1. Siguin les matrius $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ t & 2 \end{pmatrix}$ i $N = \begin{pmatrix} -1 & t & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

   a) Calculeu $M \cdot N$ i comproveu que la matriu resultant no és invertible.

   [1 punt]

   b) Trobeu els valors de t per als quals la matriu $N \cdot M$ és invertible.

   [1 punt]

4. Considereu la matriu $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu les potències $\boldsymbol{A}^2$, $\boldsymbol{A}^3$ i $\boldsymbol{A}^6$.
[1 punt]

b) Calculeu la inversa de la matriu $\boldsymbol{A}^5$.
[1 punt]

5. Considereu les matrius quadrades d'ordre 2 de la forma $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y^2+1 & x \end{pmatrix}$, amb x i y nombres reals.

a) Comproveu que la matriu $\boldsymbol{M}$ és sempre invertible, independentment dels valors de x i de y.
[1 punt]

b) Per a $x = 1$ i $y = -1$, calculeu $\boldsymbol{M}^{-1}$.
[1 punt]

6. Trobeu totes les matrius de la forma $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}$ que siguin inverses d'elles mateixes, és a dir, que $\boldsymbol{A}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
[2 punts]

5. Contesteu les preguntes següents:

a) Expliqueu raonadament si una matriu d'ordre 3 i una matriu d'ordre 2 poden tenir el mateix determinant.

b) Considereu les matrius següents:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & p \\ 1 & 1-p & 2 \\ 1 & 2 & p \end{pmatrix} \text{ i } \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & p \\ 0 & p & 4 \end{pmatrix}$$

Calculeu, si és possible, el valor del paràmetre p perquè $\det \boldsymbol{A} = \det \boldsymbol{B}$.

[1 punt per cada apartat]