

3. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & n \end{pmatrix}$, en què m i n són dos nombres reals.

a) Comproveu que es compleix la igualtat $(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$.

[1 punt]

b) Determineu m i n de manera que les matrius B i C commutin, és a dir, $B \cdot C = C \cdot B$.

[1 punt]

6. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu les matrius $A \cdot B$ i $B \cdot A$.

[1,5 punts]

b) Justifiqueu si en algun cas és possible calcular P^2 quan P és una matriu no quadrada.

[0,5 punts]

5. Trobeu les matrius A i B sabent que $A - 2B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ i que $2A + 3B = \begin{pmatrix} 7 & 15 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$.

[2 punts]

4. Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & -a \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} b & c \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu les matrius $A + B$ i $A \cdot B$.

[1 punt]

b) Determineu els valors de a , b i c que compleixen que $A + B = A \cdot B$.

[1 punt]

3. Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Determineu una matriu X que verifiqui $A \cdot X = I$.

[1 punt]

b) Determineu una matriu Y que verifiqui $A \cdot Y \cdot A = B$.

[1 punt]

4. Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ i $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, determineu x per tal que es verifiqui

l'equació $A^2 - 6A + 5I = \mathbf{0}$, on $\mathbf{0}$ és la matriu en què tots els elements són 0.

4. Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Resoleu l'equació matricial $X + 2A = X \cdot A$, on X és la matriu incògnita.

[1 punt]

b) Hi ha cap matriu Y que verifiqui $Y \cdot A = B$? I que verifiqui $A \cdot Y = B$? Justifiqueu les respostes.

[1 punt]

2. Siguin les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ b & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Determineu el valor dels paràmetres a i b que fa que $A \cdot B = B \cdot A$.

[1 punt]

b) Determineu el valor de a per al qual es verifica $A^2 = 2A$.

[1 punt]

6. Considerem les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Trobeu una matriu X que compleixi que $A \cdot B + X = C$.

[1 punt]

b) Calculeu C^3 .

[1 punt]

5. Considereu les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Determineu la matriu X perquè $X + BC = A^2$.

[1 punt]

b) Calculeu les matrius C^6 i C^7 .

[1 punt]