

Matemàtiques aplicades CS II Gràfica de funció

Estudieu i representeu gràficament la funció $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$

Domini: Busquem els valors per al quals s'anul·la el denominador: $x^2 + x - 2 = 0$ per a $x = 1$ i $x = -2$. Per tant, el domini és $R - \{-2, 1\}$

Talls amb els eixos:

Amb l'eix OX: $f(x)=0$ no té cap solució, ja que el numerador de la fracció és $1 \neq 0$. **La funció no talla l'eix d'abscisses.**

Amb l'eix OY: $f(0) = \frac{1}{0^2 + 0 - 2} = -\frac{1}{2}$. **Talla l'eix d'ordenades en el punt $(0, -\frac{1}{2})$**

Asímtotes:

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \infty$ i $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$ f té dues **asímtotes verticals**, les rectes $x=-2$ i $x=1$

Límits laterals quan x tendeix a -2:

Per l'esquerra (substituïm per -2,1 per exemple): $+\infty$

Per la dreta (substituïm per -1,9 per exemple): $-\infty$

Límits laterals quan x tendeix a 1:

Per l'esquerra (substituïm per 0,9 per exemple): $-\infty$

Per la dreta (substituïm per 1,1 per exemple): $+\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$: la recta $y=0$, és a dir l'eix d'abscisses, és **asímtota horitzontal** de la funció.

Intervals de monotonia i extrems relatius:

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (x^2 + x - 2) - 1 \cdot (2x + 1)}{(x^2 + x - 2)^2} = \frac{-2x - 1}{(x^2 + x - 2)^2}$$

Busquem les solucions de l'equació $f'(x)=0$

$$-2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Els punts de discontinuïtat de f' són els mateixos que els de f , -2 i 1 (en funcions racionals com aquesta els punts de discontinuïtat són els punts que no són del domini); per tant, els intervals de monotonia de f són:

x	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, -1/2)$	-1/2	$(-1/2, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+		+	0	-		-
$f(x)$				M			
	creixent		creixent		decreixent		decreixent

$f'(-3) \rightarrow$	+
$f'(-1) \rightarrow$	+
$f'(0) \rightarrow$	-
$f'(2) \rightarrow$	-

f té un extrem relatiu:

$$f(-1/2) = -4/9$$

Màxim $(-1/2, -4/9)$

La seva **gràfica** és:

