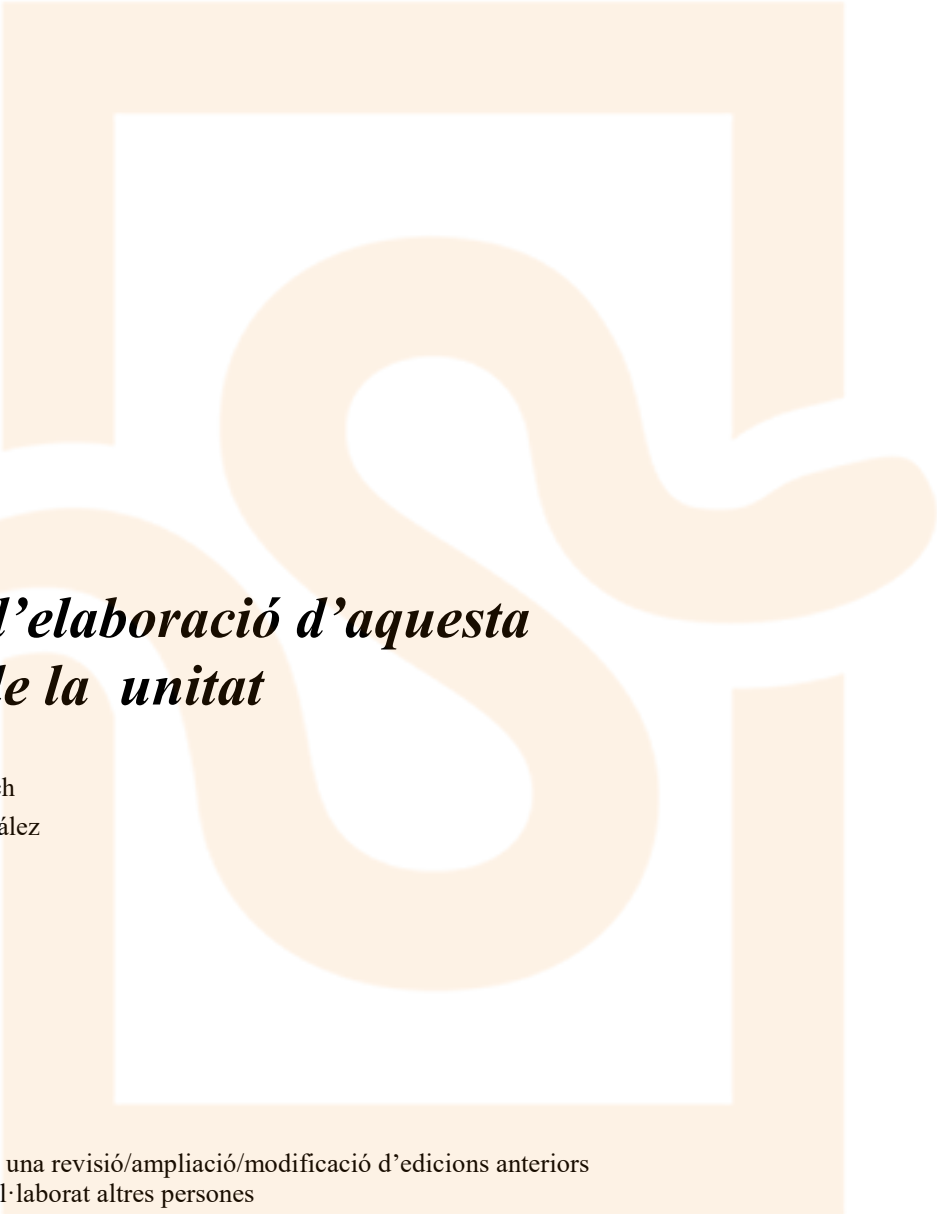


Física en context

Batxillerat 2n curs







Equip d'elaboració d'aquesta versió de la unitat

Octavi Casellas
Montserrat Enrech
Jose Javier González
Luisa Herreras
Josep Olivella
Octavi Plana
Jaume Pont

Aquesta unitat és una revisió/ampliació/modificació d'edicions anteriors en les que han col·laborat altres persones

