

TEMA 6

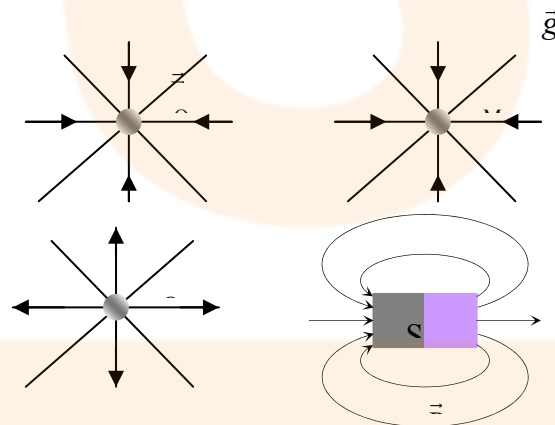
Electromagnetisme

Introducció.

El magnetisme és un fenomen natural. El coneixement de la seva existència es remunta entre els segles X a.C. i V a.C. a l'antiga Grècia, on els seus savis observaren que la magnetita¹ era capaç d'atreure petits objectes lleugers (serradures de pols i de ferro). Actualment estudis recents han permès determinar fenòmens de caràcter magnètic a nivell local de gran extensió repartits en una gran part de la superfície del nostre planeta. Aquestes anomalies magnètiques permeten localitzar jaciments de minerals que contenen magnetita en grans quantitats. En general, ara sabem que el fenomen del magnetisme es produeix de forma independent al fenomen de la gravitació i a més avui en dia sabem que s'extén a la totalitat del planeta.

Els primers vestigis sobre l'ús del magnetisme a la Terra els podem situar cap el segle XII d.C. quan algunes cultures vikings usaven un petit tros de metall que s'orientava de forma misteriosa cap el nord geogràfic terrestre. Aquest petit estri els permetia la navegació dins la boira. Qui no disposés d'aquest simple artillugi havia de navegar sempre sense boira, o tot resseguint la costa per evitar perdre's en el mar.

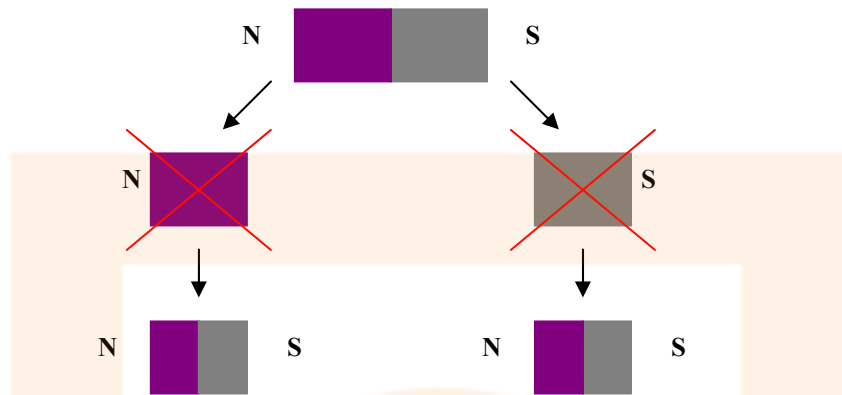
Aquests objectes que posseixen la capacitat d'orientar-se en una direcció concreta s'anomenen **imants** i són el principi de funcionament de totes les bruijoles. Avui en dia se sap que els imants són també generadors de camp magnètic i que estan constituïts per dos **pol magnètics** anomenats **pol nord** i **pol sud**. Per conveni el camp magnètic neix en el pol nord i mor en el sud. A diferència dels altres camps coneguts, el camp gravitatori i el camp elèctric², el camp magnètic va lligat a l'existència dels dos pols i a més les seves línies de camp tenen la circulació tancada.



¹ La magnetita és un mineral format per òxid de ferro.

