

Equilibri i màquines simples

Sitio: [Cursos IOC - Batxillerat](#)

Imprimido por: Invitado

Curso: Tecnologia industrial (autoformació IOC)

Día: jueves, 31 de marzo de 2022, 16:06

Libro: Equilibri i màquines simples

Tabla de contenidos

1. Vectors

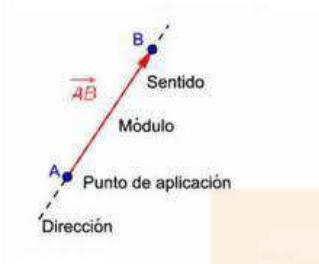
2. Equilibri

3. Màquines simples



1. Vectors

Recordeu que un **vector** és un element matemàtic que necessita, a més del valor propi (mòdul o intensitat), donar un punt d'aplicació, una direcció i un sentit. Es representa per una fletxa.

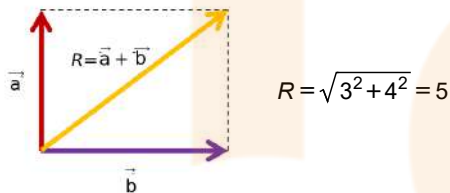


Suma i resta de vectors

Els vectors no es poden sumar directament sumant els seus valors, cal aplicar altres mètodes.

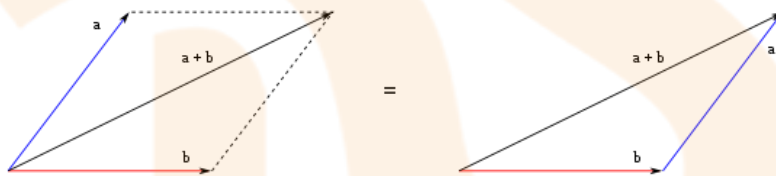
Per exemple, si tenim dos vectors a 90° com mostra la imatge on $a = 3$ m i $b = 4$ m, la resultant R serà $R = 5$ m que trobem aplicant el teorema de Pitàgores.

En cap cas podem fer la suma directa ~~$3+4=7$~~



Per calcular la suma o resta de vectors en situacions diferents, s'ha de fer servir la trigonometria i els teoremes del sinus, cosinus, etc. els quals els podeu consultar en qualsevol llibre de física o matemàtiques,

El vector $\vec{a} + \vec{b}$ és la suma vectorial de \vec{a} i \vec{b}



Producte escalar de dos vectors: Treball

Un producte escalar és una operació algebraica entre dos vectors que dóna un escalar (un número). El producte escalar de dos vectors és igual al producte de mòduls pel cosinus de l'angle que formen els dos vectors.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos(\vec{F}, \vec{d}) = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

El treball (W), en Joules (J), és doncs un escalar que s'obté com a el producte de dos vectors, que són la força i l'espai. En la majoria dels casos la força i l'espai tenen la mateixa direcció, amb el $\cos 0^\circ = 1$, i per tant la fórmula queda així simplificada.

$$W = F \cdot d$$

Producte vectorial de dos vectors: Moment d'una força respecte un punt

Un altre concepte que ens interessa de la Física és el producte vectorial.

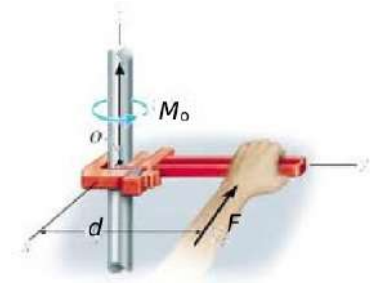
El producte vectorial de dos vectors és un altre vector, perpendicular al pla format pels dos vectors que es multipliquen. El sentit del vector resultant és el que indica la llei del tirabuixó a l'anar del 1r sobre el 2n i el mòdul o intensitat és el producte dels mòduls pel sinus de l'angle que formen:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = r \cdot F \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$$

És important la fórmula del moment d'una força F respecte al punt O , on el vector \vec{r} serà la distància perpendicular d entre la força F i el punt O , i així, com que el $\sin 90^\circ = 1$, la fórmula del moment per nosaltres serà:

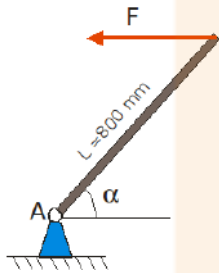
$$M_0 = d \cdot F$$

El moment d'un vector respecte un punt és igual al valor de la força F en Newtons multiplicat per la distància perpendicular d en metres. El moment es mesura en N·m



