TEMA 7
FÍSICA MODERNA

A finals del segle XIX i principis dels XX es va produir una revolució en el món de la física. La visió clàssica de la física havia permès resoldre molts problemes de gran complexitat a partir de les lleis de Newton (gravitació universal, cinemàtica, electromagnetisme ...). La casualitat però, va portar a l'observació de fenòmens a nivell microscopi que s'escapaven de l'explicació possible des del punt de vista de la física clàssica.

Durant l'any 1900 el professor Philip Lenard i la seva ajudant Milleva Maric varen estudiar detalladament un d'aquests fenòmens, observant l'aparent contradicció que apareixia en l'intent d'explicar-lo a partir de la física clàssica. El fenomen al qual ens referim és *l'efecte fotoelèctric*.

L'efecte fotoelèctric va ser descobert per casualitat l'any 1887 per Heinrich Hertz quan en comprovar l'existència de les ones electromagnètiques de James Maxwell va observar que en irradiar un metall saltaven electrons del metall de forma inesperada.

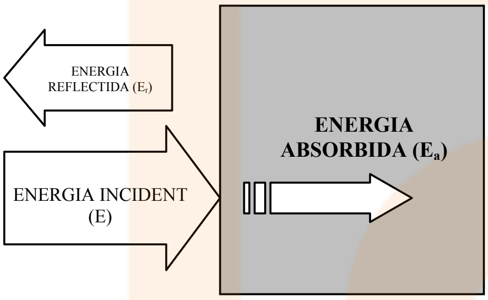
La teoria classica de la propagació de la llum a través d'ones no permetia explicar de forma matemàtica aquest fenomen. Albert Einstein però va estudiar aquest fenomen àmpliament des d'un nou punt de vista. Aprofitant la idea de la quantització de l'energia de Max Planck ($E = h \cdot f$) va poder explicar aquest efecte i corroborar les seves característiques.

Havia doncs nascut una nova forma d'entendre la física i tot el què l'envolta. La física clàssica deixava de ser l'unic punt de vista per entendre els processos naturals. La física d'allò més petit i la física d'altes energies (altes velocitats) necessitava un nou model per entende el què passava. Havien nascut la *física quantica* i la *física relativista*.

7.1. La radiació del cos negre. La llei de Planck.

- Coeficients d'absorció i reflexió d'un sòlid.

Si un objecte rep una quantitat d'energia $\boldsymbol{E}$ en forma de radiació electromagnètica n'absorbirà una part i en reflectirà la resta. Anomenem $\mathbf{E_a}$ a l'energia absorbida i $\mathbf{E_r}$ a l'energia reflectida. Establirem la relació $\mathbf{E = E_a + E_r}$. Podem definir els coeficients a i r com $a = \frac{E_a}{E}$ i $r = \frac{E_r}{E}$ com la proporció d'energia absorbida i com la proporció d'energia que es veu reflectida cap a l'exterior respectivament. És evident que es pot escriure la igualtat següent:

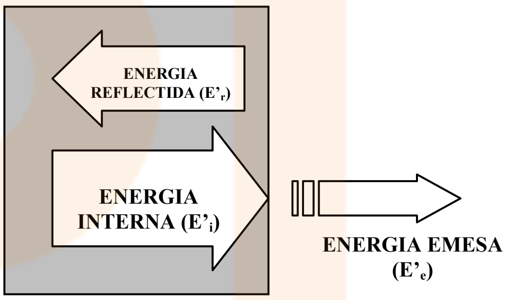


$$\left.\begin{array}{l} E = E_a + E_r \Rightarrow \\ a = \dfrac{E_a}{E} \\ r = \dfrac{E_r}{E} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{E}{E} = \frac{E_a}{E} + \frac{E_r}{E} \Rightarrow \boxed{1 = a + r}$$

- Espectre d'emissió d'un cos calent.