Centre de Documentació i Experimentació en Ciències

Departament d'Educació

Barcelona 2021



UNITAT 6. MÚSICA I SO

Índex

Per què una unitat anomenada música i so?	1
1 Produir sons	3
1.1 Les vibracions i el moviment periòdic	3
1.2 El moviment harmònic simple: un moviment vibratori interessant.....	5
1.3 El so	16
1.4 Superposició d'ones.....	26
2 Instruments i notes musicals	29
2.1 Instruments de corda	29
2.2 Instruments de vent	33
2.3 La complexitat dels sons	34
3 El Soroll	37
3.1 Què és exactament el soroll ?	37
3.2 El control del so.....	40
4 Últim bis	42
4.1 Objectius	42
4.2 Activitats i qüestions finals	43



Per què una unitat anomenada música i so?

L'estudi del so és sorprenentment antic. Els seu origen es remunta a l'esforç dels arquitectes grecs per a controlar els ressons als seus teatres. Des de llavors, els científics han descobert com es propaga el so, la velocitat amb què viatja, i el control de les seves qualitats.

La música, des dels seus orígens en el folklore i en la religió, on es creia lligada a les propietats màgiques i divines, ha anat prenent cada cop més importància en la vida de les persones. Al llarg dels temps l'habilitat de construir i desenvolupar els instruments musicals ha esdevingut, cada cop més, un treball científic. La ciència ha permès millorar l'afinament dels instruments i la qualitat del so que produeixen. Les noves tecnologies, els nous materials i la capacitat tecnològica de produir-los en gran quantitat s'han incorporat a aquest procés. L'arribada de l'electrònica ha estat el preludi de la revolució musical i ha obert la ciència del so a la gent del carrer, de manera que amb el mínim d'esforç podem generar i combinar sons de mil maneres.

Segons en Santi Careta, músic català de Jazz, *“La possibilitat d'enregistrar el so, de poder fer concerts davant de multituds, l'elaboració de nous instruments o la imitació de sons reals, són grans fites que ha aconseguit la tecnologia aplicada a la música, però, d'altra banda, poden jugar en contra de la figura dels músics, ja que en ocasions són substituïts per una màquina”*.

Durant els últims cent anys, a causa de la industrialització, el món ha evolucionat a un ritme vertiginós. Paral·lelament als canvis socials han sorgit estils musicals com el jazz, el rock, el punk, el hip hop o la música electrònica. Sens dubte, la tecnologia ha significat un punt d'inflexió en la història de la música i serà l'encarregada d'escriure les pàgines del futur.

Tot i que la música és el resultat de sons agradables d'escoltar a l'altra cara de la moneda hi ha el soroll. El soroll és la suma de sons desagradables i molestos que cal evitar. Un excés de soroll pot arribar a provocar pèrdues d'audició i mal de cap. És aconsellable, doncs, evitar de produir-lo i, si no es pot, reduir-lo al màxim.



Figura 1. Santi Careta tocant la guitarra (De Flickr <http://www.flickr.com/photos/38355353@N00/2301740297/in/photostream/>)

Introducció dels principis i dels procediments físics

En aquesta unitat estudiareu les vibracions i les ones, aprendreu a representar-les gràficament i usareu les seves equacions matemàtiques. Primerament veureu com les ones es combinen les unes amb les altres en el procés anomenat superposició. Estudiareu les ones que produeixen els instruments musicals i veureu com estan relacionades amb les propietats físiques de l'instrument, amb el tipus de material amb què estan fets, la seva forma i el seu volum. Fareu servir les tecnologies de la informació i la comunicació (TIC) per a analitzar i, a la inversa, per a sintetitzar sons complexos. També estudiareu el soroll i com es pot reduir la contaminació acústica.



1 Produir sons

ACTIVITAT 1 Nous instruments, nous sons

"Quèquicom" parla, en aquest capítol, de la música electrònica i de la seva capacitat per aconseguir expressivitat. Els sons s'originen per la vibració d'algun objecte. Comprenent aquest fenomen, els científics poden manipular el so i, fins i tot, generar nous instruments. Així, la música electrònica obre la porta a nous sons i nous instruments.

<https://www.ccma.cat/tv3/alacarta/quequicom/sons-nous-nous-instruments/video/3014290/>

M'escolteu?

La majoria de la informació que capteu us entra pels ulls. Què passaria si fos recollida per les vostres orelles? Com sonaria qualsevol tipus de vibració?

