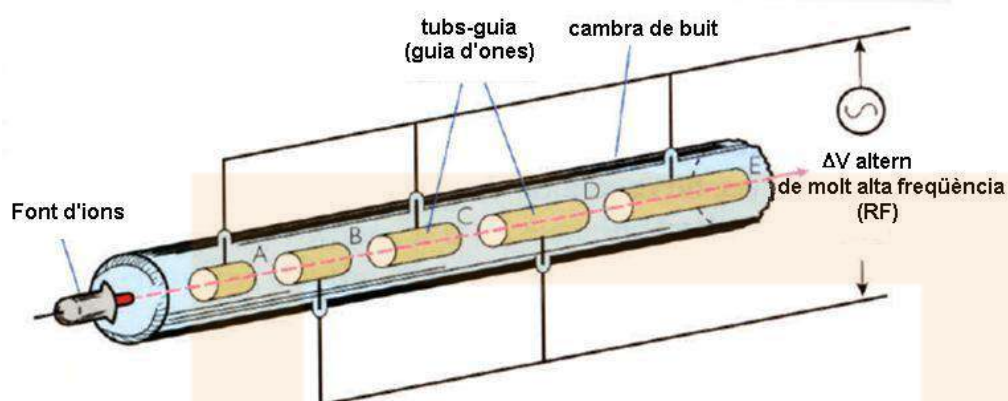


Figura 10. Estructura interna d'un LINAC (Imatge adaptada de Salters Horners Advanced Physics)

Dins de cada elèctrode, el camp elèctric és nul, però entre elèctrode i elèctrode existeix un camp elèctric uniforme originat per una diferència de potencial alterna que provoca l'acceleració dels electrons. La Figura 11 mostra el principi de funcionament d'un LINAC.

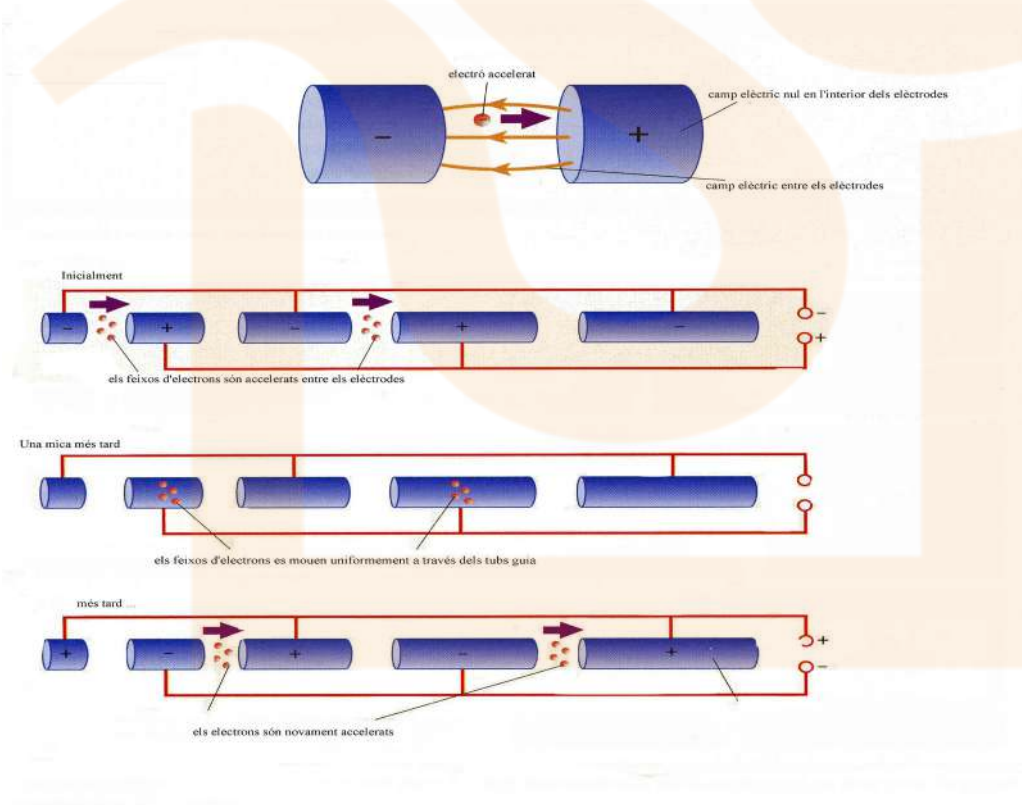


Figura 11. Principis del funcionament del LINAC (Imatge adaptada d'Advanced Physics A2 IOP)



Figura 12. Mapa topogràfic i corbes de nivell. Com més properes estiguin les corbes de nivell (zona A), més gran és el pendent

$$\text{Pendent} = -\frac{\Delta h}{\Delta x}$$

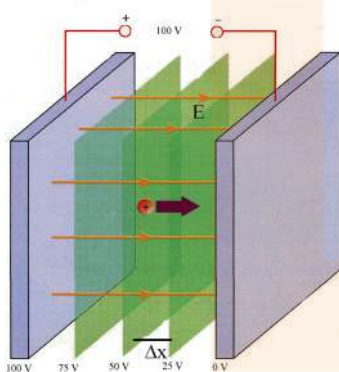


Figura 13. Camp elèctric entre dues plaques paral·leles. Cada superfície entre les plaques representa una superfície equipotencial

$$\text{Pendent} = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

Qüestions

- 14 La Figura 10 mostra l'estructura d'un LINAC. Les partícules carregades recorren els tubs guia a velocitat constant i són accelerades per un camp elèctric als espais (A, B, C ...) entre els tubs. Suposeu que voleu accelerar un electró.
- Quan l'electró és al primer tub guia, raoneu quin signe haurà de tenir el segon per tal que l'electró sigui accelerat. Per què ha de canviar la polaritat del segon tub guia una vegada que l'electró hi hagi arribat?
 - A la vista de l'apartat (a), raoneu per què es fan servir diferències de potencial alternes (que van canviant la seva polaritat) de molt alta freqüència. Acabeu d'explicar l'esquema.
 - Si la diferència de potencial entre dos tubs consecutius és igual a ΔV , quina energia cinètica haurà guanyat l'electró quan hagi travessat un nombre N de tubs guia?
 - Per què els elèctrodes han de ser cada vegada més llargs?
- 15 Feu una petita recerca per trobar els avantatges i inconvenients dels acceleradors lineals.

1.2.2 Potencial elèctric, superfícies equipotencials i línies de camp

Heu vist que una manera de representar el camp elèctric és a través de les línies de camp. Hi ha però, una manera alternativa de fer-ho: dibuixar un mapa de potencials elèctrics.

En un mapa topogràfic per a obtenir les diferents cotes s'uneixen els punts que es troben a la mateixa altura (Figura 12) i s'obtenen les línies que s'anomenen corbes de nivell. En qualsevol punt d'una determinada corba de nivell, una mateixa massa tindrà la mateixa energia potencial gravitatòria, és a dir, estarà a la mateixa altura sobre el nivell del mar. En el cas del camp elèctric, fent servir la mateixa idea, es poden unir tots aquells punts en que una mateixa càrrega tindrà la mateixa energia potencial elèctrica. D'aquesta manera s'obtenen les **superfícies equipotencials** damunt de les quals el potencial elèctric es manté constant. Sovint, per simplificar la resolució de qüestions i problemes, treballarem amb conjunts de càrregues situades en un pla de manera que aleshores parlarem de línies equipotencials i podem mantenir la comparació amb els mapes topogràfics i això ens pot ajudar a la comprensió del concepte de potencial elèctric. Aquest serà el cas de les activitats 3 i 4.

Considerem dues plaques paral·leles. El camp elèctric va dirigit de la placa positiva cap a la placa negativa, tal com mostra la Figura 13 i és aproximadament constant (a condició que les dimensions de les plaques siguin molt més grans que la distància que les separa). Per simetria, els punts que tenen el mateix potencial elèctric defineixen plans paral·lels a les plaques. Aquests plans són les superfícies equipotencials.

En un mapa topogràfic (Figura 12), es pot plantejar el càlcul de la “rapidesa” amb la que canvia el potencial, això correspon al pendent del terreny. En un mapa com més properes estiguin les corbes de nivell, més gran és el pendent a la realitat. En la figura 12 veiem que en els dos casos assenyalats el desnivell, Δh , és de 300 m però els valors de les distàncies Δx són molt diferents ($\Delta x_A \ll \Delta x_B$) de manera que el pendent és molt superior en l’itinerari A, pujada per la cresta a l’Espotlla de l’Aneto, que en el B, pujada per la gelera. Aquesta “rapidesa” de canvi és el que s’anomena gradient del potencial (gravitatori en aquest cas), que més endavant es veurà amb una mica més de detall i que en el cas d’electrostàtica correspondrà al camp elèctric.

ACTIVITAT 3 Mapa de potencials



Construireu un mapa de potencials per a una zona situada entre dos elèctrodes. Una pila de 4,5 V connectada a 2 elèctrodes metàl·lics generarà un camp elèctric a un full de paper de filtre. Si el paper està mullat amb aigua salada, les diferències de potencial es poden mesurar fàcilment amb un “tester” i visualitzar amb agulles de colors clavades.

ACTIVITAT 4 Laboratori virtual de Física



A la pàgina <http://www.fislab.net> trobareu una miniaplicació, *Electrostàtica*, amb la qual podreu simular el camp i el potencial elèctric que creen càrregues puntuals de diferents valors i signes observant la intensitat i la direcció del camp elèctric en diferents punts i les línies de camp així com la relació que tenen aquestes amb les superfícies equipotencials.

L’Activitat 4 mostra que:

- Les línies de camp sempre comencen i acaben en les càrregues (o a l’infinit)
- Les línies de camp mai es poden creuar entre elles.
- Com més intens és el camp, més densitat de línies hi ha.

A més a més, comparant les línies de camp i les línies equipotencials, es pot concloure que:

- Les línies de camp sempre són perpendiculars a les línies equipotencials.
- Les línies de camp sempre van dirigides des dels potencials més alts (més positius) cap als potencials més petits.

Per a entendre el concepte de gradient del potencial es pot fer, de nou, un símil amb la gravetat. Si es deixa anar una pedra des del cim d’una muntanya, aquesta perdrà energia potencial gravitatòria i guanyarà energia cinètica i el ritme de canvi d’aquesta energia cinètica serà més gran pel vessant on el pendent sigui més gran.

En el LINAC, l’electró que accelera entre els elèctrodes, experimenta una variació d’energia potencial elèctrica i, per tant, una variació d’energia cinètica. Si es té en compte el principi de conservació de l’energia mecànica i el teorema de les forces vives que vareu estudiar el curs

passat, el treball de la força resultant, W , és igual a la variació de l'energia cinètica. Aleshores, considerant desplaçaments i treballs infinitesimals

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -q dV$$

$$\frac{\vec{F}}{q} \cdot d\vec{r} = -dV$$

on \vec{F} és la força que actua sobre la partícula de càrrega, q , i $d\vec{r}$, és el desplaçament que experimenta la càrrega. Recordant la definició del camp elèctric, es pot escriure

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Considerant que el camp és uniforme i dirigit al llarg de la direcció x , es pot integrar l'equació anterior per obtenir finalment per a la component E_x

$$E_x = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \quad (11a)$$

Aquesta relació matemàtica ens indica que la intensitat de camp elèctric, E , és igual al **gradient del potencial**, és a dir, a la rapidesa amb què el potencial elèctric canvia d'un punt a un altre i ens diu que una càrrega s'accelera més en la direcció en que el potencial canvia més ràpidament (el pendent de la Figura 13). El signe negatiu de l'Equació 11a indica que el vector camp elèctric té el sentit en què el potencial, V , disminueix.

Habitualment, la mesura del camp elèctric fins i tot utilitzant el gradient del potencial és complicada, però si el camp és uniforme, el càlcul se simplifica molt. L'Equació 11a dona una manera alternativa de mesurar el camp, \vec{E} . La diferència de potencial, ΔV és fàcilment mesurable amb un voltímetre i també és molt fàcil de mesurar la distància, Δx , entre les plaques. Així, el mòdul E del camp elèctric \vec{E} es pot calcular com

$$E = \left| \frac{\Delta V}{\Delta x} \right| \quad (11b)$$

Un anàlisi acurat del concepte de gradient permet veure que:

- El vector \vec{E} té el sentit dels potencials decreixents.
- Una càrrega positiva es mou espontàniament en el sentit dels potencials decreixents.
- Una càrrega negativa es mou espontàniament en el sentit dels potencials creixents.

L'equació 11b dona una altra manera d'expressar el camp elèctric en unitats del SI: el $V \cdot m^{-1}$.

Nota d'estudi

Si volem ser estrictes, la relació entre el camp elèctric \vec{E} (magnitud vectorial) i el potencial V (magnitud escalar) és:

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$$

on $\vec{\text{grad}}$ és una funció vectorial amb derivades parcials sobre la funció potencial i, per tant, que queda fora de l'abast d'aquest text.

Tal com podeu llegir al document principal, únicament podrem aplicar aquesta relació de manera senzilla quan el camp sigui constant en una regió de l'espai (per exemple entre les plaques d'un condensador) utilitzant aleshores l'expressió 11b.

Qüestions

16 Demostreu que les unitats $1 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1} = 1 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$ són equivalents.

17 Contesteu:

- (a) Si el voltatge entre dues plaques paral·leles és d'1 kV i estan separades per 0,1 m, quina és la intensitat del camp elèctric entre les dues plaques? Expressu el resultat en les dues unitats del SI i indiqueu també la direcció i el sentit del camp.
- (b) Quina força elèctrica actuaria sobre una càrrega de $3 \mu\text{C}$ situada entre aquestes plaques?
- (c) Quin treball fa el camp per a moure la càrrega de la placa positiva a la negativa?

Solució: $10^4 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$, $10^4 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$

Solució: 0,03 N

Solució: 0,003 J

18 La pantalla LCD (de l'anglès Liquid Crystal Display) d'una calculadora de butxaca funciona amb una pila d'1,5 V.

- (a) Si les capes conductores de la pantalla estan separades 10 mm, quina és la intensitat del camp elèctric dins del cristall líquid?
- (b) Quina força actuaria sobre un electró lliure dins d'aquest camp elèctric? (càrrega de l'electró = $1,6\cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Solució: $150 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$

Solució: $2,4\cdot 10^{-17} \text{ N}$

19 La base d'un núvol es troba a 2.000 m sobre el nivell del terra i, en les condicions de tempesta, el camp elèctric entre la base del núvol i el terra val $5\cdot 10^4 \text{ V/m}$ (cap amunt). Calculeu la diferència de potencial entre el terra i el núvol.

Solució: 10^8 V

20 Per a fer saltar les espurnes entre els dos terminals d'una bugia s'aplica una tensió de 15 kV. Trobeu la distància entre els terminals si el camp produït era d' $1\cdot 10^6 \text{ V/m}$.

Solució: 0,015 m

21 En la gràfica de la Figura 14 es representa el potencial elèctric que hi ha a l'interior d'un condensador plano paral·lel, en què la x indica la distància a una de les armadures del condensador. La distància entre les armadures és de 10 cm. Feu un esquema del condensador, indicant el signe de les plaques, les línies de camp i les superfícies equipotencials. Determineu:

- (a) La diferència de potencial entre les armadures.
- (b) L'equació de la recta que ajusta els punts de la gràfica i la intensitat del camp elèctric a l'interior del condensador
- (c) Quin treball fa el camp per a traslladar un protó de 600 V a 200 V?

Solució: 600 V

Solució: $6,4\cdot 10^{-17} \text{ J}$

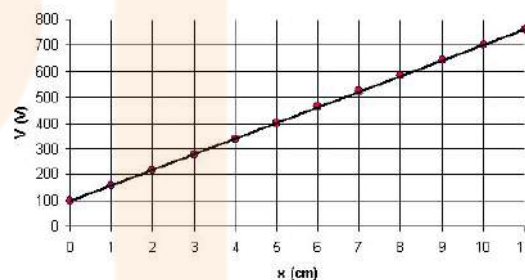


Figura 14. Gràfica per a la Qüestió 21

Qüestió

22 Un condensador pla té les plaques metàl·liques verticals i separades 2 mm. En el seu interior hi ha un camp elèctric constant, dirigit cap a l'esquerra, de valor $10^5 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$.

- Calculeu la diferència de potencial entre les plaques del condensador. Feu un esquema del condensador i indiqueu quina placa és la positiva i quina la negativa.
- Calculeu la diferència de potencial entre dos punts A i B de l'interior del condensador separats 0,5 mm i col·locats de manera que el segment AB és perpendicular al camp elèctric. Justifiqueu la resposta.
- Considereu un electró a la regió entre les dues plaques del condensador. Si el deixem anar des del repòs molt a prop de la placa negativa, determineu amb quina energia cinètica arriba a la placa positiva. Els efectes gravitatoris es poden considerar negligibles.