Tots els cossos calents són emissors de radiació electromagnètica. Definim els següents coeficients $a' = \frac{E_e'}{E_i'}$ i $r' = \frac{E_r'}{E_i'}$ com la proporció d'energia emesa cap a l'exterior del sòlid i com la proporció d'energia reflectida novament cap a l'interior pel sòlid respectivament. Igualment podem escriure les següents igualtats.

$$\left.\begin{array}{l} E_i' = E_r' + E_e' \\ a' = \dfrac{E_e'}{E_i'} \\ r' = \dfrac{E_r'}{E_i'} \end{array}\right\} \Rightarrow a' + r' = 1$$

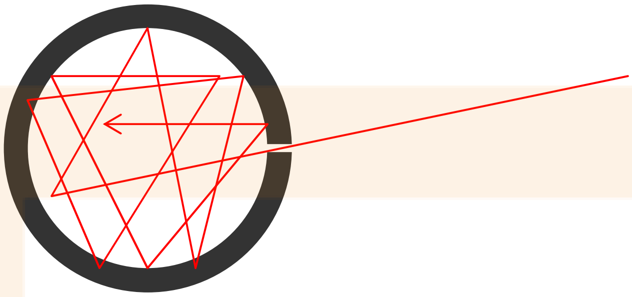


Els coeficients $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{a'}$ i els coeficients $\boldsymbol{r}$ i $\boldsymbol{r'}$ són iguals dos a dos per un mateix sòlid. Això és així perquè l'energia emesa i absorbida ha travessat la mateixa superfície que delimita el sòlid del medi exterior.

Quan els sòlids presenten un coeficient d'absorció petit ($\boldsymbol{a} \sim 0$) i un coeficient de reflexió proper a la unitat ($\boldsymbol{r} \sim 1$), diem que aquests sòlids són materials aïllants[1]. Per contra els materials que presenten uns coeficients d'absorció grans ($\boldsymbol{a} \sim 1$) i de reflexió petits ($\boldsymbol{r} \sim 0$) permeten absorbir molta energia incident i permeten que l'energia

[1] Un bon exemple de sòlid aïllant és el cas del termo. Els termos es fabriquen en vidre molt reflectant de manera que aïllen molt bé la zona interior i exterior del termo, i permeten mantenir el líquid del seu interior a la temperatura inicial durant molt de temps.

interna marxi amb molta facilitat. El cos negre n'és la idealització d'aquest últim cas (***a*** = 1 i ***r*** = 0). De forma molt senzilla podem representar el cos negre com una cavitat fosca amb una petita obertura, de manera que la llum incident pot entrar per la petita obertura i en reflectir-se a les parets de la cavitat no pot sortir pel mateix forat d'entrada. L'energia queda així retinguda en el seu interior sense poder escapar de seu interior.

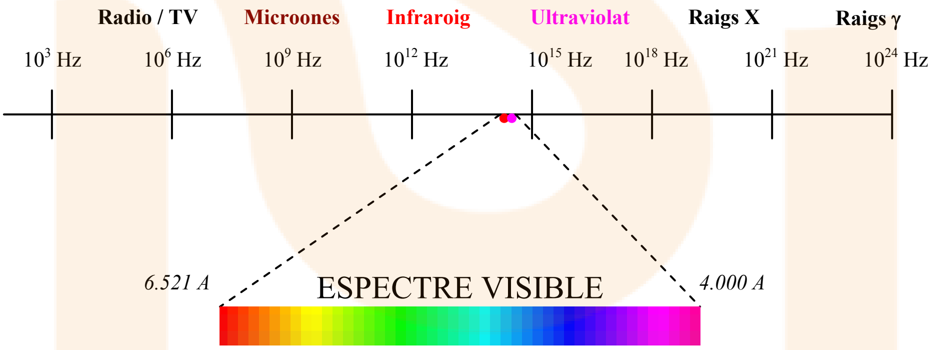


A la vegada un cos negre que està a una temperatura **T** serà capaç d'emetre tota l'energia que es generi en el seu interior. Es pot expressar la quantitat d'energia emesa per unitat de temps d'un cos negre calent segon la *llei d'Stefan-Boltzman* que ve donada per:

$$P = \sigma \cdot T^4$$

on $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \dfrac{W}{m^2 \cdot K^4}$ s'anomena constant d'Stefan-Boltzman.

Aquesta energia s'emet en forma d'ones electromagnètiques per a tot el ventall possible de longituds d'ona de l'espectre electromagnètic.



Experimentalment es va demostrar que la distribució d'aquesta radiació per unitat de longitud i per unitat de volum només depèn de la temperatura en graus kelvin i de la longitud d'ona a considerar i ve donada per per *l'equació de Rayleigh-Jeans.*

$$f(T, \lambda) = \frac{8 \cdot \pi \cdot k \cdot T}{\lambda^4}$$

on **k** és l'anomenada *constant de Boltzman*.

Per a logitud d'ones grans, els resultats experimentals d'emissió del cos negre encaixen amb els predits per *l'equació de Rayleigh-Jeans*, és a dir un cos negre calent emet poca energia en forma d'ones electromagnètiques amb longituds d'ona grans. En canvi per a longituds d'ona petites, l'experiència ens indica que l'energia emesa per aquestes longituds és petita però per contra l'equació anterior prediu una que les emissions d'energia han de ser enormes. Aquesta contradicció entre l'experiència real i l'equació teòrica s'anomena *catàstrofe de l'ultraviolat* i ens indica que l'equació de Rayleigh-Jeans només és vàlida per a longituds d'ona grans.

L'any 1900 Max Planck va obtenir una equació que corregia la *catàstrofe de l'ultraviolat*. El més sorprenent de tot és que per obtenir l'equació correctora, Planck va fer una sèrie de suposicions teòriques que eren molt sorprenents respecte la línia de pensament que tenia la física de l'època. Aquestes suposicions es resumien en dos postulats:

1. Els àtoms d'un cos negre vibren harmònicament amb freqüència f i emeten o absorbeixen la radiació electromagnètica amb la freqüència igual a la de la vibració.
2. Cada àtom és capaç d'emetre o absorbir una quantitat d'energia, que és múltiple de la freqüència f de vibració. Aquesta quantitat d'energia s'anomena *quantum* i és igual a $E = h \cdot f$.

La constant de multiplicitat entre la freqüència i l'energia és l'anomenada *constant de Planck*. Aquests *quantums* d'energia valen $E=h \cdot f$. La segona suposició estableix que l'energia de tota partícula no és contínua sinó que està discretitzada en *quantums*. Des d'un punt de vista macroscòpic aquesta discretització de l'energia és imperceptible observant-se aquesta com un continu però per a l'estudi de l'àtom i de les partícules subatòmiques, la discretització de l'energia és fonamental per a poder entendre els processos físics que es produeixen.

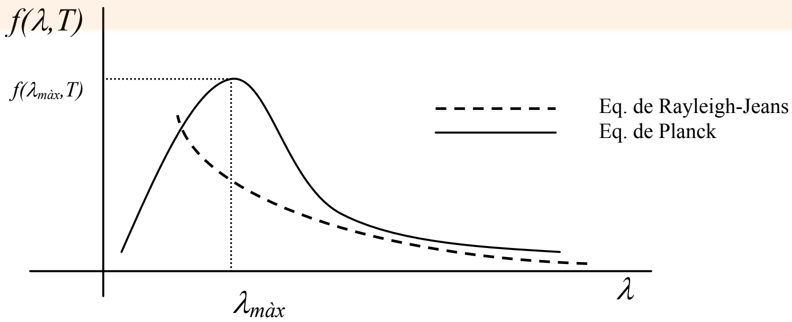
A partir dels dos postulats i amb càlculs matemàtics estadístics va obtenir l'anomedada *llei de Planck per a la radiació del cos negre*.