<http://www.caosyciencia.com/ideas/articulo.php?id=100712>

1.1 Les vibracions i el moviment periòdic

Totes les fonts de so tenen alguna cosa a veure amb les vibracions.

- La corda d'una guitarra vibra per a produir el seu so.
- La pell d'un tambor o un cop sobre d'una taula.
- Les vostres cordes vocals vibren quan produïu sons. Podeu notar la vibració de les cordes si us poseu els dits a la nou del coll i entoneu una nota.

La veu humana

La veu humana neix de la vibració de les cordes vocals.

<https://www.youtube.com/watch?v=pvdFzMV52xc&t=183s>

Un moviment que es repeteix d'una manera igual, una vegada darrere l'altra, en intervals de temps iguals s'anomena **moviment periòdic**. Recordeu que el MCU que vareu veure al primer curs de física també és un moviment periòdic. Un moviment oscil·latori és un moviment periòdic en el qual un objecte es mou al voltant d'una posició d'equilibri, passant una vegada i una altra per aquesta posició. A la Figura 2 es poden veure alguns moviments oscil·latoris o vibratoris que són exemples de moviments periòdics.

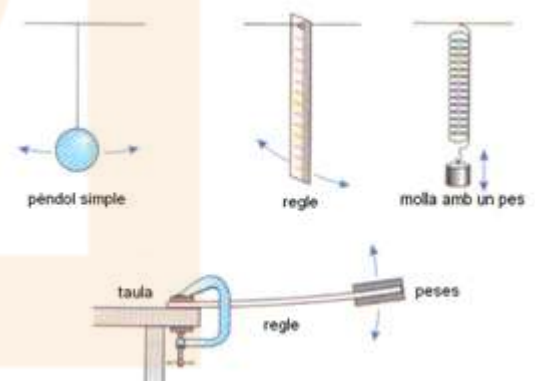


Figura 2. Exemples de sistemes fent oscil·lacions periòdiques (Font Salters Horners Advanced Physics)

S'anomena **cicle** o **oscil·lació** a la seqüència del moviment que es repeteix. Un moviment periòdic es pot considerar com una successió encadenada de cicles. Després de cada cicle el cos es troba de nou a la posició inicial i es mou amb la mateixa rapidesa, direcció i sentit que tenia a l'inici.

S'anomena **període**, T , el temps que dura un cicle o una oscil·lació. El període s'expressa en segons en el SI.

S'anomena **freqüència**, f , el nombre de cicles que es produeixen en cada unitat de temps. En el SI s'expressa en cicles/segon o s^{-1} . Un cicle per segon també s'anomena hertz (Hz). Per exemple si el cos oscil·la un cicle i mig en un segon es diu que la freqüència del moviment és d' $1,5 \text{ Hz}$ o d' $1,5 \text{ s}^{-1}$.

La freqüència i el període, com es desprèn de les seves definicions, són magnituds inversament proporcionals i, per tant, estan relacionades per l'expressió

$$T = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Qüestions

- 1 Calculeu quants cicles farà cada segon un sistema:
 - (a) que té un període igual a 0,5 s.
 - (b) que té un període igual a 0,25 s (la meitat de l'anterior).
 - (c) que té un període quatre vegades més gran que el de l'apartat (a).
- 2 Quin és el període d'un moviment :
 - (a) que fa 2 cicles per segon.
 - (b) que fa 4 cicles per segon.
- 3 El corrent elèctric oscil·la amb una freqüència de 50 Hz. Quin és el seu període? Quants cicles fa per segon?

ACTIVAT 2 De què depèn el període d'un pèndol?

Amb ajuda de la següent simulació estudieu de quines variables depèn el període d'un pèndol. Redacteu un informe explicant el procediment que utilitzeu així com les conclusions a les què arribeu.

<https://phet.colorado.edu/es/simulation/pendulum-lab>

1.2 El moviment harmònic simple: un moviment vibratori interessant

Dins dels moviments vibratoris o oscil·latoris es pot destacar el **moviment harmònic simple (MHS)**.

Un exemple de MHS és el moviment oscil·latori que descriu un cos unit a una molla com el de la Figura 3 i que oscil·la respecte a un punt central d'equilibri O. La importància d'aquest tipus de moviment rau en què qualsevol moviment periòdic, per complex que sigui, es pot entendre com una combinació de diversos moviments harmònics simples.