Dades: càrrega de l'electró $q_e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, massa de l'electró $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Solució: 200 V
Solució: 0 V
Solució: $3,2 \cdot 10^{-17} \text{ J}$

ACTIVITAT 5 Experiment de Millikan



En aquesta activitat determinareu, amb ajuda d'una miniaplicació, la càrrega d'una gota carregada a partir de l'anàlisi de les forces que intervenen.

1.2.3 Desviar el feix de partícules

En un CRT, per a produir una imatge, cal que el feix sigui desviat ràpidament perquè escombri la pantalla línia a línia. Aquesta deflexió és produïda per camps magnètics originats per electroimants.

Una manera alternativa de desviar el feix d'electrons, menys utilitzada, està basada en l'aplicació de camps elèctrics. Fixeu-vos en la Figura 15. Els electrons surten del canó en direcció al centre de la pantalla. Pel camí travessen l'espai entre dues plaques conductores paral·leles. Com ja sabeu, si s'aplica una diferència de potencial, ΔV , entre elles, es produirà, a l'espai que les separa, un camp elèctric constant, d'intensitat

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta x}$$

on, Δx , és la separació entre les plaques. Mentre l'electró estigui entre les plaques, actuarà sobre ell una força constant, $F=qE$, en sentit contrari al camp elèctric, pel fet que l'electró té càrrega negativa.

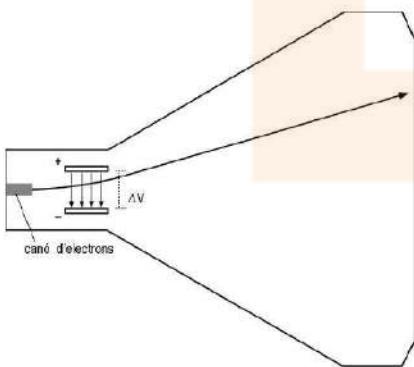


Figura 15. Desviació del feix d'electrons per un camp elèctric

La situació és equivalent a la d'un tir horitzontal com els que heu vist durant el curs passat, només que aquí en comptes del pes tenim la força elèctrica, i aquesta pot dirigir-se cap avall o cap amunt (o cap als costats!).

Exemple Resolt

Considerem un electró que arriba amb una velocitat de $3,00 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a l'espai entre dues plaques de 3,00 cm de llarg separades 1,00 cm i amb una diferència de potencial de 1.000 V (Figura 16).

- El temps que tarda l'electró en travessar l'espai entre plaques.
- El valor del camp elèctric a l'espai entre plaques i la força que actua sobre l'electró
- La velocitat de l'electró a la sortida de les plaques i l'angle que formarà la velocitat final amb la velocitat inicial.

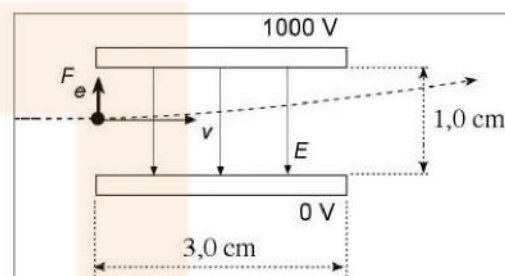


Figura 16. Un electró en passar entre dues plaques es desvia

Resolució.

(a) Es tracta d'un problema de moviment en 2 dimensions. Considerem l'eix horitzontal com eix x i l'eix vertical com eix y . Veiem que en l'eix x no hi actua cap força, per tant, en aquest eix no hi ha acceleració. Aleshores:

$$\Delta x = v_{0x} t \quad 3,00 \cdot 10^{-2} = 3,00 \cdot 10^7 \times t$$

$$t = 1,00 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 1 \text{ ns}$$

(b) Com que el camp elèctric és constant entre les dues plaques, es pot aplicar l'Equació 11b:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta y} = \frac{1000}{1,00 \cdot 10^{-2}} = 1,00 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

El mòdul de la força que actua sobre l'electró serà

$$F = |q|E = 1,60 \cdot 10^{-19} \times 1,00 \cdot 10^5 = 1,60 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

En aquest cas, la força va cap amunt!

(c) La força calculada a l'apartat anterior produeix una acceleració en la direcció de l'eix y que val:

$$F = ma \quad 1,60 \cdot 10^{-14} = 9,11 \cdot 10^{-31} \times a \quad a = 1,76 \cdot 10^{16} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

La component de la velocitat en l'eix x no variarà ja que no hi actua cap força

$$v_x = v_{0x} = 3 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Però en l'eix y hi ha acceleració i, per tant, la velocitat v_y variarà amb el temps d'acord amb l'equació

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t \quad v_y = 0 + 1,76 \cdot 10^{-16} \times 1,00 \cdot 10^{-9} = 1,76 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Es pot calcular el mòdul del vector velocitat

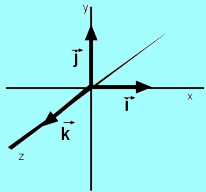
$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3,00 \cdot 10^7)^2 + (1,76 \cdot 10^7)^2} = 3,48 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

i l'angle α que el vector velocitat final forma amb l'eix x (la direcció de la velocitat inicial)

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{1,76 \cdot 10^7}{3,00 \cdot 10^7} = 0,587 \rightarrow \alpha = 30,4^\circ$$

Nota d'estudi

Una manera alternativa per a representar els vectors és la utilització dels vectors unitaris \vec{i} , \vec{j} i \vec{k} que representen, respectivament, **vectors de mòdul 1** en les direccions dels eixos x, y i z.



Considerem un vector \vec{A} expressat de la següent forma

$\vec{A} = (a_x, a_y, a_z)$. Aquest mateix vector es pot escriure utilitzant els vectors unitaris com:

$$\vec{A} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

Qüestió

23 Un electró entra amb una velocitat $v_0 \vec{i}$ en una zona de l'espai

on hi ha un camp elèctric vertical $\vec{E} = -E \vec{j}$ creat per les armadures d'un condensador. Un cop l'electró es troba dins del condensador:

- Raoneu quina de les dues plaques del condensador és la positiva.
- Quines són les forces que actuen sobre l'electró i quines direccions i sentits tenen? Feu-ne una estimació i valoreu si té sentit negligir els efectes de la gravetat.
- Quin moviment descriurà l'electró? Escriviu l'equació de la seva trajectòria tot considerant com a origen de coordenades el punt A d'entrada al condensador.
- Quant de temps trigarà l'electró a sortir de l'espai interior del condensador? Quines seran les coordenades x i y del punt de sortida?

Dades: $E = 10 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $v_0 = 8 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, longitud de les armadures = 10 mm.

Solució: $1,6 \cdot 10^{-18} \text{ N}$; $8,9 \cdot 10^{-30} \text{ N}$
Solució: $1,25 \cdot 10^{-8} \text{ s}$; $(10^{-2} \text{ m}, 1,37 \cdot 10^{-4} \text{ m})$

Qüestions

24 Un dispositiu llança, al mateix temps, en la mateixa direcció i en sentits oposats, un protó i un electró. És a dir, amb velocitats: $\vec{v}(\text{protó}) = -v\vec{j}$, $\vec{v}(\text{electró}) = +v\vec{j}$. Indiqueu en cada cas l'opció triada.

Cas1. Quan el dispositiu es col·loca dins un camp magnètic $\vec{B} = +B\vec{i}$:

- (a) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qvB\vec{k}$
- (b) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qvB\vec{k}$
- (c) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qvB\vec{k}$

Cas2. Quan el dispositiu es col·loca dins un camp elèctric $\vec{E} = +E\vec{j}$

- (d) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qE\vec{j}$
- (e) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qE\vec{j}$
- (f) Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qE\vec{j}$

Nota: q representa el valor absolut de la càrrega de l'electró i la del protó.

25 Una impressora de tinta industrial funciona d'acord a l'esquema que mostra la Figura 17. En aquest es mostra que les gotes de tinta adquireixen càrrega elèctrica i es fan passar per un camp elèctric creat per dues plaques metàl·liques paral·leles. Les gotes que surten del polvoritzador a una velocitat de $40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, tenen un diàmetre de 40 micres i una càrrega de 2 nC. En moure's per les plaques que tenen 1 cm de llarg les gotes es desvien 3 mm cap amunt tal com mostra la figura. Menyspreant la gravetat, quin ha de ser el valor del camp elèctric?

Dada: Densitat tinta = $1.000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Solució: $1608 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$

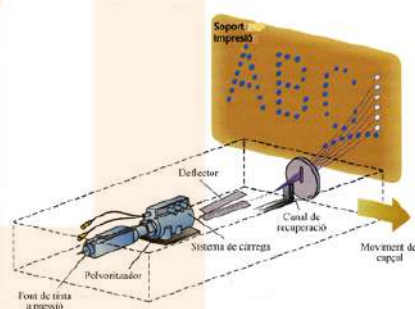


Figura 17. Esquema per a la Qüestió 25 (Imatge adaptada de Tipler)

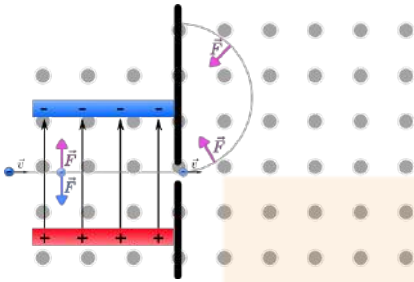


Figura 18. Com que $m_2 > m_1$, el camp magnètic fa que la trajectòria de la partícula 2 sigui més oberta que la de la partícula 1. Així incideixen sobre punts diferents del detector i això permet discriminar les diferents partícules (Font Sgbeer [CC-BY-3.0], via wikimedia commons)

Qüestions

26 A l'hora de dur a terme certs experiments o anàlisis calen uns instruments que permetin analitzar amb gran precisió la composició de diferents mostres per tal de separar els seus constituents en funció de la seva relació càrrega-massa (q/m). Aquests aparells són els espectròmetres de massa, que ja heu estudiat en la Unitat 9 i per a funcionar precisen de la utilització simultània de camps elèctrics i magnètics. Observeu la Figura 18. En el primer tram de l'espectròmetre, la partícula carregada es desplaça per una regió on hi ha un camp elèctric i un camp magnètic perpendicular a aquest. Determineu quina ha de ser la relació entre el camp elèctric E i el camp magnètic B per a que la partícula segueixi una trajectòria rectilínia.

27 Un protó que es mou amb velocitat constant en el sentit positiu de l'eix X penetra en una regió de l'espai on hi ha un camp elèctric $\vec{E} = 4 \cdot 10^5 \vec{k} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ elèctric i un camp magnètic $\vec{B} = -2 \vec{j} \text{ T}$. Determineu la velocitat del protó perquè travessi aquesta regió sense ser desviat.

Solució: $2 \cdot 10^5 \text{ i m} \cdot \text{s}^{-1}$

28 Un feix d'electrons passa, sense ser desviat de la seva trajectòria rectilínia, a través d'una regió de l'espai on existeixen dos camps, un d'elèctric i un de magnètic, mútuament perpendiculars. El feix incideix perpendicularment en els dos camps. El camp elèctric, que se suposa constant, es genera entre dues plaques carregades, paral·leles i separades 1 cm, entre les quals hi ha una diferència de potencial de 80 V. El camp magnètic també és constant, de mòdul $2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$. A la sortida de les plaques, sobre el feix hi actua únicament el camp magnètic, de manera que els electrons descriuen una trajectòria circular d'1,14 cm de radi.

(a) Calculeu el camp elèctric generat per les plaques.

(b) Calculeu la velocitat del feix d'electrons

(c) Deduïu la relació q/m de l'electró.

Solució: $8000 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

Solució: $4 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Solució: $1,75 \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$

ACTIVITAT 6 Determinació de la relació e/m



J.J. Thomson va descobrir que els raigs catòdics eren en realitat electrons que provenien del càtode i amb la utilització de camps elèctrics i magnètics va poder determinar la seva relació e/m . En aquesta activitat utilitzareu una miniaplicació per estudiar amb més detall un tub de raigs catòdics i determinareu la relació e/m de l'electró.

1.3 Els acceleradors circulars

L'ALBA és un sincrotró, un accelerador de partícules circular. La Taula 3 mostra els diferents tipus d'acceleradors circulars així com les seves característiques. Tal com podeu veure, en tots aquests acceleradors el camp magnètic juga un paper essencial i caldrà repassar conceptes que ja heu estudiat.

Els electrons que s'utilitzen en el sincrotró ALBA són generats inicialment per emissió termoiònica i tot seguit, són accelerats fins a una energia de 100 MeV en un LINAC. La fase inicial d'acceleració en un accelerador circular s'aconsegueix per mitjà d'acceleradors lineals en els que el camp elèctric juga el paper essencial i fonamental.

Històricament però, un dels primers acceleradors era molt diferent del LINAC i del sincrotró i fou dissenyat l'any 1929 per Robert J. Van de Graaff.

Màquina	Freqüència (f)	Camp magnètic (B)	Radi (r)
Ciclotró	Constant	Constant	Augmenta amb l'energia
Sincrociclotró	Variable	Constant	Augmenta amb l'energia
Sincrotró	Variable	Variable	Constant

Taula 3. Taula que resumeix les principals característiques dels acceleradors circulars

El generador de Van de Graaff

La wikipèdia en castellà us dona informació sobre aquest primer accelerador. Us mostra també un seguit d'enllaços que poden ser útils per a fer l'Activitat 7.

ACTIVITAT 7 El generador de Van de Graaff

Un exemple d'accelerador el tenim en el generador de Van de Graaff. En aquesta activitat aprendreu aspectes sobre el seu disseny, construcció i funcionament.

1.3.1 Acceleradors lineals i circulars

Per a assolir les grans energies necessàries per a estudiar l'estructura atòmica calen acceleradors cada vegada amb més energia. Per a aconseguir això en un LINAC cal que aquest sigui com més llarg millor. Així, per exemple, l'SLAC (Stanford Linear Accelerator) té una longitud de 3 km i pot arribar a energies de 50 GeV, i el Col·lisionador Lineal Internacional (ILC de l'anglès International Linear Collider), en estudi, que tindrà 31 km de longitud i podrà assolir energies de 500 GeV.

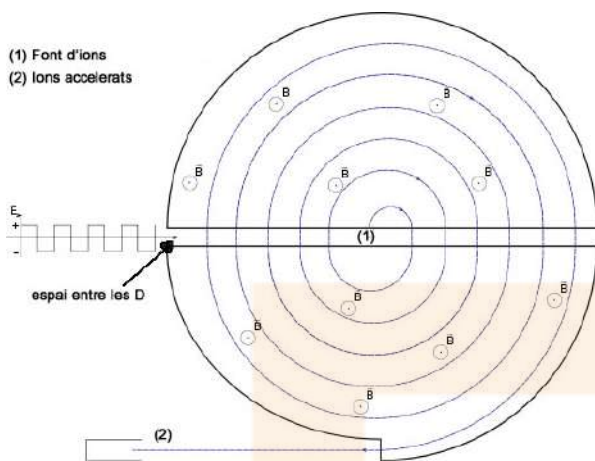


Figura 19. Esquema d'un ciclotró (Font TNorth [CC-BY-SA-3.0], via wikimedia commons)

Tot i que els LINAC continuen sent els acceleradors més emprats, hi ha un tipus d'acceleradors que poden assolir energies més altes: són els acceleradors circulars, el primer dels quals, anomenat **ciclotró**, fou dissenyat i construït per Ernest Lawrence (1901-1958) l'any 1929. Per a construir-lo, Lawrence va utilitzar la mateixa idea de Wideroe d'accelerar les partícules entre les separacions (els gaps) existents entre els elèctrodes en forma de D i dirigir les partícules de nou cap el gap entre els elèctrodes per a repetir el procés (Figura 19). Ara però, en lloc de dirigir les partícules en línia recta, de manera que feien falta més i més elèctrodes si es volia augmentar l'energia de les partícules, Lawrence va utilitzar camps magnètics per tal d'aconseguir "confinar" les partícules en una circumferència i accelerant-les cada mitja volta. L'any 1931, Lawrence va construir un ciclotró d'11 cm de diàmetre de 80 keV.



Figura 20. Dispositiu de radioteràpia per neutrons que són accelerats per un ciclotró (Font Ikiwaner [CC-BY-SA-3.0], via wikimedia Commons)

ACTIVITAT 8 El ciclotró



Un ciclotró és un accelerador de partícules que funciona gràcies a l'aplicació d'un camp elèctric i d'un camp magnètic perpendicular. Sota aquestes condicions, les partícules carregades, electrons fonamentalment, descriuen òrbites tancades. Amb ajuda d'una miniaplicació estudiareu el funcionament d'aquest dispositiu.

Aquest tipus d'acceleradors s'utilitzen en la producció de radioisòtops que seran utilitzats en radioteràpia o en la tomografia per positrons (TEP).

Qüestions

- 29 Un electró està descrivint cercles a un ciclotró en el que el camp magnètic és de 0,01 T
- Quina serà la seva velocitat angular? I el seu període?
 - Depèn la velocitat angular del radi de gir?
 - Quina velocitat tindrà l'electró quan el radi del seu gir sigui de 5 cm?
 - Si la diferència de potencial entre les D és de 200 V, quant augmentarà la seva energia cinètica a cada volta?
 - Quantes voltes haurà de donar per a arribar a 80 keV si l'electró parteix del repòs?

Solució: $1,76 \cdot 10^9 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $3,58 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
Solució: $8,8 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Solució: 400 eV
Solució: 200 voltes

Quan es pretén aconseguir energies més grans, el ciclotró es troba amb un problema. En augmentar la velocitat de les partícules, n'augmenta la seva massa tal com afirma la teoria de la relativitat especial.

A energies més grans de 25 MeV, el període de les partícules va augmentant, de manera que es perd el sincronisme necessari per continuar accelerant les partícules. Quan les partícules passin per la cavitat acceleradora ho han de fer en el sentit correcte del camp per tal d'augmentar la velocitat. Això implica que el camp elèctric ha de variar automàticament el seu període per adequar-se al de les partícules.

Aquest tipus d'accelerador, que representa una primera evolució del ciclotró, rep el nom de **sincrociclotró**.

Qüestió

30 Per què creieu que aquest tipus d'accelerador s'anomena sincrociclotró?

El **sincrotró** (Figura 21) representa una evolució i millora del sincrociclotró. Mentre que en el sincrociclotró es varia només el camp elèctric per a mantenir la capacitat acceleradora, en el sincrotró es fan variar simultàniament tant el camp elèctric com el magnètic. Això permet obtenir energies molt més elevades (el LHC, que és el sincrotró més potent de l'actualitat, pot arribar a energies de 7 TeV).

La construcció d'un sincrotró necessita del més gran enginy de la ment humana ja que es requereixen un seguit de tecnologies molt i molt avançades: superconductors, construcció d'imants molt grans, criogenia etc...

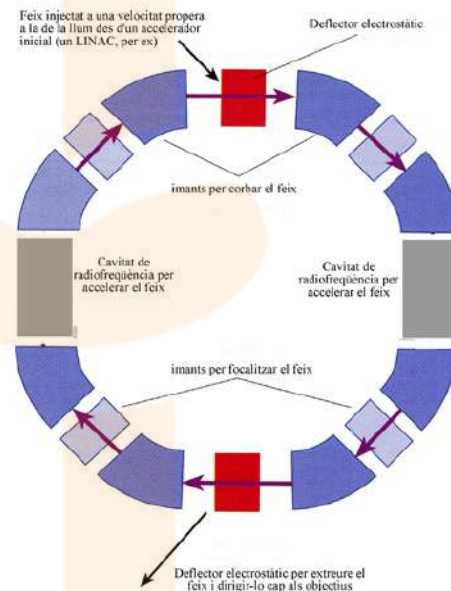


Figura 21. Esquema de funcionament d'un sincrotró (Imatge adaptada de Advanced Physics A2 IOP)

El LHC

La nostra comprensió de l'Univers està a punt de canviar. El LHC ha de permetre recrear situacions com les que hi havia just després del Big Bang. L'estudi dels resultats obtinguts ajudarà a verificar fins a quin punt el Model Estàndard és un bon model.

<http://home.cern/topics/large-hadron-collider>

ACTIVITAT 9 Joc del cern



El CERN és un laboratori situat a prop de Ginebra que conté un seguit d'acceleradors per a fer diferents estudis. En aquesta activitat aprendreu aspectes sobre el funcionament d'aquests acceleradors, especialment el LHC. El joc el podeu trobar a la web:

<https://cern50.web.cern.ch/cern50/multimedia/LHCGame/StartGame.html>

1.3.2 La radiació sincrotró

Heu vist com amb camps magnètics i elèctrics es poden accelerar partícules de manera que assoleixin velocitats cada vegada més grans. Hi ha, però, un parell d'aspectes a tenir en compte. La relativitat imposa un valor màxim en la velocitat que poden adquirir les partícules. Els acceleradors aconsegueixen subministrar més i més energia a les partícules, però les velocitats que assoleixen no poden superar la de la llum. A més, la velocitat màxima també està limitada per l'energia en forma de radiació que emeten les partícules accelerades. Aquesta energia emesa rep el nom de **radiació sincrotró**. Quan l'energia emesa és igual a l'energia injectada en l'accelerador, aquest ja no pot accelerar més les partícules.

D'on prové aquesta radiació sincrotró? En la Unitat 9 heu estudiat el camp magnètic i heu vist que aquest i el camp elèctric estan lligats d'una manera molt íntima donant lloc a una de les forces fonamentals de la natura: la força electromagnètica. Els treballs d'Oersted i Faraday van mostrar que l'electricitat i el magnetisme eren en realitat aspectes diferents de la mateixa força electromagnètica. Els resultats dels seus treballs mostraven com un camp elèctric variable en el temps originava un camp magnètic i que un camp magnètic variable en el temps originava un camp elèctric.

En aquest context, James Clerk Maxwell (1831-1879), va emprendre la tasca de donar un format més teòric i matemàtic a aquests treballs. La teoria de Maxwell va permetre resumir tot l'electromagnetisme en només quatre equacions matemàtiques (**equacions de Maxwell**), la resolució de les quals permetia explicar qualsevol fenomen electromagnètic.

Les equacions de Maxwell afirmen que tota partícula carregada i accelerada emet energia en forma de radiació. En un sincrotró com l'ALBA, els electrons es desplacen seguint trajectòries circulars i, com ja sabeu, en aquest tipus de moviment sempre existeix una acceleració, l'acceleració centrípeta responsable del canvi de direcció del vector velocitat. Per tant, els electrons que es mouen en el si de l'ALBA tenen una certa acceleració i emeten radiació electromagnètica: la **radiació sincrotró**. Si bé aquesta emissió energètica resta rendiment a l'accelerador, ja que les partícules perden energia en emetre aquesta radiació, en el cas de l'ALBA és precisament el que es busca, ja que el que es pretén es utilitzar aquesta radiació electromagnètica per als diferents estudis que es pretenen dur a terme en ell.

Els electrons que es mouen pel sincrotró ALBA ho fan amb energies relativistes i és gràcies a això que es pot obtenir una emissió de la radiació de forma tangencial a la seva trajectòria i formant un angle d'obertura petit. Si la velocitat fos més petita i no tan propera a la de la llum no hi hauria emissió en la direcció paral·lela a l'acceleració, sinó que la intensitat màxima seria per les direccions perpendiculars. El fet que el feix de llum sincrotró sigui estret permet ser dirigida de manera fàcil cap a les àrees on hi ha els detectors: les línies de llum.

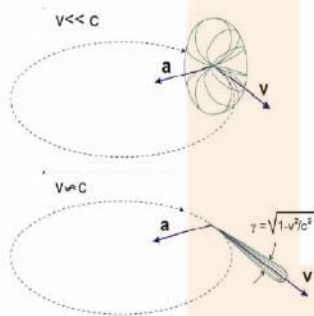


Figura 22. Distribució angular de la radiació emesa per una càrrega elèctrica que descriu una trajectòria circular. A dalt, per velocitats petites; a baix, per velocitats relativistes pròximes a la de la llum. L'obertura del con serà més petita com més gran sigui la velocitat (Font cells.es)

1.3.3 Les equacions de Maxwell

Les equacions de Maxwell

El següent vídeo de la sèrie "Universo Mecánico" us mostrarà els diferents aspectes que apareixen en la teoria de l'electromagnetisme. Un dels punts cabdals del treball de Maxwell es demostrarà que les ones electromagnètiques es propaguen a la velocitat de la llum.

<https://www.youtube.com/watch?v=jQm43p5TRFE>

La resolució de les equacions de Maxwell mostra de manera clara que la llum és una ona electromagnètica i permet unificar en tant sols unes poques equacions tota l'electricitat, el magnetisme i l'òptica. La teoria de l'electromagnetisme de Maxwell és la primera gran unificació de forces (recordeu de la Unitat 7 que la física està buscant contínuament la gran unificació). La demostració experimental d'aquest fet la va dur a terme Heinrich R. Hertz (1857-1894) a l'any 1888 construint un aparell per a produir ones de ràdio.

ACTIVITAT 10 Generació d'ones em.

La següent miniaplicació modela la manera com l'oscil·lació de càrregues generen ones electromagnètiques, experiment que va dur a terme Hertz basant-se en la teoria de Maxwell.

http://phet.colorado.edu/sims/radio-waves/radio-waves_ca.jnlp

L'Activitat 10 mostra només el camp elèctric generat al moure's una càrrega elèctrica. Ara bé, les equacions de Maxwell mostren que un camp elèctric variable en el temps genera un camp magnètic també variable en el temps.

Propagació d'una ona em

Tal com mostren els vídeos de la sèrie "Universo Mecánico", les ones electromagnètiques es propaguen a causa de l'oscil·lació simultània d'un camp elèctric i d'un camp magnètic que són perpendiculars entre ells. La següent miniaplicació us mostra de quina manera.

<http://micro.magnet.fsu.edu/primer/java/polarizedlight/emwave/index.html>

Les ones electromagnètiques

La miniaplicació anterior mostra que el camp elèctric i el camp magnètic generats per l'antena són perpendiculars i la direcció de propagació de l'ona és perpendicular a les vibracions dels dos camps. Així doncs, la llum és una ona electromagnètica transversal i \vec{E} i \vec{B} són perpendiculars entre si i perpendiculars tots dos a la direcció de propagació de l'ona (Figura 23).

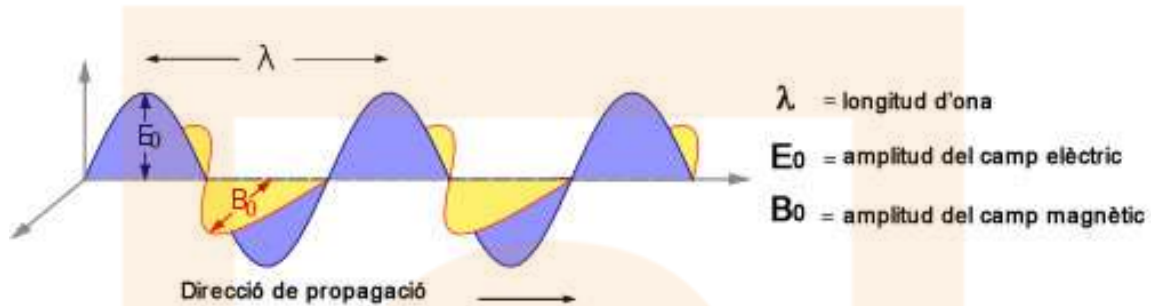


Figura 23. Esquema que mostra la relació que hi ha entre la direcció de propagació de l'ona electromagnètica, la direcció del camp elèctric, \vec{E} , i la del camp magnètic, \vec{B} (Imatge adaptada de Jmelero [CC-BY-SA-3.0], via wikimedia commons)

Nota d'estudi

Recordeu que a la Unitat 6 heu vist que l'equació general de les ones és

$$y_p(t, x) = A \sin(\omega t \pm kx)$$

Matemàticament les funcions $y = \sin \alpha$ i $y = \cos \alpha$ tenen la mateixa forma, només es diferencien en que l'una està desplaçada respecte l'altra en l'eix de les x .

Igual que en el cas d'una ona transversal que es propaga en una corda, es poden escriure les equacions que descriuen la vibració dels respectius camps. En el cas d'una ona electromagnètica plana les equacions són

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$B = B_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

on E_0 i B_0 representen les amplituds de l'oscil·lació dels camps.

Es pot demostrar que les amplituds (mòduls) dels vectors de E i B es relacionen segons

$$E_0 = cB_0 \quad (12)$$

on c és la velocitat de la llum.

L'Equació 12 s'aplica als valors màxims dels camps, però es pot demostrar que també és aplicable als valors instantanis

$$E = cB$$

2 Detectar partícules

El LHC és el gran accelerador de partícules que ha construït el CERN a prop de Ginebra. En ell s'hi ha de dur a terme un seguit d'experiments en quatre grans detectors: el CMS, el LHC-b, l'ATLAS i l'ALICE (Figura 24). Tots aquests detectors fan ús dels camps elèctrics i magnètics per a determinar diferents característiques de les partícules subatòmiques que s'han de crear en les col·lisions entre els hadrons.

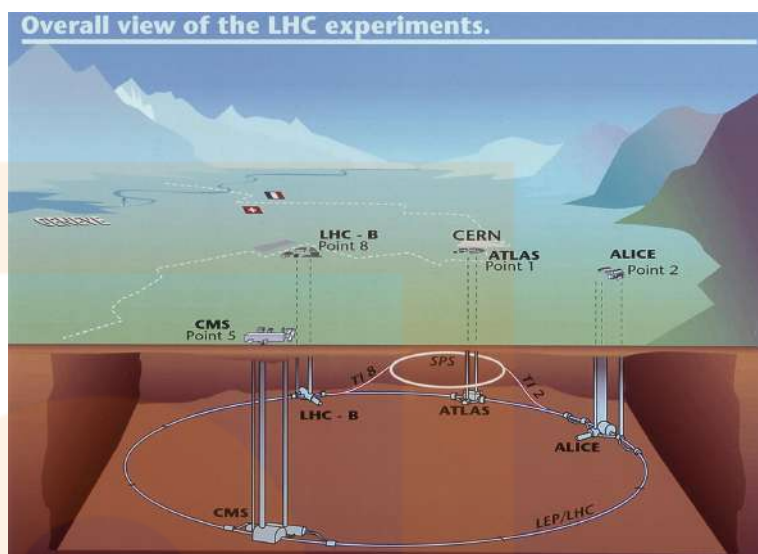


Figura 24. Imatge que mostra els 4 detectors del LHC (Font CERN)

ACTIVITAT 11 Detectar les radiacions



Llegiu el següent text sobre la detecció de diferents radiacions i feu les qüestions que es plantegen.

2.1 El Geiger: un exemple de camp elèctric no uniforme

Per tal de detectar la radioactivitat, Geiger i Muller van dissenyar el comptador que porta el seu nom (Figura 25). Està format per un tub, que actua com a càtode, i per un fil conductor, que actua com a ànode, situat al centre i coaxial al tub. L'espai entre ells està ple d'un gas i amb una diferència de potencial elevada (d'uns 1.000 V). Quan una partícula carregada passa pel tub, o bé les radiacions X o gamma interactuen amb els àtoms del gas, aquests s'ionitzen i alliberen electrons, obtenint-se així una "pluja" d'electrons que crea un corrent elèctric que es pot detectar gràcies a l'intens camp elèctric que amplifica la ionització d'una sola partícula incident.

Com és el camp elèctric que crea un cable conductor? En física, les simetries, tal com heu vist en unitats anteriors, juguen un paper molt important i permeten resoldre alguns problemes d'una manera molt simple. En el cas d'un fil conductor, és obvi que, per simetria, les línies de camp han de ser radials al cable conductor (Figura 26). Aquest fet, junt amb el fet que la intensitat del camp elèctric E està relacionada amb

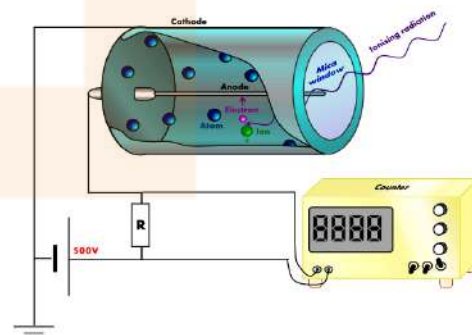


Figura 25. Esquema d'un comptador Geiger (Font Theresa Knott [CC-BY-SA-2.5], via wikimedia commons)

la densitat de línies de camp, ens permetrà trobar la relació entre el camp i la distància al cable.