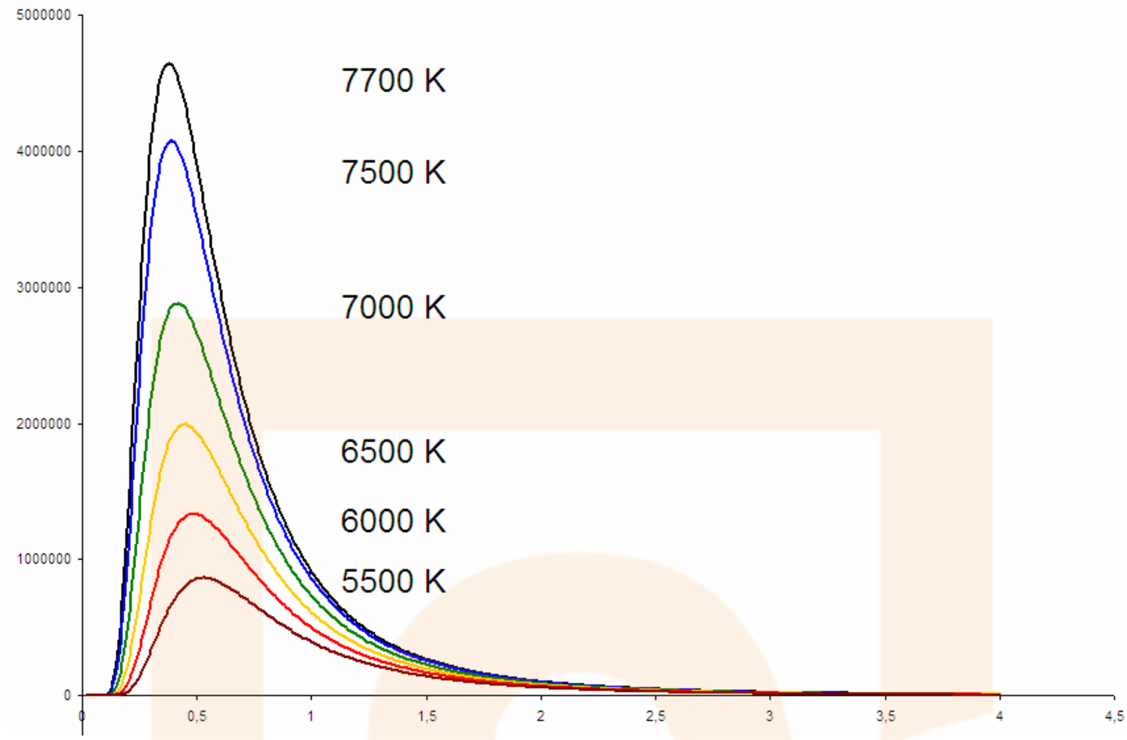
$$f(T,\lambda) = \frac{8 \cdot \pi \cdot h \cdot c}{\left(e^{\frac{h \cdot c}{k \cdot T \cdot \lambda}} - 1 \right) \cdot \lambda^5}$$

on apareix ***k*** la *constant de Boltzman*, ***c*** la *velocitat de la llum* i ***h***, la *constant de Planck*.

Constant de Planck	h	$6{,}6256 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$
Constant de Blotzman	k	$1{,}3805 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$
Velocitat de la llum	c	*299.792.458 m/s*

En la gràfica podem observar la representació gràfica de les dues lleis anteriors. La llei de Rayleigh-Jeans (línea discontínua) i la llei de Planck (línea contínua).



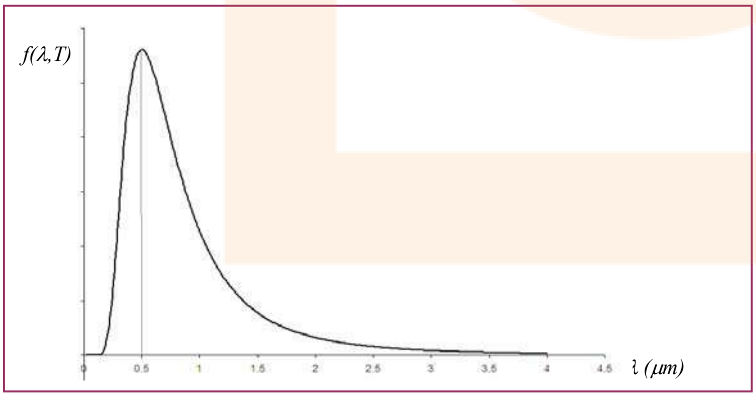


Es interessant observar que la longitud d'ona per a la que es produeix el màxim de radiació, es desplaça cap a la dreta quan la temperatura del cos negre disminueix.