El MHS de la Figura 3 consisteix en el moviment periòdic d'un cos, sobre una trajectòria recta, sotmès a l'acció d'una força recuperadora, F , proporcional a la distància, x , al punt central d'equilibri i sempre dirigida cap a aquest punt.

S'anomena **elongació**, x , la posició respecte al punt central d'equilibri, O. L'elongació pot ser positiva o negativa, i es mesura en metres en el SI d'unitats. L'**amplitud**, A , és l'elongació màxima.

El MHS té les següents propietats:

- El període i la freqüència són independents de l'amplitud, A , del moviment.
- La força recuperadora sempre està dirigida cap al punt central d'equilibri, O. Si el cos és a la dreta de la posició d'equilibri, el sentit de la força és cap a l'esquerra, i si el cos és a l'esquerra d'aquesta posició, el sentit de la força és cap a la dreta (Figura 3).

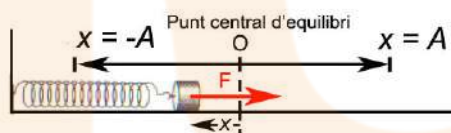


Figura 3. Cos unit a una molla oscil·lant respecte a un punt central d'equilibri, O, sobre una superfície plana sense fricció

Matemàticament aquesta força recuperadora s'expressa com

$$F = -kx \quad (2)$$

on, F , és la força expressada en N, x , la posició (a partir del punt central) expressada en m i, k , és una constant anomenada **constant elàstica**. El signe menys és perquè la força actua en sentit contrari al desplaçament. La constant elàstica també s'anomena **constant de rigidesa** o de **restitució** i s'expressa en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$. D'aquesta expressió es dedueix que la força val zero en el punt central ($x = 0$), per això aquesta posició es coneix amb el nom de **punt o posició d'equilibri**. Els cossos sotmesos a forces elàstiques que compleixen aquesta l'Equació 2 es diu que obeeixen la **Llei de Hooke** i descriuen moviments harmònics simples.

1.2.1 Anàlisi del MHS

Moviment harmònic simple

El MHS i el moviment circular uniforme són moviments periòdics. Tenen però, alguna altra relació?

<http://www.educaplus.org/game/movimiento-armonico-simple>

http://physics.bu.edu/~duffy/HTML5/SHM_circular_motion.html

Les simulacions anteriors permeten deduir l'equació del moviment del MHS a partir d'arguments geomètrics. Considereu un objecte de massa m que descriu una trajectòria de radi, $r=A$, a una velocitat angular uniforme, ω . La projecció del moviment circular del mòbil sobre qualsevol dels diàmetres és un MHS. L'amplitud del moviment oscil·latori és igual al radi, A . L'angle, θ , que el cos descriu en un temps, t , és

$$\theta = \omega t$$

on, ω , és la velocitat angular o **frequència angular** del mòbil.

La projecció de la posició del mòbil en la trajectòria circular sobre el diàmetre horitzontal (Figura 4) ens dona el valor de l'elongació, x , o posició respecte el punt d'equilibri

$$x = A \cos \omega t \quad (3)$$

L'elongació x és màxima quan $\cos \omega t = \pm 1$, i per tant

$$x_{\max} = \pm A$$

Derivant la funció de la posició (Equació 3) respecte del temps s'obté la velocitat lineal de la projecció del mòbil sobre l'eix d'abscisses i per tant, la velocitat del cos que presenta el MHS

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin \omega t \quad (4)$$

La velocitat serà màxima quan $\sin \omega t = \pm 1$. Així

$$v_{\max} = \pm A\omega$$

Derivant la velocitat respecte del temps s'obté l'acceleració del moviment de la projecció del mòbil sobre l'eix d'abscisses, és a dir, del MHS