Suposeu que el cable està envoltat d'una superfície cilíndrica, de radi r i longitud L , travessada per les diferents línies de camp, tal com mostra la Figura 26. L'àrea d'aquesta superfície cilíndrica és igual a

$$2\pi rL$$

Si el radi d'aquesta superfície es fa el doble de gran i es té en compte que el nombre de línies de camp que la travessen ha de ser el mateix, la densitat de línies de camp disminuirà a la meitat i per tant també ho farà la intensitat de camp. Per tant es pot dir que la intensitat de camp elèctric E i el radi r són inversament proporcionals

$$E \propto \frac{1}{r}$$

Fixeu-vos que el camp elèctric proper al cable del comptador Geiger és molt intens i a mida que ens allunyem (r augmenta) la intensitat del camp disminueix ràpidament. El camp elèctric creat pel fil conductor no és uniforme, sinó que disminueix amb la distància al cable.

En el comptador Geiger, com més a prop del cable estiguin els ions, generats en passar una partícula carregada, més ràpidament s'acceleren, xoquen amb altres molècules de gas i creen un gran nombre d'electrons que en arribar al cable generen un corrent elèctric que es detecta en el circuit extern. Així un allau d'electrons es detecta com una pulsació en el corrent que indica que una partícula carregada ha travessat el comptador.

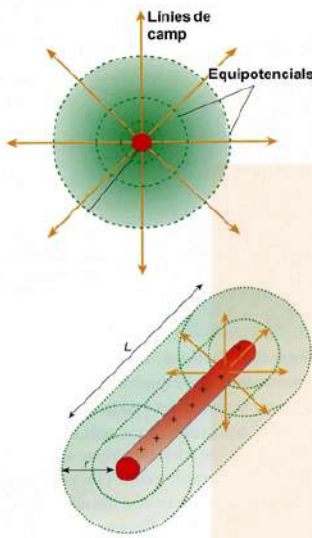


Figura 26. El mateix nombre de línies de camp travessen cada superfície cilíndrica envoltant el cable

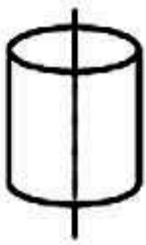


Figura 27. Esquema per a la Qüestió 31

Qüestió

31 Un filament incandescent, que es troba a un potencial elèctric de 0 V, emet un electró inicialment en repòs. L'electró és recollit per un cilindre coaxial, metàl·lic, que es troba a un potencial de 1.000 V. Determineu l'energia amb què impacta l'electró en el cilindre (Figura 27). Expressau el resultat en eV.

Dades: $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C, $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}$ J

Solució: 1.000 eV

El detector multifils

En el text de l'Activitat 11 heu vist alguns dels detectors que utilitzen els físics de partícules i en concret heu llegit sobre el detector de multifils (Figura 28) que va idear Georges Charpak.

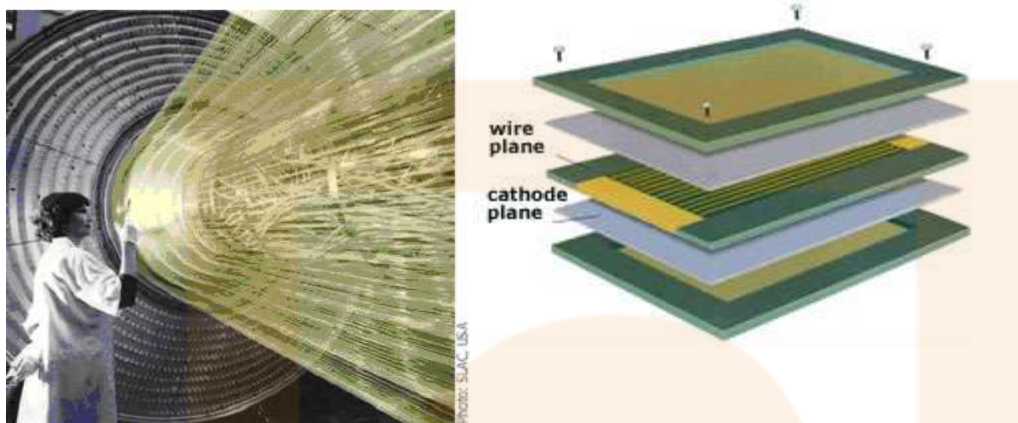


Figura 28. Esquema d'un detector multifils (Font Nobelprize.org)

Aquests detectors estan formats per un gran nombre de fils (d'uns 20 micròmetres de diàmetre) que es troben a un elevat potencial positiu respecte a un feix de cables negatius. Quan una partícula carregada passa a prop d'un dels fils positius, es crea un allau d'electrons i per tant un pols elèctric en aquest fil. Això possibilita saber en tot moment en quina regió del detector ha tingut lloc cada succés.

2.2 Les partícules carregades

Els físics de partícules analitzen totes les traces que deixen les partícules en els detectors. Sovint, aquestes partícules, que podem considerar puntuals, presenten càrrega elèctrica i per tant creen un camp elèctric que es pot detectar. Tot seguit estudiareu el camp elèctric que creen les partícules i com es pot mesurar.

2.2.1 El camp elèctric creat per una càrrega puntual

En el cas de partícules carregades puntuals, també es pot recórrer a arguments de simetria tal com s'ha fet amb el del cable conductor per a trobar el camp elèctric que una partícula puntual crea al seu voltant. Les línies de camp també seran radials en totes les direccions, de manera que si es pren qualsevol circumferència de radi r centrada en la càrrega puntual, el nombre de línies de camp que la travessen serà sempre el mateix (Figura 29). Com que l'àrea d'una esfera ve donada per

$$S_{\text{esfera}} = 4\pi r^2$$

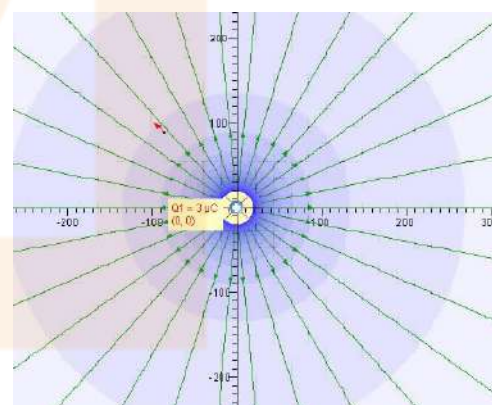


Figura 29. Camp creat per una càrrega puntual positiva. Es pot veure com les línies de camp presenten una simetria radial en una càrrega puntual (Font <http://www.fislab.net/>)

la intensitat de camp elèctric, E , en un punt ha de ser inversament proporcional al quadrat de la distància, r , del punt a la càrrega

$$E \propto \frac{1}{r^2}$$

Òbviament, la intensitat de camp, E , també ha de ser proporcional a la càrrega, q , que crea el camp, de manera que es pot escriure

$$E \propto \frac{q}{r^2}$$

Nota d'estudi

Recordeu que a la Unitat 7 "Planetes i estrelles" es va veure que, a les proximitats d'una massa puntual M , la intensitat del camp gravitatori val

$$g = GM/R^2$$

Si es compara aquesta expressió amb el de la intensitat del camp gravitatori creat per una massa puntual M , es veu que són semblants.

Aquest fet permet escriure la següent expressió per a la intensitat de camp elèctric

$$E = k \frac{q}{r^2} \quad (13)$$

on k és la constant de proporcionalitat. Aquesta constant no és una constant universal com en el cas del camp gravitatori sinó que depèn d'una magnitud anomenada **permitivitat**, ϵ , que depèn del medi. L'expressió de la constant k en funció de la permitivitat és

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

Si el medi és el buit, la permitivitat es representa per ϵ_0 i val $8,854 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^2$ en unitats del SI. Així la constant k en el buit és

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}$$

i la intensitat de camp elèctric es pot escriure com

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (14)$$

Tenint en compte el caràcter vectorial del camp elèctric, l'Equació 14 s'hauria d'escriure vectorialment

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \quad (15)$$

on \vec{u}_r és un vector unitari en la direcció del segment que uneix la càrrega i el punt. Recordeu que, per a càrregues puntuals la direcció del camp elèctric és radial i si la càrrega és positiva el sentit és el que s'allunya de la càrrega i si la càrrega és negativa el vector camp apunta cap a la càrrega.

Qüestions

32 Calculeu el valor del camp elèctric que crea el protó del nucli de l'àtom d'hidrogen a una distància de 0,037 nm.

Solució: $1,05 \cdot 10^{12} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

33 Calculeu la intensitat de camp elèctric a una distància de $1,0 \cdot 10^{-13} \text{ m}$ d'un nucli d'or (càrrega = +79e). Quina intensitat tindrà el camp a un punt 10 vegades més allunyat del nucli? I a un punt 1000 vegades més allunyat?

Solució: $1,14 \cdot 10^{19} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$; $1,14 \cdot 10^{17} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$; $1,14 \cdot 10^{13} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

34 Una càrrega de $4,0 \mu\text{C}$ està situada a l'origen de coordenades.

(a) Quin és el valor i direcció del camp elèctric en un punt situat sobre l'eix x a $x = 6 \text{ m}$?

(b) Quin és el valor i direcció del camp elèctric en un punt situat sobre l'eix y a $y = -3 \text{ m}$?

Solució: $1000 \text{ i N} \cdot \text{C}^{-1}$
Solució: $-4000 \text{ j N} \cdot \text{C}^{-1}$

2.2.2 La força elèctrica

El camp elèctric ens permet revisar de nou el concepte de camp. L'Equació 14 ens indica que una partícula carregada en l'espai crea al seu voltant un camp de forces, d'igual manera que ho fa una massa que crea un camp d'atracció gravitatòria. El camp de forces es posa en evidència quan es col·loca una segona partícula carregada en l'espai, a una certa distància de la primera càrrega, i sobre ella actua una força d'atracció o de repulsió. En el cas de les partícules carregades es crea un camp elèctric.

Per analogia amb el camp gravitatori, es pot trobar la força d'atracció o repulsió que actua sobre una càrrega en el camp elèctric. A partir de l'Equació 10 s'obté la relació entre el camp elèctric i la força que actua sobre la partícula en el si del camp. Aquí caldrà distingir entre la càrrega que crea el camp, Q_1 , i la càrrega, Q_2 , sobre la que actua la força elèctrica.

$$\vec{F} = Q_2 \vec{E}$$

on, \vec{E} , és el camp elèctric creat per la càrrega, Q_1 .

Substituint l'expressió del camp elèctric creat per la partícula amb càrrega Q_1 , (Equació 15), s'obté la força elèctrica

$$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{u}_r \quad (16)$$

on, \vec{u}_r , representa un vector unitari que està dirigit al llarg del segment que uneix les càrregues, i el sentit s'obté tenint en compte el signe de les càrregues. Aquesta expressió rep el nom de **Llei de Coulomb**, i tal com podeu veure, és molt semblant a la llei de la gravitació universal de Newton. En els dos casos, la força és proporcional a la quantitat d'una

Nota d'estudi

Recordeu de la Unitat 7 "Planetes i estrelles" que la llei de gravitació universal de Newton diu que la força d'atracció gravitatòria entre dues masses M i m , puntuals, val

$$f_g = GMm/R^2$$

certa magnitud (el producte de la càrrega o de la massa de les partícules), inversament proporcional al quadrat de la distància i dirigida al llarg del segment que les uneix. Hi ha, però, una gran diferència; la força gravitatòria sempre és atractiva i l'elèctrica pot ser atractiva o repulsiva.

ACTIVITAT 12 Explorar la llei de Coulomb



Exploreu la relació inversa al quadrat de la distància de la força electrostàtica entre dos cossos carregats.

Qüestions.

35 La Terra té un camp elèctric a prop de la superfície que és aproximadament igual a $150 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$ i que està dirigit cap avall.

- (a) Calculeu el valor de la força elèctrica exercida sobre un electró. Cap a on va dirigida la força? Doneu el resultat utilitzant la notació vectorial.
- (b) Compareu la força elèctrica que heu calculat abans amb la força gravitatòria que la Terra exerceix sobre l'electró.
- (c) Quina hauria de ser la càrrega d'una moneda de 3 g per a què el camp elèctric equilibrés el seu pes?

Dades: $m(\text{electró}) = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: $2,41 \cdot 10^{-17} \text{ j N}$
Solució: $1,96 \cdot 10^{-4} \text{ C}$

36 Considereu l'àtom d'hidrogen en el que la distància mitjana entre el protó que forma el nucli i l'electró és de 0,037 nm.

- (a) Quin és el valor de la força elèctrica entre ells?
- (b) Quin és el valor de la força gravitatòria entre ells?
- (c) Analitzant els resultats anteriors, quina serà la força responsable de l'estructura de l'àtom?

Dades: $m(\text{protó}) = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $m(\text{electró}) = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: $1,68 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
Solució: $7,41 \cdot 10^{-47} \text{ N}$

37 Calculeu la força que actua entre dues càrregues, cada una de 10 nC separades una distància de 5 cm.

Solució: $3,6 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

38 Calculeu la intensitat de camp elèctric en un punt en el que una càrrega de 200 mC experimenta una força de 10 N.

Solució: $50 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$

39 Uns quants electrons s'han adherit a una gota d'oli, de manera que adquireix una càrrega de $9,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. La gota cau inicialment pel pes, però es frena i queda en suspensió a causa de l'aplicació d'un camp elèctric. La massa de la gota és $3,33 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$ i es pot considerar puntual.

- (a) Determineu quants electrons s'hi han adherit.
- (b) Calculeu el valor del camp elèctric aplicat per a què la gota quedi en equilibri de forces.
- (c) Calculeu la força elèctrica entre aquesta gota i una altra d'igual si la separació entre totes dues és de 10 cm. Indiqueu si la força és atractiva o repulsiva.

Solució: 6 electrons
Solució: $3,4 \cdot 10^4 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$
Solució: $8,29 \cdot 10^{-25} \text{ N}$

La llei de Coulomb es pot aplicar a qualsevol objecte que tingui càrrega elèctrica, des de partícules subatòmiques a objectes macroscòpics que es puguin considerar puntuals. Es pot aplicar també a càrregues que estiguin immerses en qualsevol medi, sigui el buit, l'aigua, ... En aquest cas, l'Equació 16 s'escriu com

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

on ϵ és la permitivitat en el medi que envolta les càrregues.

Material o medi	Permitivitat relativa ϵ_r	Permitivitat del medi ϵ ($N^{-1}m^{-2}C^2$)	constant k ($Nm^2 \cdot C^{-2}$)
Aire	1,00059		
Baquelita	4,9		
Mica	5,4		
Neoprè	6,9		
Policarbonat	3,0		
PVC	3,2		
PTFE (Tefló)	2,1		
Paper	3		
Porcellana	7		
Vidre	6		
Aigua (a 20°C)	81		

ACTIVITAT 13 Determinació de permitivitats

Sovint es parla de la permitivitat relativa ϵ_r d'un medi més que de la seva permitivitat. Ambdues es poden relacionar de manera molt senzilla a partir de la següent relació: $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$. Un cop determinada la permitivitat del medi es pot calcular la constant k del medi. Completeu la següent taula.

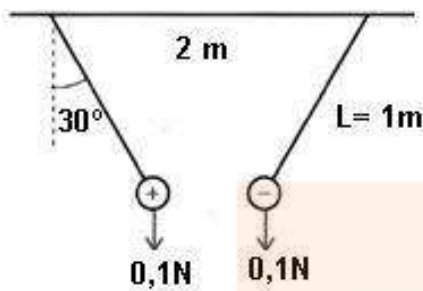


Figura 30. Diagrama per a la Qüestió 40

Qüestions

40 Calculeu la força electrostàtica que actua sobre cadascuna de les boles de la Figura 30. Feu servir les dades que mostra el diagrama. Calculeu també les càrregues, suposant que les dues són iguals en valor absolut

Solució: 0,06 N; 2,58 μC

41 Calculeu la força elèctrica que actua entre dues càrregues iguals a 10 nC separades 5 cm de distància:

- En el buit.
- En l'aigua.
- En l'aire.

Solució: $3,60 \cdot 10^{-4}$ N

Solució: $4,38 \cdot 10^{-6}$ N

Solució: $3,59 \cdot 10^{-4}$ N

2.2.3 Camp elèctric creat per diverses càrregues

Tal com ja heu estudiat en la unitat del camp gravitatori, per a calcular el camp elèctric total que creen diverses càrregues elèctriques cal aplicar el **principi de superposició**. En fer-ho, cal tenir present el caràcter vectorial del camp elèctric (igual que en el cas del camp gravitatori) i sumar vectorialment el camp elèctric creat per cadascuna de les càrregues.