Exemple de càlcul de moment d'una força

Determineu el moment de la força $F=1500$ N sobre el punt A sabent que $L=800$ mm i $\alpha = 60^\circ$



Podem calcular primer la distància i després el moment

$$d = L \cdot \sin \alpha = 0,8 \cdot \sin 60 = 0,6928 \text{ m}$$

$$M = F \cdot d = 1500 \cdot 0,6928 = 1039 \text{ N} \cdot \text{m}$$

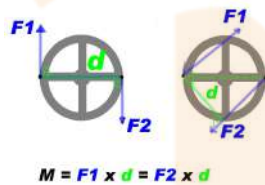
o directament

$$M = F \cdot L \cdot \sin \alpha = 1500 \cdot 0,8 \cdot \sin 60 = 1039 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Parell de forces

Són dues forces paral·leles iguals i de sentit contrari. El càlcul del moment que provoquen és similar al cas anterior.

En aplicar un parell de forces a un cos, aquest gira, o es produeix una torsió. La magnitud de la rotació depèn del valor de la força i la distància entre elles. El parell de forces queda definit per:



El moment del parell de forces seria la suma del moment de cada una, ja que les dues fan girar el cos cap al mateix sentit:

$$M = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2$$

$$\text{Si } F_1 = F_2 = F \quad \text{i} \quad r_1 = r_2 = r \rightarrow r + r = d$$

$$M = F \cdot d$$

2. Equilibri

L'equilibri d'un cos es produeix quan aquest està en repòs o en moviment uniforme, però en el nostre cas tan sols considerarem quan el cos estarà en repòs.

Hi han dos situacions:

Un cos sotmès a forces concurrents

Direm que un cos que té varies forces concurrents en un punt està en equilibri quan la resultant de totes elles és zero.

$$\sum \vec{F} = 0$$

Si les forces tenen la mateixa direcció es poden sumar directament, però quan les forces tenen direccions diferents s'ha de fer una suma de vectors.

Exemple de càlcul d'equilibri d'un cos sotmès a forces concurrents d'igual direcció

La làmpada de la figura té una massa de $m = 15 \text{ kg}$.
Determineu la tensió de cable.

$$P = m \cdot g = 15 \cdot 9,81 = 147,2 \text{ N}$$

Per tant la tensió en el cable serà:

$$T = P = 147,2 \text{ N}$$



Exemple de càlcul d'equilibri d'un cos sotmès a forces concurrents de diverses direccions

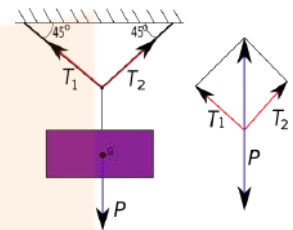
Determineu la tensió T_1 i T_2 que fa cada cable si el cos té una massa de $m = 15 \text{ kg}$.

La suma dels dos vectors de les forces T_1 i T_2 ha de donar una força igual a P i que el sistema és simètric per tant: $T_1 = T_2$

$$P = m \cdot g = 15 \cdot 9,81 = 147,2 \text{ N}$$

$$P = T_1 \sin 45 + T_2 \sin 45 = 2T \sin 45$$

$$T = \frac{P}{2 \sin 45} = \frac{147,2}{2 \sin 45} = 104,1 \text{ N}$$



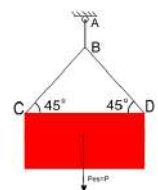
Exemple 2 de càlcul d'equilibri d'un cos sotmès a forces concurrents de diverses direccions

Una placa de metall rectangular de 2x1 metres, que pesa $P = 616 \text{ N}$, està suspesa del sostre tal com es mostra a la figura. Determineu les forces que suporten els cables.

Descomponem la força en les coordenades x , y i després es planteja l'equació d'equilibri per a cada direcció.

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_x = 0$$



$$T_{AY} = P = 616 \text{ N}$$

Com tot és simètric:

$$T_{CY} = T_{DY}$$

$$T_{CX} = T_{DX}$$

Per $\Sigma F_Y = 0$

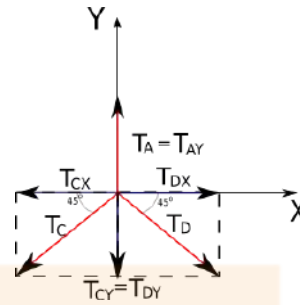
$$T_{AY} - T_{CY} - T_{DY} = 0$$

$$T_{AY} - 2T_{CY} = 0$$

$$T_{CY} = \frac{T_{AY}}{2} = \frac{616}{2} = 308 \text{ N}$$

$$T_{CY} = T_C \sin 45$$

$$T_C = T_D = \frac{T_{CY}}{\sin 45} = \frac{308}{0,7071} = 435,6 \text{ N}$$

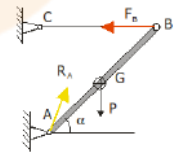


Un cos sotmès a forces NO concurrents

En aquest cas per tal d'assegurar que el cos estigui en repòs no és suficient que la suma de forces sigui igual a zero $\Sigma F = 0$, també s'ha de complir que la suma de moments que fan les forces respecte qualsevol punt del cos ha de ser també igual a zero $\Sigma M_O = 0 \rightarrow F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 + \dots + F_n \cdot d_n = 0$

