

ACTIVITATS CÀLCUL INTEGRAL

1. Considereu les rectes $y = x$ i $y = 2x$, i la paràbola $y = x^2$.
- a) Calculeu els punts d'intersecció entre les gràfiques de les diferents funcions i feu un esbós de la regió delimitada per les gràfiques.
[1 punt]
- b) Calculeu l'àrea de la regió de l'apartat anterior.
[1 punt]

2. De la funció polinòmica $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ sabem que
- té un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -3$;
 - la integral definida en l'interval $[0, 1]$ val $-\frac{5}{4}$.

Calculeu el valor dels paràmetres a i b .

[2 punts]

3. Responen a les qüestions següents:
- a) Comproveu que la recta tangent a la corba $y = x^2$ en el punt d'abscissa $x = 2$ és la recta $y = 4x - 4$ i calculeu els punts d'intersecció d'aquesta recta amb els eixos de coordenades.
[1 punt]
- b) Calculeu l'àrea limitada per la corba de l'apartat anterior, la recta tangent en $x = 2$ i l'eix de les abscisses.
[1 punt]

4. Considereu la funció $f(x)$, que depèn dels paràmetres reals n i m i és definida per

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4} + n & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{3x}{2} + m & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) Calculeu els valors de n i m perquè la funció sigui contínua a tot el conjunt dels nombres reals.
[1 punt]
- b) Per al cas $n = -4$ i $m = -6$, calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de $f(x)$, l'eix de les abscisses i les rectes $x = 0$ i $x = 4$.
[1 punt]

5. Sigui la funció $f(x) = \sqrt{x} + x - 2$.
- a)** Comproveu que la funció $f(x)$ compleix l'enunciat del teorema de Bolzano a l'interval $[0, 2]$ i que, per tant, l'equació $f(x) = 0$ té alguna solució a l'interval $(0, 2)$. Comproveu que $x = 1$ és una solució de l'equació $f(x) = 0$ i raoneu, tenint en compte el signe de $f'(x)$, que la solució és única.
[1 punt]
- b)** A partir del resultat final de l'apartat anterior, trobeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció $f(x)$, l'eix de les abscisses i les rectes $x = 0$ i $x = 1$.
[1 punt]

6. Considereu la funció $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$.
- a)** Calculeu el domini de la funció f , els punts de tall de la gràfica de f amb els eixos de coordenades, i els intervals de creixement i decreixement de f .
[1 punt]
- b)** Calculeu l'àrea de la regió del pla determinada per la gràfica de la funció f , les rectes $x = 1$ i $x = e$, i l'eix de les abscisses.
[1 punt]