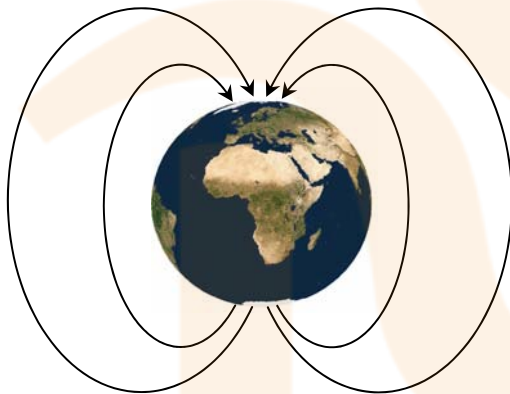
² Recordeu que el camp gravitatori i el camp elèctric s'originen a partir d'una massa i càrrega elèctrica respectivament.

És important entendre que el camp magnètic va lligat als dos pols magnètics. Si per algun motiu separéssim els dos pols d'un imant, observariem que automàticament els dos pols es converteixen en dos imants independents. És a dir, **el monopol magnètic no existeix**.



6.1. Origen del camp magnètic terrestre

La imantació que presenten tots els imants naturals terrestres és un procés que ha durat milions d'anys. En l'actualitat sabem que la Terra és un gran imant que ha imantat tots els minerals que contenen magnetita.



En l'actualitat el camp magnètic terrestre flueix pel sud geogràfic per acabar morint al nord geogràfic. Aquesta és la situació actual.

La Terra sempre ha tingut un camp magnètic però la seva orientació ha variat periòdicament al llarg del temps. Fa milions d'any el camp magnètic terrestre estava invertit respecte l'actual. El que ara és el pol sud magnètic, abans era el pol nord magnètic. Aquesta inversió és produeix de forma periòdica en el temps. Això

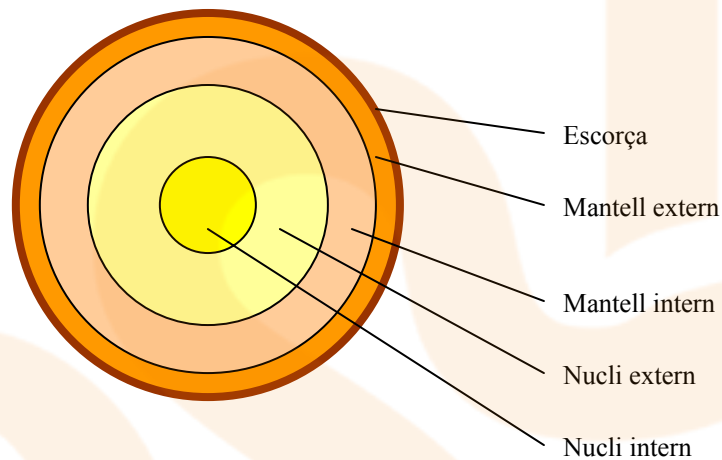
ho sabem perquè en els fons marins han aparegut les marques deixades pels materials magnètics que han fluid de l'interior de la Terra.

La qüestió és la següent, què genera l'aparició del camp magnètic a la Terra? Per contestar aquesta pregunta hem d'analitzar de forma senzilla l'estructura interna del nostre planeta.

Si fem un tall transversal del nostre planeta podrem observar que el planeta està format per una sèrie de closques concèntriques. Des de la part més externa fins el centre de la Terra trobem:

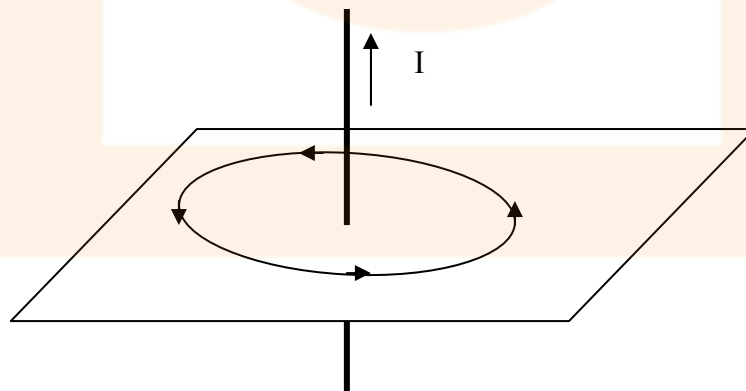
- **L'escorça terrestre:** Aquesta capa té un gruix d'entre 10 km i 100 km. A sobre es troben els oceans i els continents. L'escorça no és una capa contínua sinó que està composta per múltiples capes com si fos un gran trencaclosques. Aquestes capes floten sobre closca inferior, **l'astenosfera**.

- **Mantell:** Té uns 3.500 km de gruix. Està format per roques molt fosques, riques en silici, magnesi i ferro. Hi distingim dues capes: *Mantell intern*, sòlid i que està en contacte amb el nucli. *Mantell extern*, que si bé és sòlid, té una capa plàstica (una mica com l'argila: *asthenos* vol dir tou en grec): l'**astenosfera**.
- **El nucli terrestre:** Presenta dues capes diferenciades:
 - Nucli extern:* Té un gruix de 2.200 km i està format en gran mesura per ferro i níquel en estat fos. El níquel i el ferro estan ionitzats és a dir carregats elèctricament, i descriuen al voltant del centre un moviment de rotació.
 - Nucli intern:* Té un radi de 1.300 km. El ferro i el níquel es troben en estat sòlid ja que estan sotmesos a una gran pressió.

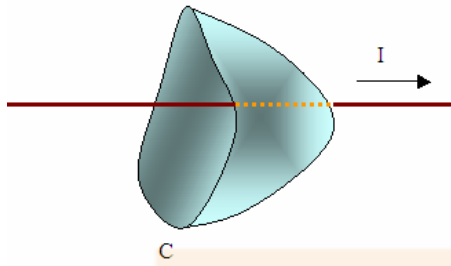


6.2. Inducció electromagnètica.

L'any 1820 el físic alemany Oersted va descobrir que si situem una sèrie de brúixoles al voltant del fil, aquestes s'orienten circularment en fer passar corrent pel fil. Com que les brúixoles s'orienten segons la direcció del camp magnètic, Oersted va deduir que s'indueix un camp magnètic al voltant del fil quan per ell circula corrent.



6.3. La llei d'Ampere



La circulació del camp magnètic \vec{B} a través de qualsevol contorn C tancat que delimiti una superfície determinada val $\mu_r \cdot \mu_0 \cdot I_{\text{int}}$ on μ_r és la permeabilitat magnètica relativa del medi³, μ_0 és la permeabilitat magnètica absoluta del buit ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A) i I_{int} és la intensitat de corrent constant que travessa la superfície que delimita el contorn C en qüestió. Matemàticament la llei anterior s'expressa com

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot I_{\text{int}}$$

6.4. La llei de Biot i Savart

Biot i Savart van donar la formulació matemàtica al fenomen observat per Oersted.

Considerem un fil per on circula un corrent elèctric I . Sigui A un punt qualsevol que està a prop del fil. La llei de Biot i Savart ens diu que la intensitat del camp magnètic $d\vec{B}$ en el punt A causada per un tros de fil és:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_r \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

on $d\vec{l}$ és el vector diferencial de longitud del fil i que té la mateixa direcció que la intensitat I , \vec{r} el vector posició del punt A respecte el diferencial de fil $d\vec{l}$, μ_r la permeabilitat relativa del medi, μ_0 la permeabilitat magnètica absoluta del buit.

El camp magnètic total en el punt A és la contribució de tots els trossos de fil, és a dir:

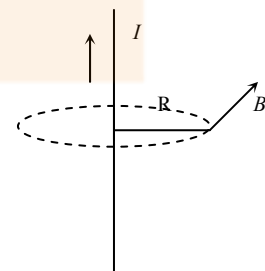
$$\vec{B} = \int_{\text{fil}} d\vec{B} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_r \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \int_{\text{fil}} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

EXEMPLE 1

Calcularem el camp magnètic en dos exemples diferents a partir de l'aplicació de la llei d'Ampere i de la llei de Biot i Savart.

- Camp magnètic creat per un fil rectilini infinit.

Sigui un fil rectilini infinit per on circula un corrent I . Calculem el camp magnètic en un punt que dista R del fil.



³ La permeabilitat magnètica relativa compleix sempre $\mu_r \geq 1$.
p.e. buit : $\mu_r = 1$, materials ferromagnètics : $\mu_r \approx 1000$.