Si igualem a zero la derivada de *la llei de Planck* respecte la longitud d'ona, obtindrem el valor de la longitud d'ona per a la que s'obté el màxim de radiació emesa pel cos negre. L'última expressió s'anomena *llei de desplaçament de Wien*.

$$\frac{d}{d\lambda}\left(f(T,\lambda)\right)=0 \Rightarrow \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{8\cdot\pi\cdot h\cdot c}{\left(e^{\frac{h\cdot c}{k\cdot T\cdot\lambda}}-1\right)\cdot\lambda^5}\right)=0 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \lambda_{màx}=\frac{A}{T}$$

on $A = 2{,}897\cdot 10^3\ \mu m\cdot K$.

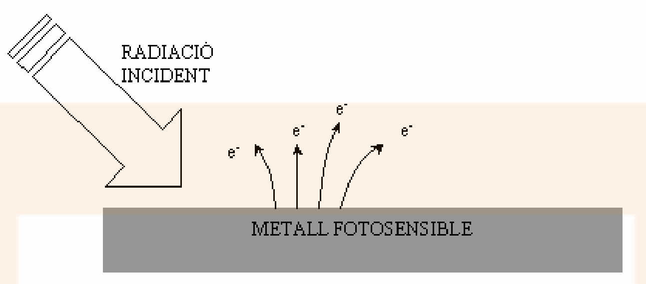


__Exemple__:

A partir de l'espectre d'emissió del Sol calculeu la temperatura a la seva superfície.Si el Sol té un radi aproximat de 650.000 km, quina energia emet en un dia?

7.2. L'efecte fotoelèctric.

L'efecte fotoelèctric va ser descobert l'any 1.887 per *Heinrich Hertz* i estudiat de forma més curosa per *Philip Lenard* i *Milleva Maric* l'any 1.900. Quan s'irradia un metall fotosensible amb una ona electromagnètica s'observa que de la superfície del metall, salten electrons.



Segons la física clàssica l'energia que aporta l'ona electromagnètica ha de ser proporcional a la intensitat de la llum incident[2]. Per tant a partir d'aquesta idea era d'esperar que:

1. En augmentar la intensitat de la radiació incident, els electrons emesos han d'adquirir una major energia cinètica i per tant una velocitat major.
2. Per a qualsevol freqüència de la llum incident s'ha de produir l'emissió d'electrons.
3. Entre l'inici de la il·luminació del metall i la primera emissió hi ha d'haver un temps de transició.

Sorprenentment es va observar precisament l'efecte contrari.

1. En augmentar la intensitat de la radiació, la velocitat dels electrons és la mateixa. El que si s'observa és un augment del nombre d'electrons que salten del metall.
2. No es produeix l'emissió d'electrons per sota d'una freqüència mínima i que és característica de cada metall. Aquesta freqüència s'anomena *freqüència llindar* (f_0).
3. No existeix el temps de transició entre l'inici de la irradiació i la primera emissió[3].

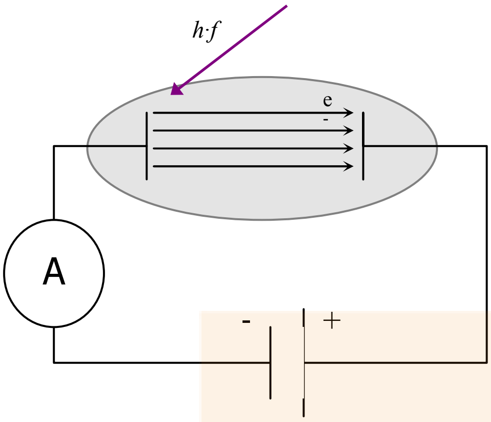
L'any 1916 *Albert Einstein* va solucionar les aparents contradiccions plantejades en el paràgraf anterior. Aprofitant la idea de *Max Planck* sobre la quantització de l'energia, va establir que:

1. La llum que incideix sobre els electrons no ho fa com una ona sinó que ho fa com un flux de partícules. Aquestes partícules s'anomenen *fotons.*
2. L'energia d'un *fotó* coincideix amb el *quantum* d'enegia suposat per *Max Planck* (($E_{fotó} = h \cdot f$)
3. Cada electró del metall absorbeix un fotó de llum. L'energia del fotó serveix per arrancar-lo del metall i proporcionar-li velocitat.