Exemple de càlcul de moments en un cas d'equilibri d'un cos

En el sistema de la figura el pes de la barra és de $P = 1000 \text{ N}$, la longitud de la barra és $L = 1,4 \text{ m}$ i l'angle alfa és $\alpha = 45^\circ$. Determineu la força F_B que fa el tirant.



Les forces que actuen sobre la barra són:

- El pes de la barra P
- La força del tirant F_B
- La força que fa el recolzament sobre l'articulació en A R_A .

Com que podem escollir el punt sobre el que calculem el moment, triem el que és més fàcil per nosaltres. En aquest cas triem el punt A perquè la força aplicada en aquest punt té dos components i s'anul·larà.

$$\Sigma M_A = 0$$

Cal recordar el signe segons el sentit de gir. Positiu antihorari i negatiu horari.

- F_B respecte A és positiu.
- P respecte A és negatiu.
- R_A no dona moment perquè la seva distància fins a A és $d = 0$.

$$R_A \cdot 0 - P \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot \cos 45 \right) + F_B \cdot L \cdot \sin 45 = 0$$

$$F_B = \frac{P \cdot \left(\frac{L}{2} \cdot \cos 45 \right)}{L \cdot \sin 45} = \frac{1000 \cdot \left(\frac{1,4}{2} \cdot \cos 45 \right)}{1,4 \cdot \sin 45} = 500 \text{ N}$$

Per a calcular el valor de la força a R_A caldria plantejar ara l'equació de la suma de forces igual a zero, o bé tornar a fer els moments respecte un altre punt.

3. Màquines simples

Una màquina és un sistema format per un conjunt de mecanismes que actuen conjuntament per a realitzar una tasca. Les màquines simples fan forces i transmeten parells.

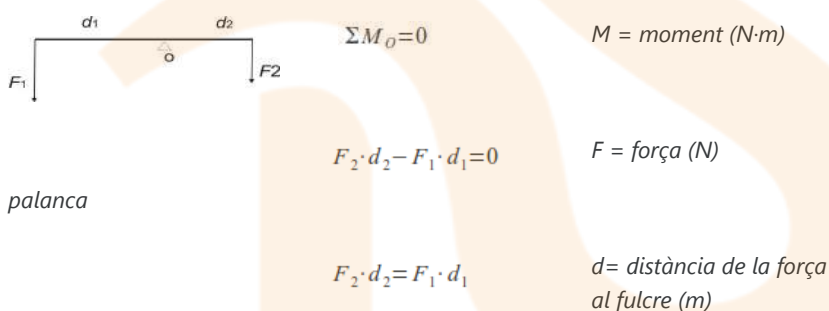
Les màquines segueixen les lleis de la mecànica. Si es fa un estudi cinemàtic es poden calcular desplaçaments, velocitats i acceleracions. Si es fa un estudi dinàmic es poden calcular forces i moments.

Algunes de les màquines simples són:

La palanca

Una palanca és una màquina simple composta per una barra rígida que pot girar al voltant d'un punt de suport o fulcre. Es pot fer servir per a amplificar la força, o per a incrementar la distància recorreguda per un objecte en resposta a l'aplicació d'una força.

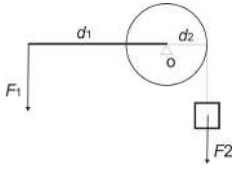
Si la palanca està en equilibri, es verifica que la suma de moments respecte el punt O val zero. El moment que genera la força F_1 és igual i de sentit contrari al moment que genera la força F_2 :



El torn

Un torn és una màquina simple que consisteix en un cilindre amb una corda al seu voltant, i una maneta. Girant la maneta també fem girar el cilindre i podem pujar masses. El torn també pot ser mogut per dues manetes, o també es pot accionar per un motor.

També es compleix que:



$$F_2 \cdot d_2 = F_1 \cdot d_1$$

Per tant s'assembla molt a la palanca anterior.