Si hi ha diverses càrregues $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$ que creen cadascuna un camp elèctric $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3 \dots$ en un punt P de l'espai, el camp elèctric total o resultant, \vec{E} , en aquest punt es pot escriure com

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum_i \vec{E}_i$$

A la Figura 31 s'hi representen dues situacions de la suma vectorial del camp elèctric en un punt

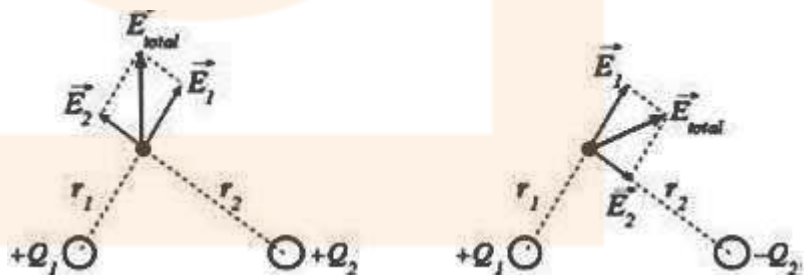


Figura 31. Camp elèctric creat per dues càrregues en un punt. (a) dues càrregues positives i (b) dues càrregues de signe contrari

Exemple Resolt

Dues càrregues puntuals, $Q_A = -2\mu\text{C}$ i $Q_B = 3\mu\text{C}$, estan situades en els punts $A = (0,0)$ i $B = (0,3)$, respectivament. Determineu

- El camp elèctric creat per aquestes càrregues en el punt $P = (4,0)$
- Quina és la força que exerceixen les dues càrregues sobre una altra càrrega $q = -0,1\mu\text{C}$ situada en el punt P ?

Nota: les coordenades dels punts estan expressades en cm.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

Resolució.

a) La Figura 32 mostra un esquema on se situen les càrregues, Q_A , Q_B , i el punt P on s'ha de calcular el camp elèctric. En la Figura 33 es dibuixen els vectors camp elèctric que crea cada càrrega en el punt P , \vec{E}_A i \vec{E}_B .

Per a calcular el camp elèctric total \vec{E} , en primer lloc es calculen els mòduls dels vectors \vec{E}_A i \vec{E}_B

$$E_A = k \frac{|Q_A|}{r_A^2} = 1,13 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$E_B = k \frac{|Q_B|}{r_B^2} = 1,08 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Ara cal fer la suma vectorial per components. Si observeu la Figura 33, el camp \vec{E}_B té components horitzontals, E_{Bx} i E_{By} , donades per

$$E_{Bx} = E_B \cos \alpha = 8,64 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$E_{By} = -E_B \sin \alpha = -6,48 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Aplicant el principi de superposició s'obté el camp elèctric total

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$$

on, E_x i E_y , són les components del vector \vec{E} i es calculen segons

$$E_x = -1,13 \cdot 10^7 + 8,64 \cdot 10^6 = -2,66 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$E_y = -6,48 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Així, el camp total en el punt P vindrà donat pel vector

$$\vec{E} = -2,66 \cdot 10^6 \vec{i} - 6,48 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

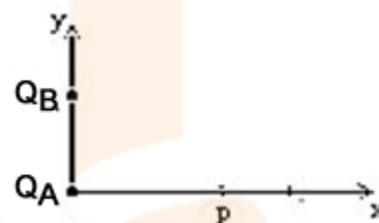


Figura 32. Distribució de les càrregues de l'exemple resolt

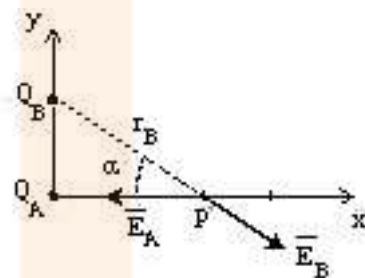


Figura 33. Distribució de càrregues i camp elèctric que crea cada càrrega en el punt P

que té per mòdul

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 7,00 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

b) Per a calcular la força que actua sobre la càrrega $q = -0,1 \mu\text{C}$, només cal tenir en compte la relació que hi ha entre la força i el camp elèctric (Equació 10)

$$\vec{F} = q\vec{E} = -0,1 \cdot 10^{-6} \times (-2,66 \cdot 10^6 \vec{i} - 6,48 \cdot 10^6 \vec{j}) = +2,66 \cdot 10^{-1} \vec{i} + 6,48 \cdot 10^{-1} \vec{j} \text{ N}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 7,00 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

Qüestions

42 Un dipol és un sistema elèctric format per dues càrregues iguals i de signe contrari separades una certa distància. Suposeu un dipol format per dues càrregues de $0,25 \mu\text{C}$ separades $1,0 \text{ m}$. Dibuixeu i calculeu:

- (a) El camp elèctric al punt mitjà del segment que uneix ambdues càrregues.
- (b) El camp elèctric en un punt que es trobi sobre la mediatriu del segment que uneix ambdues càrregues, a $0,5 \text{ m}$ de distància del punt mitjà d'aquest segment.

Solució: $18000 \text{ i N} \cdot \text{C}^{-1}$

Solució: $6,37 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

43 Raoneu si es pot anul·lar el camp elèctric en algun punt de la línia que uneix les càrregues d'un dipol elèctric.

44 Dibuixeu les línies de camp corresponents al dipol de la Qüestió 42.

45 Dues càrregues iguals i del mateix signe es troben separades una distància d . Raoneu en quin o quins punts de l'espai que les envolta s'anul·la el camp elèctric total.

46 Dues càrregues de -20 nC i 5 nC es troben separades $0,50 \text{ m}$. Calculeu el camp elèctric al punt mitjà de la línia que les uneix.

Solució: $-3600 \text{ i N} \cdot \text{C}^{-1}$

47 Dibuixeu i calculeu el camp elèctric en el punt P de les configuracions que apareixen en la Figura 34.

Solució: $-845,41 \text{ i } -845,41 \text{ j N} \cdot \text{C}^{-1}$; $2018,38 \text{ i } + 5618,38 \text{ j N} \cdot \text{C}^{-1}$

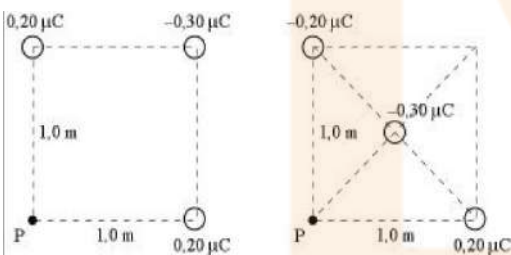


Figura 34. Distribucions de càrrega per a la Qüestió 47

ACTIVITAT 14 Un model de la dispersió de Rutherford



El model de l'àtom proposat per Rutherford situa un nucli positiu al voltant del qual giren els electrons positius. Amb ajuda d'una simulació investigareu la dispersió de Rutherford.

2.2.4 Potencial i energia potencial

En els apartats anteriors heu vist que les expressions tant de la força elèctrica com del camp elèctric són totalment anàlogues a les del camp gravitatori que heu estudiat en la Unitat 7. Podem utilitzar la mateixa analogia per tal d'obtenir les corresponents expressions per al potencial elèctric i l'energia potencial elèctriques associades a càrregues puntuals. En la Taula 4 es mostra un esquema de les analogies entre els dos tipus d'interacció i les expressions corresponents.

<i>Interacció gravitatòria</i>	<i>Interacció elèctrica</i>
<i>Força entre dues partícules</i>	
$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$	$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{u}_r$
<i>Camp creat per una partícula en un punt de l'espai</i>	
$\vec{g} = -G \frac{m}{r^2} \vec{u}_r$	$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
<i>Potencial creat per una partícula en un punt de l'espai</i>	
$V = -G \frac{m}{r}$	$V = k \frac{Q}{r}$
<i>Energia Potencial d'un sistema de dues partícules (origen a l'infinit)</i>	
$E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}$	$E_p = k \frac{Q_1 Q_2}{r}$
<i>Treball que fa el camp per desplaçar una partícula entre dos punts a velocitat constant (En general $W_{Total} = \Delta E_c$)</i>	
$W_{camp} = -\Delta E_p$	
$W_{camp} = -m\Delta V$	$W_{camp} = -q\Delta V$
<i>Treball que fa la força externa que cal aplicar per desplaçar una partícula entre dos punts a velocitat constant</i>	
$W_{ext} = \Delta E_p$	
$W_{ext} = m\Delta V$	$W_{ext} = q\Delta V$
<i>Força entre masses sempre atractiva</i>	<i>Força entre càrregues pot ser atractiva o repulsiva</i>

Taula 4. Taula comparativa entre les interaccions gravitatòria i elèctrica

Si en lloc d'una càrrega puntual teniu una distribució de càrregues, a l'hora de fer el càlcul, haureu d'utilitzar de nou el principi de superposició, que en aquests casos resulta molt més senzill d'aplicar que quan sumàvem camps elèctrics o forces, ja que els potencials i les energies potencials són escalars. Així si $V_1, V_2, V_3 \dots$ són els potencials creats per les càrregues, $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$ en un punt de l'espai, el potencial elèctric en aquest punt ve donat per

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots = \sum_i V_i$$

Si una càrrega puntual, Q_1 , crea un camp elèctric en l'espai, en col·locar una altra, Q_2 , a una distància, r_{12} , de Q_1 , aquesta segona adquireix una energia potencial elèctrica, E_{p12} , igual a

$$E_{p12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}}$$

Aquesta energia potencial representa el treball que cal fer per portar aquesta càrrega, Q_2 , des de l'infinit i col·locar-la a una distància r_{12} de Q_1 .

Si col·loquem una tercera càrrega, Q_3 , a una distància, r_{13} , de Q_1 , i, r_{23} , de Q_2 , aquesta adquireix una energia potencial elèctrica E_{p3} degut a la presència de les dues anteriors igual a

$$E_{p3} = k \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + k \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}$$

Així, l'energia potencial electrostàtica de les tres càrregues situades en el si d'un camp elèctric és

$$E_p = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + k \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + k \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}$$

Exemple Result

Dues càrregues puntuals, $Q_A = -2 \mu\text{C}$ i $Q_B = 3 \mu\text{C}$, estan situades en els punts $A = (0,0)$ i $B = (0,3)$, respectivament. Determineu:

- El potencial elèctric en el punt $P = (4,0)$
- El treball que fa el camp per a portar una càrrega de $-0,1 \mu\text{C}$ des del punt P fins al punt $P' = (5,0)$

Nota: les coordenades dels punts estan expressades en cm.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$$

Resolució.

a) Per a calcular el potencial elèctric utilitzarem el principi de superposició. En aquest cas l'aplicació és molt més senzilla que en el cas del camp elèctric perquè el potencial és un escalar. Si V_A i V_B , són els

potencials elèctrics que creen les càrregues, Q_A i Q_B , en el punt, P, el potencial elèctric total en P és

$$V_P = V_A + V_B$$

$$V_P = k \frac{Q_A}{r_A} + k \frac{Q_B}{r_B} = 9 \cdot 10^4 V$$

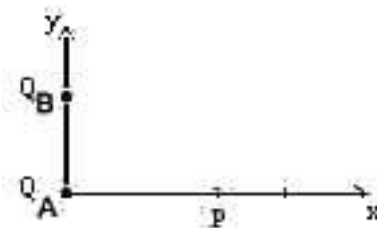


Figura 35. Distribució de les càrregues de l'Exemple resolt

b) A l'hora de determinar el treball utilitzarem la relació que apareix a la Taula 4 i que relaciona el treball per a moure una càrrega d'un punt del camp a un altre i el potencial elèctric en cadascun dels punts:

$$W = -q\Delta V = -q(V_{P'} - V_P)$$

on P i P' són els punts entre els que es desplaça la càrrega, Q . Per a aplicar l'equació anterior caldrà determinar el potencial que creen les dues càrregues, Q_A i Q_B , en el punt P'. Per a fer-ho repetirem el càlcul fet en l'apartat anterior, prenent ara les dades corresponents al punt P' = (5,0)

$$V_{P'} = k \frac{Q_A}{r'_A} + k \frac{Q_B}{r'_B} = 1,03 \cdot 10^5 V$$

Així,

$$W = -(-0,1 \cdot 10^{-6}) \times (1,03 \cdot 10^5 - 9 \cdot 10^4) = +1,3 \cdot 10^{-3} J$$

Qüestions

48 Calculeu l'energia potencial elèctrica d'una partícula alfa quan està a una distància d'un nucli d'or de:

- (a) $3 \cdot 10^{-9} m$
- (b) $1 \cdot 10^{-10} m$
- (c) $3 \cdot 10^{-15} m$

Dades: càrrega partícula alfa = $6,4 \cdot 10^{-19} C$, càrrega del nucli d'or = $1,264 \cdot 10^{-17} C$.

Solució: $2,42 \cdot 10^{-17} J$

Solució: $7,27 \cdot 10^{-16} J$

Solució: $2,42 \cdot 10^{-11} J$

49 Calculeu l'energia potencial d'un protó en un punt situat a una distància de $1 \cdot 10^{-10} m$ de:

- (a) Un altre protó
- (b) Un electró
- (c) Un neutró.

Dades: càrrega protó = $+1,6 \cdot 10^{-19} C$; càrrega electró = $-1,6 \cdot 10^{-19} C$

Solució: $2,30 \cdot 10^{-18} J$

Solució: $-2,30 \cdot 10^{-18} J$

Solució: $0 J$

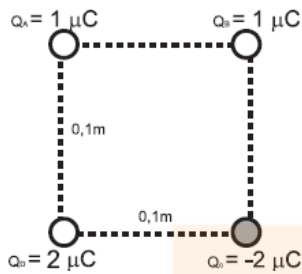


Figura 36. Distribució de càrregues de la Qüestió 50

Qüestins

- 50 Calculeu l'energia potencial que té la càrrega A degut a la seva interacció amb les càrregues B, C i D (Figura 36).

Solució: 0,143 J

- 51 Tres càrregues positives igual de $0,2 \mu\text{C}$ estan situades als extrems i al centre d'una vareta de 10 cm de longitud. Trobeu l'energia potencial de la càrrega central i l'energia potencial d'una de les càrregues situades a un extrem.

Solució: 0,0144 J; 0,0108 J

- 52 Trobeu el treball que cal fer per a formar el sistema de la Qüestió 51.

Solució: 0,018 J

- 53 En una regió de l'espai el camp elèctric és nul. Creieu que en aquesta regió també ha de ser nul el potencial elèctric?

- 54 Si una càrrega puntual produeix a una certa distància r un potencial elèctric de 10 V i un camp de mòdul E , quant val el potencial en un altre punt en el qual el camp és $E/4$?

Solució: 5 V

- 55 El clorur de sodi sòlid forma cristalls en els que els ions Na^+ i Cl^- s'alternen en una xarxa iònica. En estat gasós poden existir parells iònics en els que un ió Na^+ està a una distància $d = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ d'un ió Cl^- . Les càrregues dels ions valen $\pm 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Calculeu:

- (a) El potencial elèctric originat per un parell iònic en un punt O localitzat al llarg de la recta que uneix les dues càrregues a una distància $50d$ del seu punt mitjà. Considereu el cas en què el punt O es troba més pròxim a la càrrega positiva.
- (b) El treball que cal fer per a desplaçar un electró des de l'infinit fins al punt O.

Solució: 0,0048 V
Solució: $-7,68 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

3 Resum de la unitat

En aquesta unitat heu estudiat la manera com els acceleradors de partícules poden accelerar-les. Per a fer-ho, utilitzen els camps elèctrics generats amb l'aplicació de diferències de potencial alternes entre els extrems dels elèctrodes. Un cop accelerades, en sincrotrons com l'ALBA cal corbar-les i per a dur-ho a terme s'utilitzen camps magnètics.

Per a detectar les partícules que es generen en un col·lisionador com l'LHC s'utilitza el fet de que aquestes partícules tenen càrrega elèctrica. Sobre les càrregues elèctriques apareix una força molt semblant a la gravitatòria: la força elèctrica donada per la llei de Coulomb.

ACTIVITAT 15 Mapa conceptual de la unitat

Feu un mapa conceptual amb les paraules claus que apareixen al llarg de la unitat.

3.1 Objectius.

En acabar aquesta unitat heu de ser capaços de:

- Caracteritzar el camp elèctric uniforme.
- Conèixer quines són fonts del camp elèctric, saber dibuixar les línies de camp i conèixer les principals magnituds que el caracteritzen.
- Aplicar la llei de Coulomb en diverses situacions.
- Reconèixer de manera quantitativa i qualitativa les transformacions energètiques que succeeixen en el si d'un camp elèctric.
- Identificar el potencial elèctric amb l'energia potencial elèctrica per unitat de càrrega i mostrar el seu caràcter escalar.
- Determinar superfícies equipotencials
- Relacionar la força amb el gradient d'energia potencial en el cas d'un camp elèctric uniforme.
- Relacionar el camp elèctric i el camp magnètic i veure com aquests interactuen per tal d'originar i caracteritzar les ones electromagnètiques.
- Saber descriure el funcionament d'un detector Geiger i entendre el seu funcionament com un exemple de camp elèctric no uniforme.
- Saber com funciona un canó d'electrons i altres dispositius acceleradors.