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos \omega t \quad (5)$$

Substituint l'Equació 3 a l'Equació 5 s'obté l'expressió de l'acceleració en funció de l'elongació x

$$a = -\omega^2 x \quad (6)$$

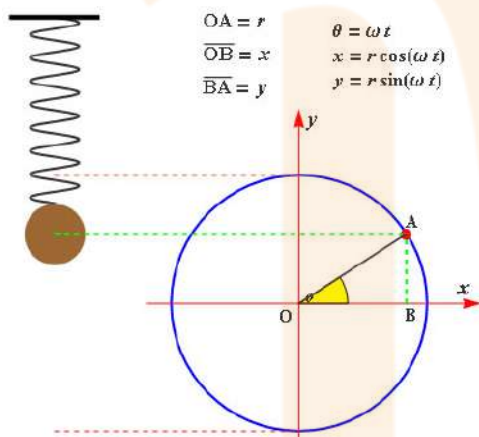


Figura 4. Relació entre un MHS i un moviment circular uniforme (Font <http://demonstrations.wolfram.com/SimpleHarmonicMotion/>)

L'acceleració és màxima als extrems quan $x = \pm A$, llavors

$$a_{\max} = \pm \omega^2 A$$

i nul·la al punt d'equilibri quan $x = 0$.

Pel que fa a la força que actua sobre la partícula de massa m , hom pot escriure

$$F = ma = -m\omega^2 x \quad (7)$$

on m i ω són constants.

L'Equació 7 és equivalent a l'Equació 2 ja que la força recuperadora és directament proporcional a l'elongació. Per tant es pot afirmar que la projecció del moviment del mòbil sobre un diàmetre és un MHS. Relacionant les Equacions 8 i 2 es pot deduir que la constant elàstica, k , és

$$k = m\omega^2 \quad (8)$$

Aïllant la freqüència angular, ω , s'obté una expressió de la freqüència angular que permet calcular-la a partir de la massa del mòbil i de la constant elàstica.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (9)$$

La Figura 5 mostra els gràfics de la variació en funció del temps de l'elongació, de la velocitat i de l'acceleració d'un mòbil que descriu un MHS.

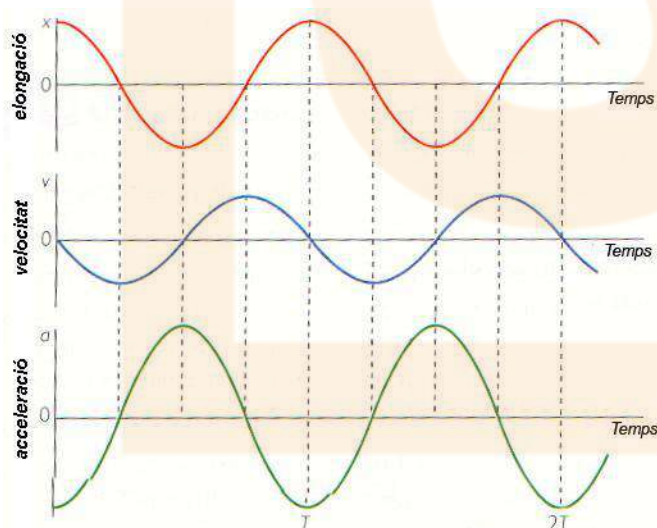


Figura 5. Gràfics de l'elongació, la velocitat i l'acceleració en funció del temps per a un MHS

En els gràfics es veu com les variacions de l'elongació, de la velocitat i l'acceleració no són lineals. Quan l'elongació és màxima, la velocitat s'anul·la i l'acceleració és màxima. En canvi quan l'objecte passa per la

Nota d'estudi

Les freqüències d'oscil·lació d'un pèndol, d'un circuit RLC, etc tenen una altra expressió matemàtica que depèn dels paràmetres característics del sistema. Així, per exemple, la freqüència angular d'un pèndol ve donada per l'expressió

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

on l és la longitud del pèndol i g l'acceleració de la gravetat

posició d'equilibri, la velocitat és la màxima i l'acceleració és nul·la. El signe positiu o negatiu ens indica el sentit del vector que descriu la magnitud.

El moviment circular del mòbil també ens permet deduir el període del MHS. El temps que tarda el mòbil en fer una volta amb un moviment circular uniforme és el mateix que el temps que tarda la projecció de mòbil en fer una oscil·lació. Per tant,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (10)$$

Fixeu-vos que el període, T , és una constant del MHS ja que, la velocitat angular, ω , és constant. L'Equació 11 mostra l'altra propietat fonamental de tot MHS, que el període és independent de l'amplitud del moviment.