Apliquem la llei d'Ampere.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot I_{\text{int}}$$

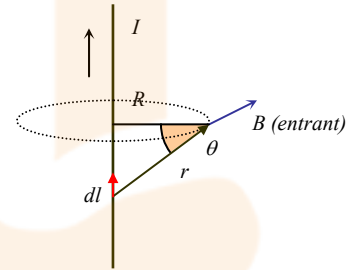
Com que \vec{B} i $d\vec{l}$ són vectors paral·lels, $\vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot dl \cdot \cos \phi = B \cdot dl \cdot \cos 0^\circ = B \cdot dl$. A més en ser la trajectòria d'integració un cercle, $dl = r \cdot d\phi$. Substituint, ens quedarà:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot I_{\text{int}} \Rightarrow \oint B \cdot dl = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot I_{\text{int}} \Rightarrow B \cdot \oint r \cdot d\phi = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot I_{\text{int}} \Rightarrow B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I_{\text{int}}}{\oint r \cdot d\phi}$$

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I_{\text{int}}}{2\pi \cdot r} \Rightarrow B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I_{\text{int}}}{2\pi \cdot r}$$

Apliquem la llei de Biot-Savart.

$$\vec{B} = \frac{\mu_r \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \int_{\text{fil}} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



Relacionem R , l amb l'angle ϑ ens quedarà:

$$l = R \cdot \text{tg} \vartheta \Rightarrow dl = \frac{R}{\cos^2 \vartheta} d\vartheta$$

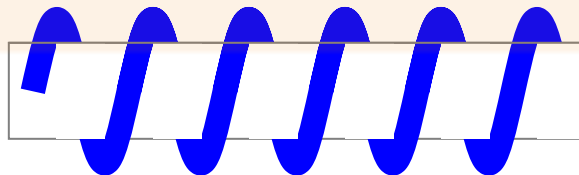
$$r = \frac{R}{\cos \vartheta}$$

Quan calculem el camp B en el punt P, Totes les contribucions de cada tros de fil són paral·leles en P, per tant la suma de totes les contribucions la podem fer en mòdul.

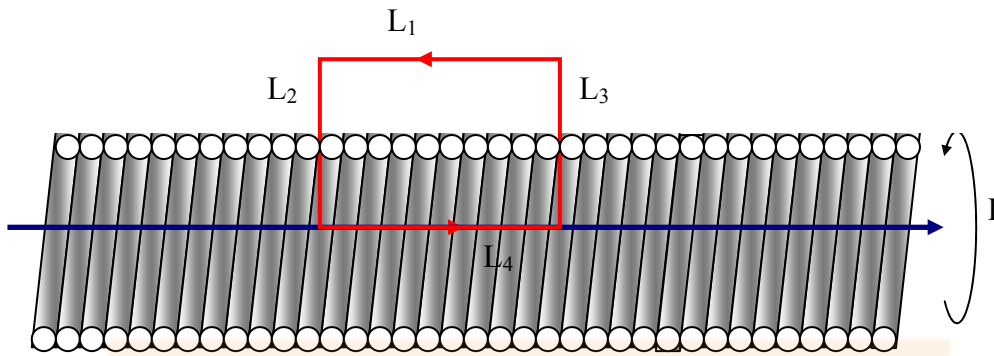
$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|d\vec{l} \times \vec{r}|}{r^3} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{r \cdot dl \cdot \sin \phi}{r^3} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{r \cdot dl \cdot \cos \vartheta}{r^3} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \vartheta}{r^2} \cdot dl = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi} I \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos \vartheta}{\left(\frac{R}{\cos \vartheta}\right)^2} \cdot \frac{R}{\cos^2 \vartheta} \cdot d\vartheta = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi R} I \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \vartheta \cdot d\vartheta = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4\pi R} I \cdot [\sin \vartheta]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{2\pi R} I \end{aligned}$$

- **Camp magnètic creat per un solenoide en els punts de l'eix central.**

Un solenoide és un fil sobre un cilindre tal i com es veu a la figura.



Si el solenoide és prou llarg, el camp magnètic és pràcticament nul a l'exterior. Aleshores podem aplicar la llei d'Ampere per calcular el camp B en el centre del solenoide.



La circulació del camp B a través del camí tancat de la figura serà:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_r \mu_0 I_{\text{int}} \Rightarrow \vec{B} \cdot \vec{L}_1 + \vec{B} \cdot \vec{L}_2 + \vec{B} \cdot \vec{L}_3 + \vec{B} \cdot \vec{L}_4 = 0 + 0 + 0 + B \cdot L = \mu_r \mu_0 I_{\text{int}} \Rightarrow \begin{cases} \text{Com que } I_{\text{int}} = N \cdot I \\ BL = \mu_r \mu_0 N \cdot I \end{cases} \Rightarrow$$

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{N}{L} I$$

unitats del camp magnètic. $[\vec{B}] = 1T$ (Tesla)

6.5. La llei de Lorentz.

Fins ara hem parlat de com un corrent elèctric es capaç de generar un camp magnètic en els punt del seu voltant. Ara bé la interacció entre el camp magnètic i el corrent elèctric no s'acaba aquí. Un corrent elèctric immers dins d'un camp magnètic sentirà una força F_m .

Sigui una càrrega elèctrica Q que es mou amb velocitat v ⁽⁴⁾ dins d'un camp magnètic B . Aquesta càrrega sentirà els efectes del camp com una força que compleix les condicions següents:

- La força F és màxima quan v i B són perpendiculars.
- La força F és perpendicular a v i B .
- La força F és nul·la quan v i B és paral·lela.

La relació que compleix totes les condicions anteriors és el que es coneix com *lleï de Lorentz* :

$$\vec{F}_m = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

⁴ Una càrrega en moviment és pot considerar el corrent elèctric més simple possible.

EXEMPLE

Una càrrega $Q_+ = +1,20 \mu\text{C}$ es mou amb una velocitat $v = 1.500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dins d'un camp magnètic $\vec{B} = 100.000 \text{ T}$. La velocitat forma un angle de 30° amb el camp B .

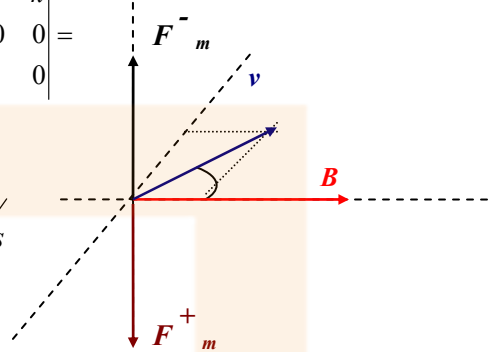
$$\vec{F}_m^+ = Q_+ \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = Q_+ \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = +1,2 \cdot 10^{-6} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1299,04 & 750 & 0 \\ 100.000 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$+1,2 \cdot 10^{-6} \cdot (-7,5 \cdot 10^7 \vec{k}) = -90 \vec{k} \text{ N}$$

on la velocitat i el camp B compleixen:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} = v \cdot \cos(30^\circ) \vec{i} + v \cdot \sin(30^\circ) \vec{j} + 0 \vec{k} \text{ m/s}$$

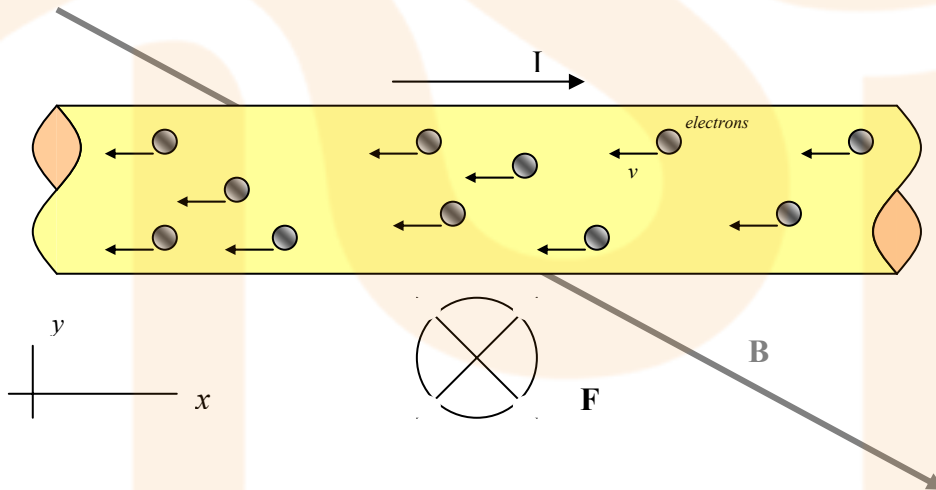
$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k} = 100.000 \vec{i} + 0 \vec{j} + 0 \vec{k} \text{ T}$$