---

[2] Es defineix la intensitat d'una ona electromagnètica com $I = K \cdot A^2$ on A és l'amplitud de l'ona i K és una cosntant de proporcionalitat. En una ona esfèrica, $A = \frac{A_0}{r}$ on *r* és la distància al focus emissor i A_0 *l'amplitud del focus emissor*.

[3] En l'actualitat i experimentalment s'ha pogut realitzar la mesura d'aquest temps de transició, obtenint un valor de $3 \cdot 10^{-9}$ s i molt inferior al valor esperat a partir de la física clàssica (per a 0,01 $W \cdot m^{-2}$ d'intensitat lumínica i 2eV de treball d'extracció hem d'esperar 53 minuts abans que s'iniciï l'efecte fotoelèctric).



Per tant aplicant el principi de conservació de l'energia, Einstein va escriure l'equació que governa l'efecte fotoelèctric.

$$h \cdot f = W + \frac{1}{2} \cdot m_{e^-} \cdot v^2$$

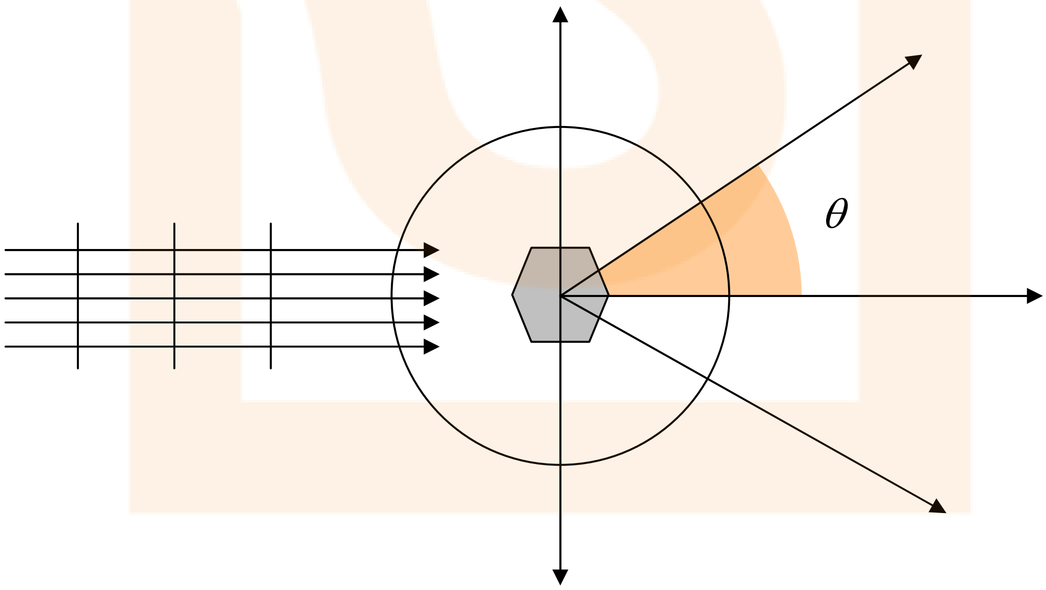
on W és el treball d'extracció dels electrons del metall, f és la freqüència de la radiació incident, m_{e^-} la massa de l'electró i v la seva velocitat d'emissió. És fàcil observar que el treball d'extracció i la freqüència llindar estan relacionades:

$$\left.\begin{array}{l} Si\ v = 0\ \ (No\ arranquem\ electrons) \\ h \cdot f = W + \frac{1}{2} \cdot m_{e^-} \cdot v^2 \end{array}\right\} \Rightarrow h \cdot f_0 = W \Rightarrow f_0 = \frac{W}{h}$$