La freqüència d'oscil·lació del moviment és

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (11)$$

Exemple resolt

Un cos, de massa $m = 0,10 \text{ kg}$, oscil·la a l'extrem d'una molla que obeeix la llei de Hooke. La constant elàstica de la molla és de $50,0 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Es tracta d'un MHS? Quant val el període?

Suposeu que el cos de la qüestió anterior es desplaça $3,0 \text{ cm}$ de la seva posició d'equilibri i seguidament es deixa lliure.

(a) Quant valdrà la velocitat màxima?

(b) Quant valdran el desplaçament i la velocitat al cap de $0,05 \text{ s}$?

Resolució. Si la molla obeeix la llei de Hooke, la força és $F = -kx$, (segona propietat del MHS).

Segons l'Equació 10 la freqüència angular és

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0,1}} = 22,4 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

I el període segons l'Equació 11 és

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{22,4} = 0,3 \text{ s}$$

(a) A partir de l'Equació 4 es veu que la velocitat serà màxima quan $\sin \omega t = \pm 1$, i llavors $v_{\max} = \pm A\omega$.

Com que el màxim desplaçament és $3,0 \text{ cm}$, l'amplitud $A = 3,0 \text{ cm}$, substituint en l'anterior fórmula

$$v_{\max} = \pm A\omega = \pm 3,0 \times 22,4 = \pm 67,2 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$$

(b) Al cap de 0,05 s, d'acord amb l'Equació 3 el desplaçament serà

$$x = A \cos \omega t$$

$$x = A \cos \omega t = 3,0 \times \cos(22,4 \times 0,05) = 1,3 \text{ cm}$$

Segons l'Equació 4 la velocitat serà

$$v = -A\omega \sin \omega t$$

$$v = -A\omega \sin \omega t = -3,0 \times 22,4 \times \sin(22,4 \times 0,05) = -60,5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Per a fer el càlcul de les funcions trigonomètriques cal posar la calculadora en radians.

Qüestions

- 4 Una dona de 50 kg, quan es posa a l'extrem de la palanca del trampolí (Figura 6), la deforma 5 cm. Preneu $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- (a) Quant val la constant de recuperació de la palanca?
 (b) Quan s'hi posa un home, la deformació és de 12 cm. Quina és la massa de l'home?

Solució: $10 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
Solució: 120 kg

- 5 Una bola d'acer penjada d'una molla, que obeeix la llei de Hooke, oscil·la amb un MHS. Si l'amplitud del moviment és de 0,30 m i la freqüència angular $\omega = 5,0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, calculeu:

- (a) Quant val la seva velocitat màxima? I la seva freqüència d'oscil·lació?
 (b) La bola té una massa de 0,40 kg. Quin valor té la constant de rigidesa o de restitució de la molla?
 (c) Quina és l'acceleració quan la bola és a 0,16 m de la posició d'equilibri?

Solució: $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $2,5/\pi \text{ Hz}$
Solució: $10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
Solució: $\pm 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

- 6 Les pedres del fetge es poden trencar fent servir ultrasons. Un aparell d'ultrasons amb aquesta finalitat consisteix en un oscil·lador ultrasònic que té una freqüència de 50 kHz i una amplitud de $2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

- (a) Quins són els màxims valors de la velocitat i de l'acceleració?
 (b) L'aparell és molt més efectiu quan augmentem la freqüència que quan augmentem l'amplitud, per què?

Solució: $0,20 \pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $2 \cdot 10^4 \pi^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

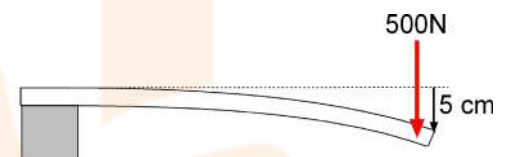


Figura 6. Palanca de trampolí per a la Qüestió 4

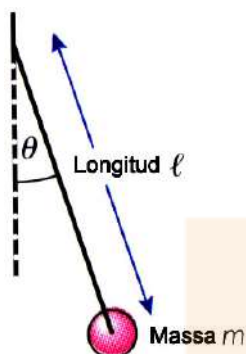


Figura 7. Pèndol simple de longitud, l , i massa, m

Qüestions

7 La Figura 7 mostra un pèndol simple format per un cos de massa, m , lligat amb una corda de llargada, l . El cos es desplaçada un angle θ de la seva posició d'equilibri.

- (a) Quin serà el període d'un pèndol d'1m de longitud?
- (b) Quina és la longitud d'un pèndol que té una freqüència d'1 Hz? (preneu $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

Solució: 2,0 s
Solució: 0,25 m

ACTIVITAT 3 Cos oscil·lant en una molla



Feu oscil·lar un cos unit a una molla, i amb un sensor de força i un de posició observeu les relacions entre la força i la posició.

1.2.2 Energia del MHS

Considereu el moviment d'una massa unida a una molla, que obeeix la llei de Hooke, oscil·lant horitzontalment, sense fricció, en una superfície horitzontal com mostra la Figura 8. Les úniques energies que canvien són l'energia cinètica de la massa i l'energia potencial elàstica de la molla comprimida o estirada per la massa.

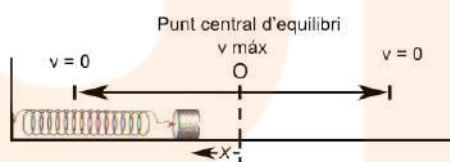


Figura 8. Cos lligat a una molla oscil·lant horitzontalment en una superfície sense fricció

Als extrems, en la posició de màxim desplaçament del cos respecte del punt central d'equilibri, el cos està momentàniament aturat i l'estirament o la compressió de la molla són màxims. Llavors l'energia potencial de la molla també és màxima i l'energia cinètica del cos és nul·la. Quan el cos passa pel punt d'equilibri té la màxima velocitat i per tant la seva energia cinètica és màxima, però l'energia potencial de la molla és nul·la ja que $x = 0$. Per a qualsevol altra posició del cos el sistema té energia potencial i energia cinètica no nul·les.

L'energia cinètica d'un cos de massa m amb una velocitat, v , és

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (12)$$

Substituint la velocitat per l'expressió en l'Equació 4 s'obté una expressió de l'energia cinètica que mostra com varia en funció del temps

$$E_c = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \sin^2 \omega t \quad (13)$$

Recordeu del curs de física de primer que l'**energia potencial elàstica** associada a una molla, que obeeix la llei de Hooke, quan s'estira o es comprimeix una longitud x ve donada per l'equació

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \quad (14)$$

Substituint el valor de la deformació, x , per l'elongació en l'Equació 3, s'obté l'expressió de l'energia potencial en funció del temps

$$E_p = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \omega t \quad (15)$$

Si de l'Equació 8 s'aïlla, ω^2 , i es substitueix a l'Equació 13 s'obté per a l'energia cinètica

$$E_c = \frac{1}{2} mA^2 \frac{k}{m} \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \omega t$$

L'**energia mecànica** del sistema, E_m , és la suma de l'energia cinètica i l'energia potencial, i serà igual a

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2} kA^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t)$$

Com que $\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1$, per a qualsevol valor de ωt , l'energia mecànica és

$$E_m = \frac{1}{2} kA^2 \quad (16)$$

En d'altres paraules, l'**energia mecànica total de l'oscil·lador harmònic és constant**. Aquesta conservació d'energia és vàlida per a tots els sistemes amb MHS, sempre i quan no actuïn forces externes al sistema, com podrien ser les de fregament, ja que el treball fet per les forces externes pot fer augmentar o disminuir l'energia total del sistema.

L'energia mecànica també es pot expressar en termes de la massa, m , la freqüència angular, ω , i de l'amplitud, A . Només cal substituir la constant elàstica, k , de l'Equació 8

$$E_m = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \quad (17)$$

Energia mecànica d'una molla

Tal com heu vist, l'energia mecànica d'un cos que descriu un MHS és constant si bé tant l'energia cinètica com la potencial varien amb el temps de manera periòdica. La següent simulació us permet veure amb més detall aquests i d'altres aspectes.