Fixeu-vos que si la càrrega és positiva la força va dirigida cap avall però si la càrrega és negativa la força va dirigida cap amunt.

6.6. La força magnètica sobre un fil rectilini immers dins d'un camp B .

Suposem un fil rectilini de longitud L immers dins d'un camp magnètic B . Pel fil circula una intensitat de corrent I .

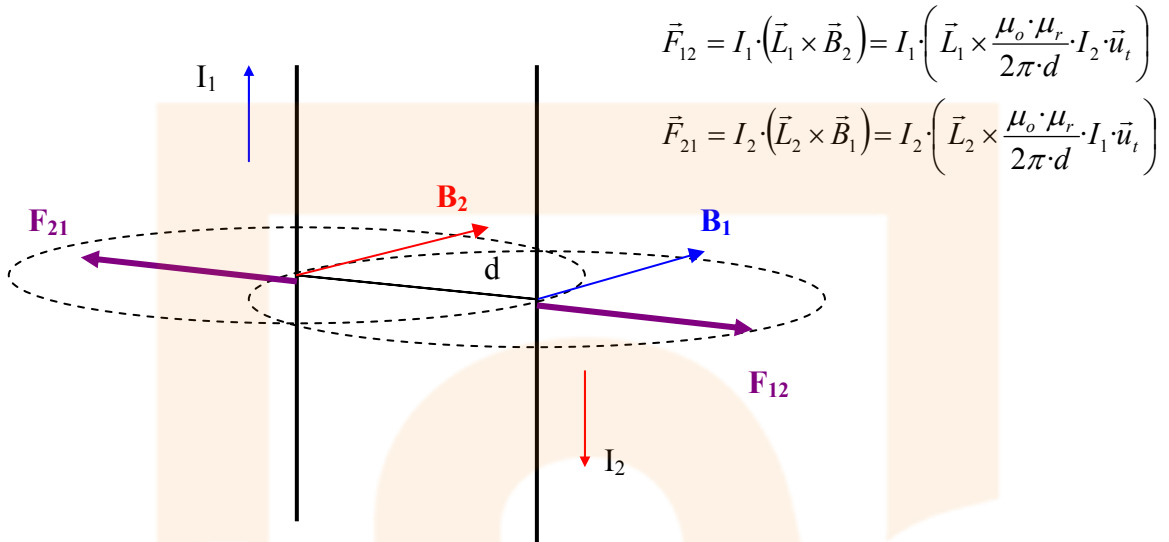


Aleshores com que els electrons estan en moviment i tenen una velocitat v en la direcció del fil els podem aplicar la llei de Lorentz.

$$\begin{aligned} \vec{F}_m &= Q_- \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -(-Q_-) \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -\left(\frac{-Q_-}{\Delta t}\right) \cdot \Delta t \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -I \cdot (\vec{v} \cdot \Delta t \times \vec{B}) = -I \cdot (v \cdot \Delta t \cdot \vec{i} \times \vec{B}) = \\ &= -I \cdot (L \cdot \vec{i} \times \vec{B}) \Rightarrow \vec{F}_m = -I \cdot (\vec{L} \times \vec{B}) \end{aligned}$$

6.7. La força magnètica entre dos fils rectilinis, paral·lels i infinits.

Siguin dos fils rectilinis, paral·lels i infinits pels que circulen dos corrents diferents. Com que cada fil crea un camp magnètic on està l'altre, apareixerà una força F sobre cada un dels fils que els atraurà o els repel·lirà. Calculem que val aquesta força atractiva o repulsiva entre els fils.



Si els corrents són contraris les forces són repulsives. Si els corrents són en el mateix sentit, les forces seran atractives.