7.3. L'efecte Compton.

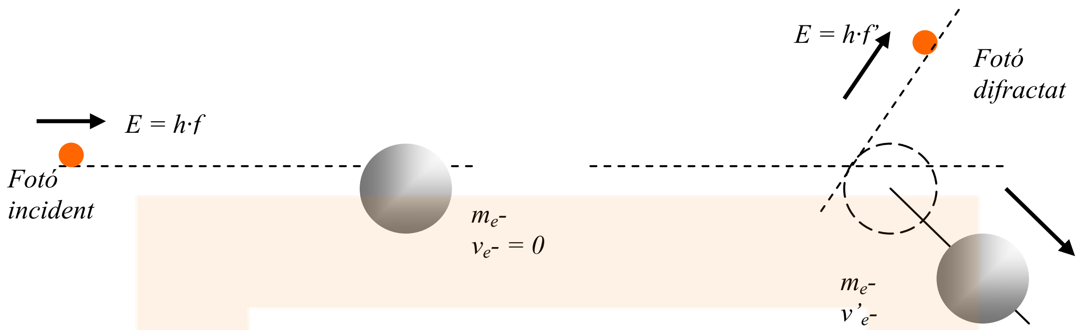
L'efecte Compton és un altre fenomen que confirma la teoria quantica de Planck.

En irradiar amb raigs X una mostra de grafit, s'observa que els raigs X es difracten en totes les direccions de l'espai. Segons la física clàssica, la difracció no altera la longitud d'ona de les ones difractades respecte el valor de la longitud d'ona dels raigs incidents.



Compton va observar que com més gran és l'angle de sortida dels raig difractats major és la seva longitud d'ona, un fenomen mai detectat abans en el moviment ondulatori, la difracció provoca canvis en la longitud d'ona. El problema apareix quan la física clàssica no permet explicar aquest sobtat canvi de longitud d'ona dels raigs X.

Pe poder explicar aquest canvi en la longitud d'ona cal considerar la llum com un *fotó* amb energia $h \cdot f$.
Un fotó en xocar elàsticament amb un electró en repòs es desvia respecte la seva



trajectòria inicial i perd energia. L'electró retrocedeix amb un angle ϕ i amb velocitat v'_{e^-} . La pèrdua d'energia del fotó es manifesta com una disminució de la freqüència, és a dir com un augment de la longitud d'ona del raig difractat.

Compton va demostrar a partir dels principis de conservació de la quantitat de moviment linial ($\vec{p}_0 = \vec{p}_f$)i de l'energia cinètica ($E_{c0} = E_{cf}$), que la variació de les longituds d'ona del raig incident i el difractat ve donada per :

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_{e^-} \cdot c}(1 - \cos \vartheta)$$

on λ i λ_0 són les longituds d'ona dels raigs difractats i incident respectivament i, h i c són la constant de Planck i la velocitat de la llum en el buit[4].

7.4. Dualitat ona partícula. Longitud d'ona de de Broglie.

L'any 1924 un estudiant francès, Louis de Broglie va suggerir que l'efecte de dualitat ona-corpuscle de la llum es podia també manifestar en les partícules materials. Segons aquest plantejament, una partícula en moviment tindrà associada una longitud d'ona pròpia λ_b i una freqüència pròpia f_b anomenades *longitud d'ona de de Broglie* i *freqüència de de Broglie*. Segons de Broglie, l'expressió matmàtica que ens permeten calcular aquestes magnitutds ondulatories de la partícula material són:

$$f_b = \frac{E}{h} \qquad\qquad \lambda_b = \frac{h}{p}$$

on E és l'energia cinètica de la partícula, h la constant de Planck i p la seva quantitat de moviment[5].

No és fins el 1927 quan Davisson i Germer observen que en bombardejar una làmina d'una substància cristal·lina amb un feix d'electrons, es produeixen efectes d'interferència entre els electrons dispersats. Apareixen sobre una paret vertical màxims i mínims d'interferència. Aquest experiment és per tant la confirmació de les

[4] A l'annex final podeu veure l'obtenció de l'equació de l'efecte Compton a partir de la conservació de l'enegia cinètica i de la conservació de la quantitat de moviment lineal del sistema (anar a l'annex).
[5] La quantitat de moviment d'una partícula és $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$.

suposicions de de Broglie. La dualitat ona-corpuscle es pot generalitzar a tot tipus de partícules materials.