3.2 Activitats i Qüestions finals.

ACTIVITAT 16 El sincrotró ALBA



ALBA és el nom del Laboratori de Llum de Sincrotró situat a Cerdanyola del Vallès. La següent activitat us permetrà aprendre més coses sobre ell i repassar els diferents conceptes que heu estudiat en aquesta unitat.

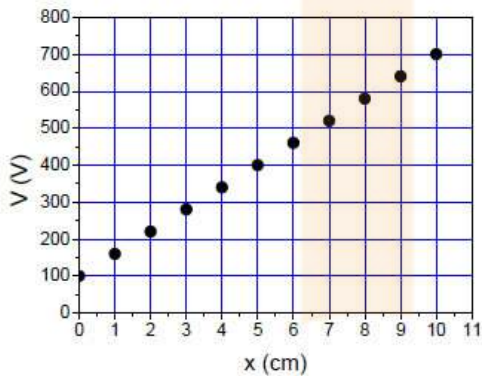


Figura 37. Gràfic per a la Qüestió 56

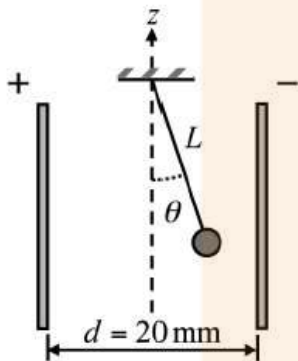


Figura 38. Esquema per a la Qüestió 58

Qüestions selectivitat

56 El potencial elèctric a l'interior d'un condensador plano-paral·lel ve representat per la Figura 37, on la x indica la distància a una de les armadures del condensador. La distància entre les armadures és de 10cm.

- (a) Quina és la diferència de potencial entre les armadures?
- (b) Determineu l'equació de la recta que ajusta els punts de la gràfica. Quant val a intensitat del camp elèctric a l'interior del condensador?

Solució: 600 V
Solució: 6000 V.m⁻¹

57 Un dipol elèctric és un sistema constituït per dues càrregues del mateix valor i de signe contrari, separades per una distància fixa. Sabem que la càrrega positiva d'un dipol està situada en el punt (0, 0), que la negativa és en el punt (3, 0) i que el valor absolut de cada una de les càrregues és 10⁻⁴ C. Calculeu:

- (a) L'energia necessària per a separar les càrregues del dipol fins a una distància doble de la inicial.
- (b) L'acceleració que experimenta un protó situat en el punt mitjà del segment que uneix les dues càrregues del dipol, si el deixem inicialment en repòs en aquest punt.

Nota: Les coordenades s'expressen en metres.

Dades: $q_{\text{protó}} = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C; $m_{\text{protó}} = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg; $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².

Solució: 15 J
Solució: 7,67·10¹³ m·s⁻²

58 Entre les armadures del condensador planoparal·lel de la figura apliquem una diferència de potencial de 200 V. A l'interior del condensador roman en equilibri una càrrega de 15 μC, de 20 g de massa, penjada d'un fil, tal com indica la Figura 38:

- (a) Determineu el camp elèctric a l'interior del condensador. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- (b) Dibuixeu les forces que actuen sobre la càrrega. Calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical, θ, en la figura.

Nota: L'eix z indica la vertical.

Dada: $g = 9,80$ m·s⁻².

Solució: 10.000 N·C⁻¹
Solució: 37,4°

Qüestions selectivitat

59 Un protó i un electró, amb la mateixa velocitat, entren en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme dirigit cap a l'interior del paper, tal com indica la Figura 39a:

- (a) Dibuixeu les forces que actuen sobre cada partícula en l'instant en què entren a la regió on hi ha el camp. Són iguals els mòduls d'aquestes forces? Descriviu i justifiqueu el moviment que seguirà cadascuna de les partícules.

Imagineu-vos que en aquesta regió, en comptes d'un camp magnètic, hi ha un camp elèctric uniforme dirigit cap a la dreta, tal com indica la Figura 39b:

- (b) Dibuixeu les forces que actuen sobre cada partícula en l'instant en què entren a la regió on hi ha el camp. Són iguals els mòduls d'aquestes forces? Descriviu i justifiqueu el moviment que seguirà cadascuna de les partícules.

60 Dues càrregues elèctriques puntuals idèntiques, de valor $q = -1,60 \cdot 10^{-19}$ C, estan fixes en els punts (a, 0) i (-a, 0), on a = 30nm. Calculeu:

- (a) Les components del camp elèctric creat per les dues càrregues en el punt A, de coordenades (0, a).
 (b) El treball necessari per a portar una càrrega $Q = 3,20 \cdot 10^{-19}$ C des del punt A fins a l'origen de coordenades. Interpreteu el signe del resultat.

Dades: $k=1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²; $1\text{nm} = 10^{-9}$ m.

Solució: 0 N·C⁻¹; $-1,13 \cdot 10^6$ N·C⁻¹
Solució: $-8,96 \cdot 10^{-21}$ J

61 Un dispositiu per a accelerar ions està constituït per un tub de 20 cm de llargària dins del qual hi ha un camp elèctric constant en la direcció axial. La diferència de potencial entre els extrems del tub és de 50kV. Volem accelerar ions K⁺ amb aquest dispositiu. Calculeu:

- (a) La intensitat, la direcció i el sentit del camp elèctric dins de l'accelerador i el mòdul, la direcció i el sentit de la força que actua sobre un ió quan és dins del tub.
 (b) L'energia cinètica que guanya l'ió quan travessa l'accelerador. La velocitat que tindrà l'ió a la sortida del tub accelerador, si inicialment estava parat. Indiqueu si, en aquest cas, cal considerar o no la variació relativista de la massa.

Dades: $m(\text{ió K}^+) = 6,5 \cdot 10^{-26}$ kg; $q(\text{ió K}^+) = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3,00 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

Solució: $2,5 \cdot 10^5$ N·C⁻¹; $4,0 \cdot 10^{-14}$ N
Solució: $8,0 \cdot 10^{-15}$ J; $5 \cdot 10^5$ m·s⁻¹

62 L'amplitud màxima del camp elèctric de les ones de ràdio, d'una freqüència de 100 MHz, que rep un receptor de ràdio té un valor de $0,070$ N·C⁻¹.

- (a) Calculeu el valor de l'amplitud màxima del camp magnètic que rep el receptor de ràdio i la longitud d'ona d'aquestes ones de ràdio. Feu un dibuix en què es vegi l'orientació relativa dels dos camps entre si i respecte de la direcció de propagació de l'ona electromagnètica.
 (b) Escriviu l'equació del camp elèctric i la del camp magnètic que rep el receptor de ràdio.

Dada: $c = 3,00 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

Solució: $2,3 \cdot 10^{-10}$ T; $3,0$ m

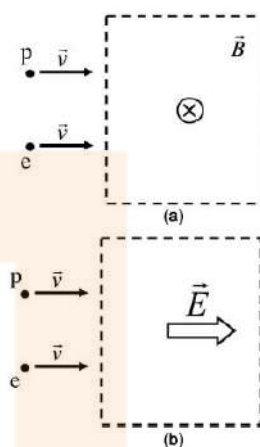


Figura 39. Esquemes per a la Qüestió 59

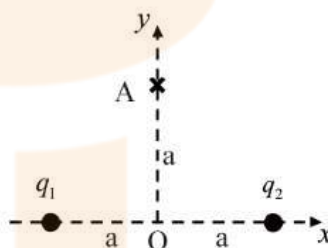


Figura 40. Esquema per a la Qüestió 60

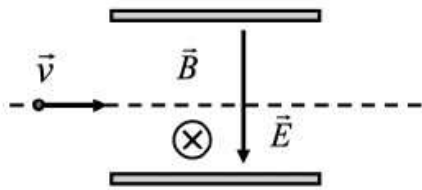


Figura 41. Esquema per a la Qüestió 63

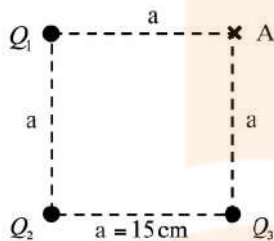


Figura 42. Esquema per a la Qüestió 64

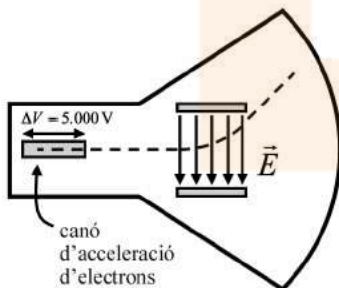


Figura 43. Esquema per a la Qüestió 66

Qüestions selectivitat

63 En la Figura 41 es mostra un esquema d'un selector de velocitats d'ions, que és una màquina que serveix per a seleccionar els ions que van a una velocitat determinada. Bàsicament, es tracta de fer passar un feix d'ions, que inicialment van a velocitats diferents, per una regió on hi ha un camp magnètic i un camp elèctric perpendiculars. L'acció d'aquests camps sobre els ions en moviment fa que els que van a una velocitat determinada no es desviïn.

- (a) Dibuixeu la força causada per l'acció del camp magnètic i la força causada per l'acció del camp elèctric sobre un ió positiu que penetra en el selector de velocitats. Si el camp magnètic és 0,50 T i el camp elèctric és $500 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$, calculeu la velocitat amb què sortiran del selector els ions que no s'hagin desviat.
- (b) Expliqueu què passaria si en aquest selector entressin ions negatius, en comptes d'ions positius.

Solució: $1.000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

64 En tres dels vèrtexs d'un quadrat de 15 cm de costat hi ha les càrregues $Q_1 = +1,0 \mu\text{C}$, $Q_2 = -2,0 \mu\text{C}$ i $Q_3 = +1,0 \mu\text{C}$, tal com indica la Figura 42. Calculeu:

- (a) El camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) creat per les tres càrregues en el quart vèrtex, punt A.
- (b) El potencial elèctric total en el punt A. Calculeu el treball que cal fer per a traslladar una càrrega de $7,0 \mu\text{C}$ des de l'infinit fins al punt A. Digueu si el camp fa aquest treball o si el fa un agent extern.

Dada: $k=1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$.

Solució: $1,17 \cdot 10^5 \text{ i } +1,17 \cdot 10^5 \text{ J}\cdot\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$
Solució: $3,52 \cdot 10^4 \text{ V}$; $0,25 \text{ J}$

65 Tenim dues càrregues elèctriques, $Q_1 = 4 \mu\text{C}$, situada en el punt $(-2, 0)$, i $Q_2 = -3 \mu\text{C}$, situada en el punt $(2, 0)$.

- (a) Quina càrrega (valor i signe) hem de posar en el punt $(4, 0)$ per a què el camp elèctric creat per les tres càrregues en el punt $(0, 0)$ sigui nul?
- (b) Quant val l'energia potencial electrostàtica d'aquesta tercera càrrega quan està situada en aquest punt $(4, 0)$?

Nota: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

Dada: $k=1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$.

Solució: $28 \mu\text{C}$
Solució: $-0,21 \text{ J}$

66 En una pantalla de raigs catòdics, com la de la Figura 43, els electrons s'acceleren en passar per un canó amb una diferència de potencial de $5,0 \cdot 10^3 \text{ V}$ entre els extrems. Després arriben a una zona on hi ha un camp elèctric de mòdul $1,0 \cdot 10^4 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$, constant i dirigit cap avall.

- (a) Determineu l'energia cinètica i la velocitat dels electrons en sortir del canó d'acceleració.
- (b) Calculeu la força elèctrica que actua sobre els electrons i l'acceleració que experimenten (indiqueu el mòdul, la direcció i el sentit per a les dues magnituds) mentre són a la zona on hi ha el camp elèctric vertical. Justifiqueu si s'ha de tenir en compte o no el pes dels electrons.

Dades: $m(\text{electró}) = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $q(\text{electró}) = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: $8,0 \cdot 10^{-16} \text{ J}$; $4,2 \cdot 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Solució: $1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}$; $1,8 \cdot 10^{15} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

Qüestions selectivitat

67 Entre dues plaques metàl·liques conductores, de 30 cm de llargària (Figura 44), hi ha un camp elèctric uniforme vertical, d'intensitat $E=10^4 \text{V}\cdot\text{m}^{-1}$.

- (a) A quina velocitat v (horitzontal) s'ha de llançar un electró des de la posició I , a l'entrada del camp, perquè en surti fregant un dels extrems (A o B) de les plaques?
- (b) Expliqueu raonadament quin tipus de trajectòria descriu l'electró dins del camp. Calculeu el treball que fa la força elèctrica que actua sobre l'electró en el recorregut que descriu pel camp.

Dades: $m(\text{electró})=9,11\cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $Q(\text{electró})=1,602\cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: $3,98\cdot 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Solució: $8,01\cdot 10^{-17} \text{ J}$

68 La massa d'un electró en repòs és $9,11\cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Un accelerador lineal n'incrementa la velocitat fins que la massa de l'electró és deu vegades més gran.

- (a) Calculeu l'energia cinètica que ha guanyat l'electró, expressada en J i en MeV.

Fem xocar l'electró amb un positró que circula en sentit contrari i que té la mateixa energia. L'electró i el positró s'anihilen mútuament i produeixen dos fotons que tenen, cadascun, la mateixa energia.

- (b) Escriviu l'equació d'aquest procés i determineu l'energia i la freqüència dels fotons.

DADES: $1 \text{ eV}=1,60\cdot 10^{-19} \text{ J}$; $h=6,62\cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c=3\cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Solució: $7,38\cdot 10^{-13} \text{ J}$; $4,61 \text{ MeV}$
Solució: $8,20\cdot 10^{13} \text{ J}$; $1,24\cdot 10^{21} \text{ Hz}$

69 El 1895, Wilhelm Conrad Röntgen va descobrir els raigs X, que, entre altres aplicacions, són un recurs fonamental per a la medicina. La manera més habitual de generar raigs X consisteix a accelerar electrons fins a velocitats altes i a fer-los xocar amb un material, de manera que emetin una part de l'energia, o tota, en forma de raigs X. En un determinat aparell, aquesta acceleració es produeix aplicant als electrons una diferència de potencial de 60 kV al llarg de 4cm, tal com s'indica en la Figura 45:

- (a) Determineu el camp elèctric, que considerem constant, aplicat als electrons a l'interior de les plaques. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- (b) Calculeu l'energia cinètica amb què xoquen els electrons contra la placa positiva i la freqüència dels fotons dels raigs X emesos. Considereu que els electrons incidents els transfereixen tota l'energia possible; és a dir, l'energia cinètica que porten en xocar contra la placa.

Dades: $Q(\text{electró}) = -1,60\cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,62\cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$.

Solució: $1,5\cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$
Solució: $9,6\cdot 10^{-15} \text{ J}$; $1,45\cdot 10^{19} \text{ Hz}$

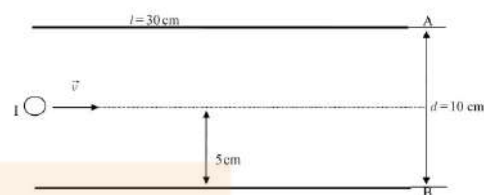


Figura 44. Esquema per a la Qüestió 67

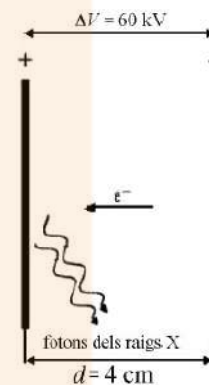


Figura 45. Esquema per a la Qüestió 69

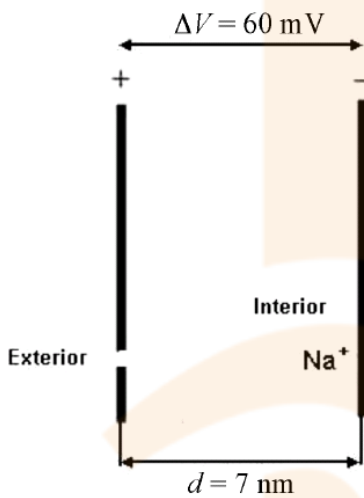


Figura 46. Esquema per a la Qüestió 72

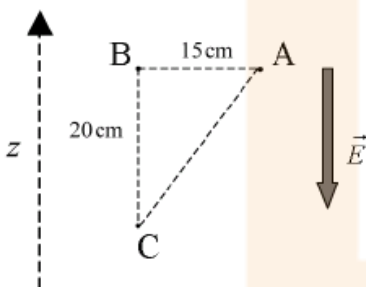


Figura 47. Esquema per a la Qüestió 73

Qüestions selectivitat

70 Les càrregues $Q_A = -2\mu\text{C}$, $Q_B = -4\mu\text{C}$ i $Q_C = -8\mu\text{C}$ estan situades sobre una mateixa recta. La càrrega A és a una distància d'1 m de la càrrega B, i la càrrega C està situada entre totes dues.

