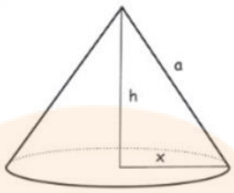
ACTIVITATS OPTIMITZACIÓ

1. Les pàgines d'un llibre han de tenir cada una 600 cm^2 de superfície, amb uns marges al voltant del text de 2 cm a la part inferior, 3 cm a la part superior i 2 cm a cada costat. Calculeu les dimensions de la pàgina que permeten la superfície impresa més gran possible.
[2 punts]

6. Considereu un con de 120 cm^3 de volum que té una altura h, un radi de la base x i una aresta a, com el de la figura següent:



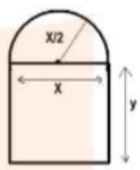
a) Comproveu que $a^2 = \dfrac{360}{\pi} \cdot \dfrac{1}{h} + h^2$.
[1 punt]

b) Calculeu l'altura del con que té l'aresta de longitud mínima.
[1 punt]

NOTA: Recordeu que el volum del con és un terç del volum del cilindre recte que té la mateixa base i la mateixa altura que el con.

6.

La portalada d'una catedral està formada, en la part superior, per un arc de mitja circumferència que recolza sobre dues columnes, com il·lustra la figura adjunta, en què x és el diàmetre de la circumferència, és a dir, la distància entre columnes, i y és l'alçària de cada columna.

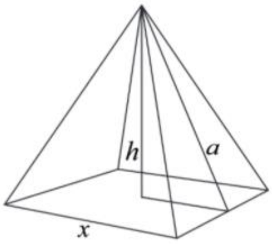


a) Comproveu que la funció $f(x,y) = \dfrac{\pi x^2}{8} + x\,y$ determina l'àrea d'aquesta portalada.

[1 punt]

b) Si el perímetre de la portalada fa 20 m, determineu les mides x i y de la portalada que en maximitzen l'àrea.

6. Volem construir una tenda en forma de piràmide regular de base quadrada. Disposem de 300 m^2 de tela per a la fabricació de les quatre cares de la tenda (se suposa que en l'elaboració de les cares no es perd gens de tela). Designem x la longitud d'un costat de la base de la tenda.



a) Sabent que el volum d'una piràmide és igual a un terç del producte de l'àrea de la base per l'altura, comproveu que, en aquest cas,

$$V(x) = \frac{x\sqrt{(9 \times 10^4) - x^4}}{6}$$

b) Determineu el valor de x perquè el volum sigui el més gran possible (no cal que comproveu que el valor obtingut correspon realment a un màxim).