Exemple.

Un avió té una massa de 10.000 kg i quan vola es mou a a una velcitat de 800 km·h^{-1}. Calculeu:

a) *La quantitat de moviment de l'avió.*
b) *L'energia cinètica de l'avió.*
c) *La longitud d'ona i la freqüència associades de de Broglie.*

7.5. Principi d'incertesa de Heisenberg.

L'any 1932 el físic alemany Werner K. Heisenberg va ser guardonat amb el premi Nobel de Física pels els seus estudis sobre el principi d'incertesa, que és un dels pilars fonamentals de la física moderna actual.

Prenem un aparell de mesura qualsevol, per exemple una cronòmetre digital. Suposem que el rellotge és capaç de mesurar intervals de temps fins un ordre de magnitud de centèsimes de segon. Si realitzem una sola mesura del temps, direm que l'error associat a la mesura ve donat per la mínima lectura que pot donar el rellotge, que en el nostre cas serà de 0,01 s. Ara bé, si fem més d'una mesura, observarem que les mateixes mesures del mateix interval temporal que obtenim $\{t_i\}$ es van distribuint al voltant de la mitjana aritmètica segons una *distribució gausiana*. Segons això l'error associat a la mesura del temps ve donada per la *desviació quadràtica*.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (t_i - t_m)^2}{N}}$$

on t_m és la mitjana aritmètica dels temps mesurats, N és el nombre de mesures i t_i les diferents mesures de temps que hem obtingut.

Aleshores direm que el temps mesurat és $t = t_m \pm \sigma$.

Tenint en compte aquesta idea podríem fer l'error tan petit com volguéssim sempre i quan l'aparell de mesura ens ho permetés. W. K. Heisenberg va establir que el valor de l'error associat a la determinació d'una magnitud no pot ser nul sibnó que el seu valor mínim ve donat pel *principi d'incertesa*.
W. K. Heisenberg va establir que *no es poden mesurar amb infinita precisió i de forma simultània dues magnituds que el producte de les seves unitats sigui J·s, és a dir, no es pot mesurar simultàniament la posició i la quantitat de moviment d'una partícula o la pèrdua d'energia i el temps d'aquesta pèrdua*. L'enunciat anterior s'expressa doncs com:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

on h és la constant de Plank, Δx l'error de la posició i Δp l'error de la quantitat de moviment. Anàlogament també podem expressar *el principi d'incertesa* com:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

EXEMPLE.

S'accelera un protó a una desena part de la velocitat de la llum. Si la velocitat del protó es pot mesurar amb un 1% de precisió, calcula la incertesa en la posició del protó.

DADES : $m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg ; c = $3\cdot10^{8}$ $m\cdot s^{-1}$; h = $6{,}62\cdot10^{-34}$ J·s

L'enunciat facilita l'error relatiu de la velocitat del protó:

$$v_0 = \frac{1}{10}\cdot c = 3\cdot10^{7}\, m/s$$
$$\Delta v = 0{,}01\cdot v_0 = 3\cdot10^{5}\, m/s \Rightarrow$$

En ser la quantitat de moviment $p = m\cdot v$

$$\Delta p = m\cdot\Delta v = 1{,}67\cdot10^{-27}\cdot3\cdot10^{5} \Rightarrow$$
$$\Delta p = 5{,}01\cdot10^{-22}\, N\cdot s$$

Aplicant l'expressió del principi d'incertesa ens quedarà:

$$\Delta x\cdot\Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \Rightarrow \Delta x \geq \frac{h}{4\pi\cdot\Delta p} \Rightarrow \quad \Delta x \geq \frac{6{,}62\cdot10^{-34}}{4\pi\cdot5{,}01\cdot10^{-22}} \quad \Rightarrow \quad \Delta x \geq 1{,}05\cdot10^{-13}\, m$$