- Si la força elèctrica total sobre Q_C deguda a les altres dues càrregues és zero, calculeu la distància entre Q_C i Q_A .
- Calculeu el treball que cal fer per a traslladar la càrrega C des del punt on es troba fins a un punt equidistant entre A i B. Interpreteu el signe del resultat.

Dada: $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

Solució: 0,41 m
Solució: -0,024 J

71 Tres càrregues elèctriques puntuals de valor $Q = 10^{-5} \text{ C}$ es troben, cadascuna, en un vèrtex d'un triangle equilàter de $\sqrt{3} \text{ m}$ de costat. Dues són positives, mentre que la tercera és negativa.

- Calculeu la força elèctrica total que fan la càrrega negativa i una de les positives sobre l'altra càrrega positiva. Dibuixeu un esquema de les forces que actuen sobre les càrregues.
- Calculeu l'energia potencial elèctrica emmagatzemada en el sistema de càrregues. Traslladem una de les càrregues positives al centre del costat que uneix les altres dues càrregues. Determineu el treball fet per la força elèctrica que actua sobre la càrrega que hem traslladat.

Dada: $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

Solució: 0,3i N
Solució: -0,52 J; 0 J

72 Molts processos vitals tenen lloc en les membranes cel·lulars i depenen bàsicament de l'estructura elèctrica d'aquestes. La Figura 46 mostra l'esquema d'una membrana biològica.

- Calculeu el camp elèctric, suposat constant, a l'interior de la membrana de la figura. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Calculeu l'energia que es requereix per a transportar l'ió Na^+ de la cara negativa a la positiva.

Dada: $Q_{\text{Na}^+} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: $8,57 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$
Solució: $9,60 \cdot 10^{-21} \text{ J}$

73 En una regió de l'espai hi ha un camp elèctric constant de mòdul $500 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ dirigit cap avall. Vegeu la Figura 47, en què l'eix z representa la vertical.

- Calculeu les diferències de potencial següents: $V_A - V_B$, $V_B - V_C$ i $V_A - V_C$.
- Col·loquem una partícula carregada, de massa 2,00 g, en el punt C i volem que es mantingui en equilibri. Calculeu quina càrrega i quin signe hauria de tenir aquesta partícula. Estarà en equilibri en algun altre punt d'aquesta regió? Justifiqueu les respostes.

Dada: $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Solució: 0V; 100 V; 100 V
Solució: $3,92 \cdot 10^{-2} \text{ C}$

Qüestions selectivitat

74 Un electró es llança des del punt P i passa successivament per les regions A i B. A la regió A, un camp elèctric constant fa que l'electró es mogui amb un moviment rectilini i una acceleració uniforme cap a la dreta. A la regió B, el camp elèctric també és constant i està dirigit cap avall.

- (a) Quina direcció i quin sentit té el camp elèctric a la regió A? Quin tipus de moviment realitza l'electró a la regió B?

Sabem que la regió A fa 5,00 cm de llarg i que el camp elèctric en aquesta regió és $E = 40,0 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

- (b) Calculeu la diferència de potencial entre l'inici i el final de la regió A i l'energia cinètica que guanyarà l'electró en travessar-la.

Dada: $Q_{\text{electró}} = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: $2,00 \cdot 10^3 \text{ V}$; $3,20 \cdot 10^{-16} \text{ J}$



Figura 48. Esquema per a la Qüestió 74

Qüestions selectivitat

75 Un espectròmetre de masses consta d'un selector de velocitats i d'un recinte semicircular. En el selector de velocitats hi ha un camp elèctric i un camp magnètic, perpendiculars entre si i en la direcció de la velocitat dels ions. En entrar al selector, els ions d'una velocitat determinada no es desvien i entren a la zona semicircular, on només hi ha el camp magnètic perpendicular a la velocitat, que els fa descriure una trajectòria circular.

- (a) Si el camp elèctric del selector té un valor $E = 20,0 \text{ NC}^{-1}$ i el valor de la inducció magnètica és $B = 2,50 \cdot 10^{-3} \text{ T}$, calculeu el valor del mòdul de la velocitat dels ions que NO es desvien. Feu l'esquema corresponent dels vectors següents: velocitat, força elèctrica, camp magnètic i força magnètica.

- (b) Calculeu la distància, d , a què impactaran els ions de triti, que són isòtops de l'hidrogen i tenen una massa $m=3u$.

Dades: $1 u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $Q_{\text{protó}} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: $8,00 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Solució: $2,00 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

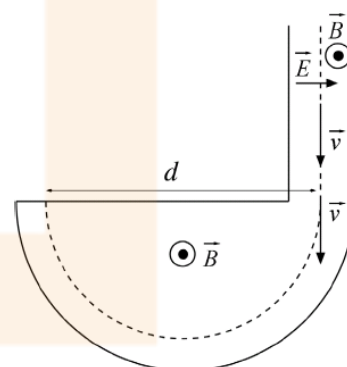


Figura 49. Esquema per a la Qüestió 75



Figura 50. Esquema per a la Qüestió 76

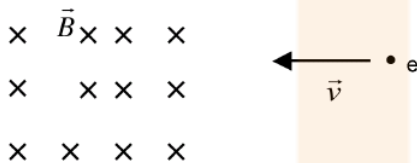


Figura 51. Esquema per a la Qüestió 79

Qüestions selectivitat

76 Un electroscopi simplificat consta de dues esferes metàl·liques unides a un ganxo aïllant mitjançant dos fils conductors, tal com indica la Figura 50. Les dues esferes tenen la mateixa massa i la mateixa càrrega elèctrica, i els fils formen un angle de $30,0^\circ$ i tenen una longitud de 3,00 cm cadascun.

- (a) Dibuixeu el diagrama de forces per a una de les esferes i anomeu-les. Calculeu també el valor de la tensió de cada fil, si la massa de cada esfera és 1,00 mg.
- (b) Calculeu el valor de la càrrega elèctrica de cada esfera.

Dades: $k = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $g = 9,80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Solució: $1,01 \cdot 10^{-5} \text{ N}$
Solució: $2,65 \cdot 10^{-10} \text{ C}$

77 Tenim tres partícules carregades, $Q_1 = 3,0 \mu\text{C}$, $Q_2 = -5,0 \mu\text{C}$ i $Q_3 = -8,0 \mu\text{C}$, situades, respectivament, en els punts $P_1 = (-1,0, 3,0)$, $P_2 = (3,0, 3,0)$ i $P_3 = (3,0, 0,0)$.

- (a) Dibuixeu les forces que exerceixen Q_1 i Q_2 sobre Q_3 . Calculeu la força elèctrica total, expressada en coordenades cartesianes, que actua sobre Q_3 .
- (b) Calculeu el treball que fa la força elèctrica sobre Q_3 quan aquesta càrrega es desplaça des del punt P_3 , que ocupa inicialment, fins al punt $P_4 = (-1,0, -3,0)$. Interpreteu el signe del resultat.

NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.
 Dada: $k = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Solució: $-6,9 \cdot 10^{-3} \text{ i} - 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ j N}$
Solució: $6,3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

78 Una partícula carregada crea, a una distància d d'on es troba, un potencial de $-6,00 \cdot 10^3 \text{ V}$ i un camp elèctric de $667 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

- (a) Calculeu el valor de la càrrega i el valor de la distància d .
- (b) Expliqueu com són les línies de camp i les superfícies equipotencials del camp que crea la càrrega.

Dada: $k = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Solució: 9,00 m; $-6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

79 Un electró entra amb una velocitat de $3,00 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme d'1,20 T perpendicular a la velocitat de l'electró i en sentit perpendicular al paper, tal com indica la Figura 51, i queda confinat en aquesta regió de l'espai.

- (a) Dibuixeu i justifiqueu la trajectòria que descriu l'electró dins del camp indicant el sentit de gir i calculeu el valor de la freqüència (en GHz).
- (b) Perquè l'electró travessi el camp magnètic sense desviar-se, cal aplicar un camp elèctric uniforme en aquesta mateixa regió. Dibuixeu el vector camp elèctric que permetria que això fos possible (justifiqueu-ne la direcció i el sentit) i calculeu-ne el mòdul.

Dades: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $Q_e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: 33,5 GHz
Solució: $3,60 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

Qüestions selectivitat

80 Entre les dues lamines de la Figura 52, separades una distancia $d = 3,0$ m, tenim un camp elèctric uniforme de $1,5 \cdot 10^3$ N·C⁻¹. En el centre de l'espai limitat per les dues lamines posem una lletia metàl·lica carregada, penjada d'un fil. Tenint en compte que la longitud del fil es de 1,5 m, que la carrega de la lletia es de $Q = -5,0 \cdot 10^{-5}$ C i que te una massa $m = 12$ g:

- (a) Representeu les forces que actuen sobre la lletia en el punt d'equilibri i calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical en l'equilibri.
- (b) Calculeu la diferencia de potencial entre la posició d'equilibri i la posició vertical.

Solució: 33°
Solució: $1,2 \cdot 10^3$ V

81 En el quadrat de la Figura 53, de 2,00 m de costat, hi ha dues carregues $Q_1 = 9,00$ μC i $Q_2 = -9,00$ μC en els vèrtexs de l'esquerra.

- (a) Determineu la intensitat del camp elèctric en el centre del quadrat.
- (b) En el centre del quadrat hi situem una tercera carrega $Q_3 = 7,00$ μC. Calculeu el treball que farà la força elèctrica que actua sobre Q_3 quan la trasludem del centre del quadrat al vèrtex inferior dret.

Dada: $k = 9,00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²

Solució: $-5,73 \cdot 10^4$ J N·C⁻¹
Solució: $8,33 \cdot 10^2$ J

82 A la cambra acceleradora de la Figura 54, de 30,0 cm de llargària, els electrons entren per l'esquerra i surten per la dreta. Mentre estan dins la cambra es mouen amb un MRUA (moviment rectilini uniformement accelerat), amb una acceleració cap a la dreta de $1,20 \cdot 10^{13}$ m·s⁻². En aquesta situació, es poden negligir les forces gravitatòries i els efectes relativistes.

- (a) Calculeu el camp elèctric a l'interior de la cambra acceleradora. Indiqueu-ne també la direcció i el sentit.
- (b) Quina diferencia de potencial hi ha entre les parets esquerra i dreta de la cambra? Quina esta a un potencial més alt? Quanta energia guanya cada electró que travessa la cambra?

Dades: $Q(\text{electró}) = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C; $m(\text{electró}) = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg

Solució: 68,3 i N·C⁻¹
Solució: 20,5 V; 20,5 eV

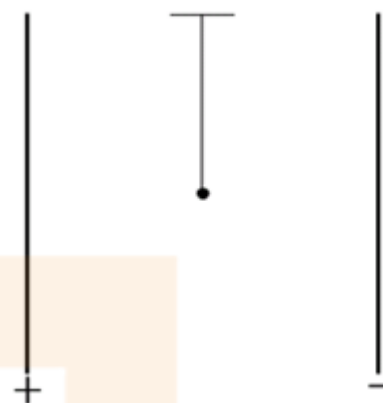


Figura 52. Esquema per a la Qüestió 80

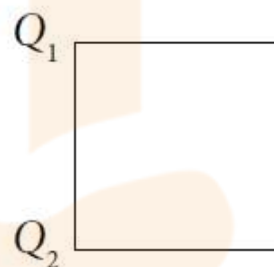


Figura 53. Esquema per a la Qüestió 81

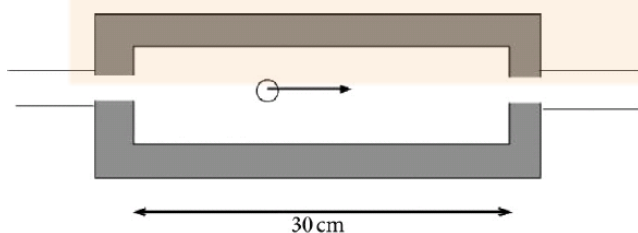


Figura 54. Esquema per a la Qüestió 82

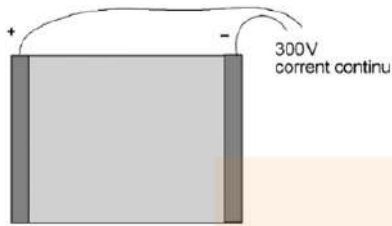


Figura 55. Esquema per a la Qüestió 83

Qüestions selectivitat

83 L'electroforesi es un mètode per a analitzar mesclades. Disposem una mostra entre dos elèctrodes connectats a una diferència de potencial de 300 V. La distància entre els elèctrodes es de 20,0 cm.

- (a) Dibuixeu les línies del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes i les diferents superfícies equipotencials. Indiqueu el potencial de cada una de les superfícies. Calculeu el valor del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes, i indiqueu la direcció i el sentit de les partícules positives i les negatives.
- (b) En les condicions adequades, les molècules adquireixen càrrega elèctrica i es desplacen en l'aparell d'electroforesi amb un moviment rectilini lent i uniforme. Calculeu la força elèctrica i la força de fricció que actuen sobre una molècula de timina amb una càrrega de $-1,60 \cdot 10^{-19}$ C.

Solució: $1,50 \cdot 10^3$ V·m⁻¹
Solució: $2,40 \cdot 10^{-16}$ N

84 Quatre carregues elèctriques positives, d' $1,00 \cdot 10^{-5}$ C cadascuna, es troben als vèrtexs respectius d' un quadrat de $\sqrt{2}$ m de costat. Calculeu:

- (a) L'energia necessària per a la formació del sistema de carregues.
- (b) El valor de la càrrega elèctrica negativa que hem de situar al centre del quadrat perquè la força electrostàtica sobre cadascuna de les carregues sigui nul·la.

Dada: $k = 9,00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²

Solució: 3,45 J
Solució: 9,57 μ C

85 Una càrrega puntual $Q_1 = +1,00 \cdot 10^{-8}$ C està situada a l'origen de coordenades. Una altra càrrega puntual $Q_2 = -2,00 \cdot 10^{-8}$ C està situada en el semieix Y positiu, a 3,00 m de l'origen. Calculeu:

- (a) El camp i el potencial electrostàtic en un punt A situat en el semieix X positiu, a 4,00 m de l'origen. Dibuixeu un esquema de tots els camps elèctrics que intervenen en el problema.
- (b) El treball fet pel camp elèctric en traslladar una càrrega puntual d'1,00 C des del punt A a un punt B de coordenades (4,00, 3,00) m.

Dada: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²

Solució: $-0,14 \mathbf{i} + 4,31 \mathbf{j}$ N·C⁻¹; -13,5 V
Solució: 13,5 J

Qüestions selectivitat

86 En algunes missions espacials s'han utilitzat motors iònics. En aquests motors es produeixen ions positius que s'envien a una cambra on un camp elèctric constant els impulsa. El motor expulsa ions positius a gran velocitat i la nau adquireix impuls en sentit contrari. Considereu un motor iònic en què ions Xe^+ , inicialment en un estat de repòs, s'acceleren entre dues plaques separades 10 cm fins a adquirir una velocitat de $3,0 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Calculeu l'acceleració dels ions i el camp elèctric (que podeu considerar constant) a la cambra d'acceleració.
- Calculeu la diferència de potencial entre les dues plaques amb les dades de la figura. Indiqueu també el valor que hauria de tenir aquesta diferència de potencial si les dues plaques estiguessin separades només 6 cm per a aconseguir la mateixa velocitat de sortida dels ions.

Dades: $Q(\text{ions } Xe^+) = +1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m(\text{ions } Xe^+) = 132 \text{ u}$; $1\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Solució: $4,5 \cdot 10^{11} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Solució: $6,16 \cdot 10^4 \text{ V}$

87 L'any 2013 es va celebrar el centenari del model atòmic proposat per Niels Bohr. Segons aquest model, l'àtom de Hidrogen té un protó en el nucli i un electró que descriu una òrbita circular estable al seu voltant. El radi mínim que pot tenir aquesta òrbita, segons el model de Bohr, és de $5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Per a aquesta òrbita calculeu:

- La força elèctrica que actua sobre l'electró i la freqüència de gir que té.
- L'energia mecànica de l'electró en l'òrbita que descriu al voltant del protó. Considereu negligible l'energia potencial gravitatòria.

Dades: $k = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $Q_{\text{electró}} = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_{\text{electró}} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $Q_{\text{protó}} = -Q_{\text{electró}}$; $m_{\text{protó}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Solució: $8,22 \cdot 10^{-8} \text{ N}$; $6,57 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$
Solució: $-2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

88 Per a obtenir un camp elèctric vertical aproximadament uniforme de $5.000 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ i dirigit cap amunt, disposem de dues plaques metàl·liques paral·leles separades 10,0 mm, a les quals apliquem una diferència de potencial.

- Feu un esquema del muntatge en què indiqueu el signe de la càrrega de cada placa i representeu-hi les línies del camp elèctric. Calculeu la diferència de potencial entre les plaques i justifiqueu el signe del resultat.
- Dues partícules de pols, de $0,50 \mu\text{g}$ de massa cadascuna, es troben entre les dues plaques. Una de les partícules (A) queda suspesa en equilibri i l'altra (B) es mou amb una acceleració de $14,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ cap avall. Determineu la càrrega elèctrica de cada partícula. Considereu que entre les plaques no hi ha aire.

Dada: $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Solució: 50 V
Solució: $9,8 \cdot 10^{-13} \text{ C}$; $-4,9 \cdot 10^{-13} \text{ C}$

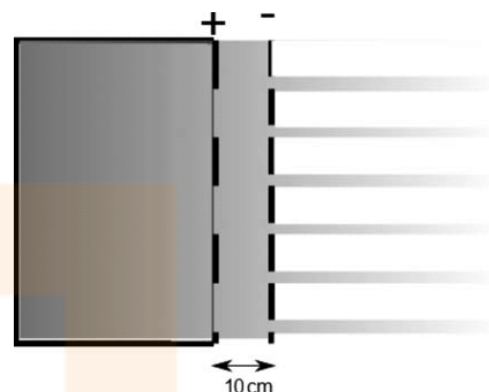


Figura 56. Esquema per a la Qüestió 86

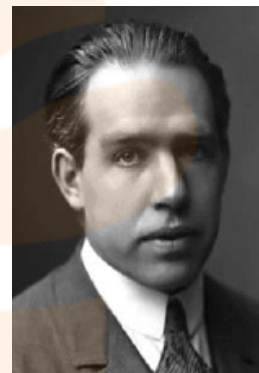


Figura 57. Niels Bohr

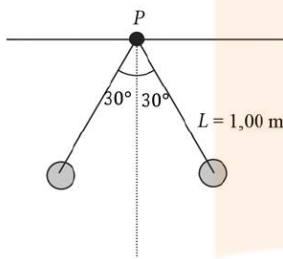


Figura 58. Esquema per a la Qüestió 90

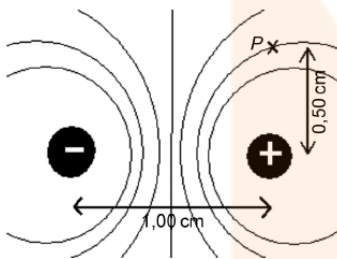


Figura 59. Esquema per a la Qüestió 92

Qüestions selectivitat

89 Dues càrregues elèctriques de $0,03 \mu\text{C}$ cadascuna, però de signe contrari, es troben separades $40,0 \text{ cm}$.

- (a) Representeu i calculeu el vector del camp elèctric en el punt que forma un triangle equilàter amb la posició de les càrregues. Calculeu també el potencial elèctric en el mateix punt.
- (b) Si modifiquem la distància entre les càrregues fins a duplicar-la, en quant varia l'energia potencial elèctrica de la distribució de càrregues? Expliqueu raonadament si augmenta o disminueix.

Dada: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$

Solució: $E = 1,7 \cdot 10^3 \text{ i N}\cdot\text{C}^{-1}$; 0 V
Solució: $-1,01 \cdot 10^{-5} \text{ J}$; l'energia augmenta

90 Dues esferes metàl·liques massisses pengen cadascuna d'un fil no conductor, com mostra la Figura 58. Les dues esferes tenen la mateixa massa i la mateixa càrrega negativa de valor $-5,80 \mu\text{C}$ i es troben en equilibri formant un angle de 30° amb la vertical. La distància des del punt P fins al centre de cada esfera és d' $1,00 \text{ m}$.

- (a) Calculeu el valor de la massa de cadascuna de les esferes.
- (b) Calculeu el camp elèctric total (mòdul, direcció i sentit) en el punt P.

Dades: $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$

Solució: $5,34 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$
Solució: $E = -9,03 \cdot 10^4 \text{ J}\cdot\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$

91 En una zona de l'espai hi ha dues càrregues elèctriques puntuals de la mateixa magnitud però de signe contrari separades $20,0 \text{ cm}$.

- (a) Calculeu l'energia potencial de la distribució de càrregues.
- (b) Quin treball cal fer per a separar les càrregues des d'una distància inicial de $20,0 \text{ cm}$ fins a una distància final de $50,0 \text{ cm}$?

Dades: Valor absolut de cada càrrega = $1,00 \mu\text{C}$; $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$

Solució: $-0,045 \text{ J}$
Solució: $0,027 \text{ J}$

92 Un dipol està format per una càrrega positiva $+q$ i una càrrega negativa $-q$, del mateix valor, separades per $1,00 \text{ cm}$. En la figura s'han representat les superfícies equipotencials amb la mateixa separació de potencials entre cada parell de línies consecutives. Sabem que en el punt P el potencial és de $+10 \text{ V}$.

- (a) Reproduïu la figura i indiqueu els valors de potencial elèctric de cada una de les superfícies equipotencials que hi apareixen. Representeu-hi també, de manera aproximada, les línies de camp elèctric d'aquesta regió de l'espai.
- (b) Calculeu el valor de les càrregues $+q$ i $-q$.

Dada: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$

Solució: $1,0 \cdot 10^{-11} \text{ C}$; $-1,0 \cdot 10^{-11} \text{ C}$

Qüestions selectivitat

93 En una zona de l'espai hi ha situades dues càrregues elèctriques puntuals de $3,0 \mu\text{C}$ i $-7,0 \mu\text{C}$ separades 15 cm l'una de l'altra. Calculeu:

- (a) El camp elèctric en un punt situat sobre la línia que uneix les càrregues. Aquest punt està situat a una distància de $5,0 \text{ cm}$ de la càrrega de $3,0 \mu\text{C}$ i a 10 cm de la càrrega de $-7,0 \mu\text{C}$. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- (b) El punt entre les dues càrregues en el qual el potencial és nul.

Dada: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Solució: $1,7 \cdot 10^7 \text{ N/C}$
Solució: $4,5 \text{ cm}$

94 Un núvol elèctricament carregat està situat a $4,7 \text{ km}$ d'altura sobre el terra. La diferència de potencial entre la base del núvol i el terra és de $2,3 \cdot 10^6 \text{ V}$. Suposem que el camp elèctric en aquesta regió és uniforme i que la càrrega elèctrica del núvol és positiva. Una gota d'aigua que es troba entre el núvol i el terra té una massa d' $1,3 \text{ mg}$ i una càrrega de valor Q . En un moment donat, la gota ascendeix cap al núvol amb una velocitat constant de $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (sense tenir en compte els corrents d'aire ni el fregament)

- (a) Dibuixeu un esquema de la situació descrita pel problema i representeu-hi les càrregues elèctriques implicades i els camps vectorials (gravitatori i elèctric). Calculeu la intensitat del camp elèctric que hi ha entre el núvol i el terra, i indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- (b) Calculeu el valor de la càrrega Q (en nC) i expliqueu raonadament quin signe hauria de tenir.

Dada: $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Solució: 489 V/m
Solució: 26 nC

95 Dues càrregues elèctriques (Q_1 i Q_2) estan disposades tal com mostra la Figura 60. Coneixem les dades següents: $Q_1 = 2,00 \text{ mC}$, $Q_2 = -4,00 \text{ mC}$, $x = 5,00 \text{ m}$ i $d = 3,00 \text{ m}$.

- (a) Representeu i calculeu el camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) en el punt P , i calculeu també el potencial elèctric en el mateix punt.
- (b) Canviem les dues càrregues Q_1 i Q_2 per unes altres amb valors diferents, però situades en la mateixa posició que les originals. Amb aquesta nova configuració, el camp elèctric creat per les dues càrregues sobre el segment x s'anul·la a 1 m de distància de la nova càrrega Q_1 . Expliqueu raonadament quin serà el signe d'aquestes càrregues i calculeu la relació que hi haurà entre els seus valors.

Dada: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Solució: $5000 \text{ i} + 1105 \text{ j N/C}$; -6000 V
Solució: $Q_2 = 16Q_1$

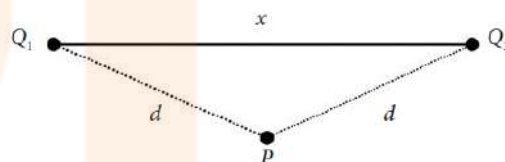


Figura 60. Esquema per a la Qüestió 95



Figura 61. Esquema per a la Qüestió 96

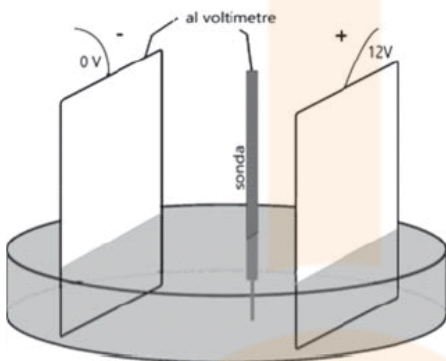


Figura 62. Esquema per a la Qüestió 97

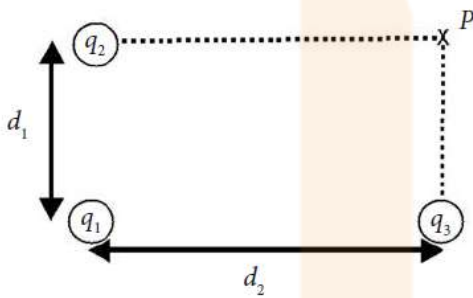


Figura 63. Esquema per a la Qüestió 98

Qüestions selectivitat

96 L'enllaç iònic de la sal comuna (NaCl) es produeix per l'atracció electrostàtica entre el catió Na^+ i l'anió Cl^- .

- Calculeu la separació entre aquests dos ions, sabent que l'energia potencial elèctrica del sistema és de $-9,76 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
- Si apliquem un camp elèctric uniforme de $50,0 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ a l'ió Na^+ , calculeu el treball necessari per a separar els ions fins a una distància de 2 cm.

Dades: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. Càrrega elemental = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solució: 0,236 nm

Solució: $8,16 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ o $1,136 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

97 En una càpsula de Petri plena d'aigua destil·lada hem submergit dues plaques metàl·liques paral·leles connectades a una diferència de potencial de 12,0 V, tal com mostra la Figura 62. Les dues plaques estan separades per una distància de 6,00 cm. Amb un voltímetre, explorem la diferència de potencial entre la placa negativa i diferents punts de la regió intermèdia.

- Calculeu el camp elèctric (suposant que és uniforme) entre les dues plaques, i indiqueu-ne també la direcció i el sentit. Feu un dibuix en què representeu, de manera aproximada, les superfícies equipotencials que espereu trobar a la regió compresa entre les dues plaques i indiqueu el valor del potencial en cadascuna de les superfícies representades.
- Amb la sonda, tal com veiem a la figura, el voltímetre indica 7,0 V. Calculeu el treball que hauria de fer una força externa per a desplaçar una càrrega positiva de $0,1 \mu\text{C}$ des d'aquest punt fins a la placa positiva.

Solució: 200 V/m

Solució: $5 \cdot 10^{-7} \text{ J}$

98 Tres càrregues elèctriques $q_1 = 1,00 \mu\text{C}$, $q_2 = 3,00 \mu\text{C}$ i $q_3 = 12,00 \mu\text{C}$ estan fixades en tres dels vèrtexs del rectangle, tal com es veu en la Figura 63. La distància d_1 és de 2,00 m i la distància d_2 és de 4,00 m.

- Representeu en un esquema les forces elèctriques que actuen sobre la càrrega q_1 per efecte de les altres dues càrregues. Representeu-hi també la força total i calculeu-ne el mòdul.
- Calculeu el potencial elèctric en el punt P i l'energia potencial de la distribució de les tres càrregues

Dada: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Solució: $9,54 \cdot 10^3 \text{ N}$

Solució: $6,27 \cdot 10^4 \text{ V}$; 0,113 J

Qüestions Selectivitat

99 En el model clàssic de l'àtom d'hidrogen, l'electró gira al voltant del protó en una òrbita circular de radi $r = 53 \text{ pm}$.

- (a) Calculeu el mòdul de la força elèctrica que actua sobre l'electró. Representeu aquesta força en dos punts de l'òrbita amb una separació angular de 90° . Calculeu el mòdul del camp elèctric que crea el protó en un punt de la trajectòria de l'electró.
- (b) Calculeu l'energia mecànica d'aquest sistema, que consta d'un protó i un electró girant al seu voltant. Expressau el resultat en eV.

Dades: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$, Càrrega electró = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Solució: $8,19 \cdot 10^{-8} \text{ N}$; $5,12 \cdot 10^{11} \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$
Solució: $13,6 \text{ eV}$

100 Una partícula α (${}^4_2\text{He}$) es dirigeix directament cap al nucli d'un àtom d'urani (${}^{238}_{92}\text{U}$). El radi del nucli d'urani és, aproximadament, de $0,008 \text{ pm}$ (picòmetres).

- (a) Compareu quantitativament els valors del mòdul de la intensitat del camp elèctric degut al nucli d'urani en dos punts, A i B, situats a $0,008 \text{ nm}$ i $0,008 \text{ pm}$, respectivament, del centre d'aquest nucli.
- (b) Quanta energia cinètica ha de tenir, com a mínim, la partícula α quan passa pel punt A per a arribar fins al punt B? (Ignoreu la influència que els electrons pròxims puguin tenir.)

Dades: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$, Càrrega elemental = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Nombre atòmic de l'Urani=92

Solució: 10^6
Solució: $5,29 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

101 Dues càrregues de $3,0 \mu\text{C}$ estan localitzades a $x=0\text{m}$, $y=2,0\text{m}$ i a $x=0\text{m}$, $y=-2,0\text{m}$. Dues càrregues més, de valor Q , estan localitzades a $x=4,0\text{m}$, $y=2,0\text{m}$ i a $x=4,0\text{m}$, $y=-2,0\text{m}$.

- (a) Si a l'origen de coordenades el camp elèctric és $4,0 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$ en la direcció de l'eix x en sentit positiu, calculeu el valor de les càrregues.
- (b) Si el valor de les càrregues fos $Q = 2,0 \mu\text{C}$, calculeu la força F que experimentaria un protó situat a l'origen de coordenades.

Dades: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$, Càrrega elemental = $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Solució: $4,97 \mu\text{C}$
Solució: $F=2,57 \cdot 10^{-16} \text{ i N}$

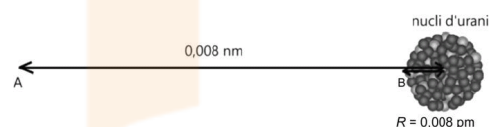


Figura 64. Esquema per a la Qüestió 100

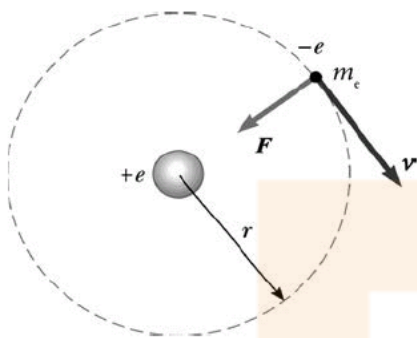


Figura 64. Esquema per a la Qüestió 102

Qüestions Selectivitat

102 Segons el model atòmic de Bohr, en l'àtom d'hidrogen en estat fonamental l'electró està separat del protó per una distància mitjana $r = 5,30 \cdot 10^{-11}$ m.

- (a) Quin és el mòdul de la força elèctrica del protó sobre l'electró? Quina acceleració li provoca?
- (b) Calculeu el potencial elèctric (en V) a la distància r del protó i l'energia potencial (en eV) de la distribució de càrregues.

Dades: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻², Càrrega electró = $1,60 \cdot 10^{-19}$ C. $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg. 1 eV = $1,60 \cdot 10^{-19}$ J

Solució: $8,19 \cdot 10^{-8}$ N; $9,00 \cdot 10^{22}$ m·s⁻²
Solució: 27,1 V; -27,1 eV