<https://www.geogebra.org/m/wraXSKBE>

Qüestions

- 8** Calculeu l'energia total
- (a) de l'oscil·lador de l'exemple resolt
 - (b) del sistema de la Qüestió 5
 - (c) En cada cas comproveu que les Equacions 16 i 17 porten al mateix resultat.
- Solució:** $2,3 \cdot 10^{-2}$ J
Solució: 0,45 J
Solució: 0 J
- 9** Una molla de constant de rigidesa $1,0 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ es troba recolzada sobre una taula i es comprimeix horitzontalment 0,15 m.
- (a) Quina energia potencial acumula la molla?
 - (b) Aquesta compressió es fa servir per a llençar un objecte de 2,0 g. Amb quina velocitat sortirà?
 - (c) Amb quina velocitat sortirà un objecte amb el doble de massa?
 - (d) Demostreu que la velocitat de sortida és proporcional a la compressió inicial de la molla.
- Solució:** 1,1 J
Solució: $33,5 \text{ m s}^{-1}$
Solució: 24 m s^{-1}
- 10** La Figura 9 mostra un pèndol fet amb una molla de $l = 0,40 \text{ m}$ de llargada unida a una corda de $L = 0,20 \text{ m}$ de llargada. El conjunt constitueix el que s'anomena un pèndol compost. Es penja una massa, m , a l'extrem de la molla i la molla s'estira 0,20 m. (Feu servir $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).
- (a) Quina és la freqüència d'oscil·lació de la molla?
 - (b) Quina és la freqüència d'oscil·lació del pèndol?
 - (c) Quina relació hi ha entre les freqüències? I entre les freqüències i les llargades?
- Solució:** 1,1 Hz
Solució: 0,56 Hz
Solució: 2:1

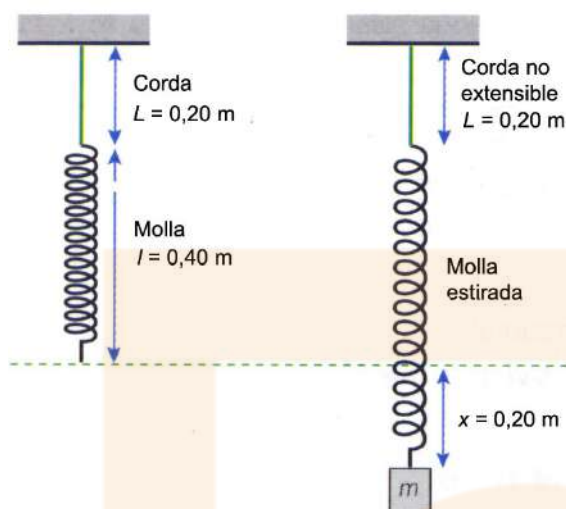


Figura 9. Pèndol compost format per una corda de longitud, L , i una molla de llargada, l , de la que penja una massa, m

1.2.3 Gràfics posició-temps del MHS

Sovint es fan servir els gràfics posició-temps per a representar les oscil·lacions. La Figura 10 mostra el gràfic corresponent a les diferents posicions de l'extrem d'un regle d'una certa longitud quan es fa oscil·lar amb una amplitud de 30 mm i amb una freqüència de 2,5 Hz, i mostra la "forma" de les oscil·lacions.

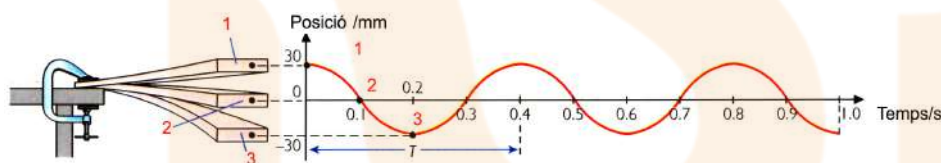


Figura 10. Gràfic posició-temps d'un regle oscil·lant (imatge adaptada de Salters Horners Advanced Physics)

El gràfic representa la posició de l'extrem del regle respecte al punt d'equilibri. Aquesta gràfica correspon matemàticament a una funció sinusoidal que obeeix a l'expressió

$$y = A \cos \theta$$

on, y , indica la posició vertical de l'extrem del regle des de la posició d'equilibri, θ , és l'angle en la funció i, A , l'amplitud del moviment.

Quan hagi transcorregut un cert temps t , l'extrem del regle haurà oscil·lat un angle $\theta = \omega t$, on, ω , és la freqüència angular del moviment i, per tant

$$\theta = \omega t = \frac{2\pi}{T} t$$

Així es pot escriure

$$y = A \cos \theta = A \cos \omega t = A \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (18)$$

Nota d'estudi

D'igual forma es podria fer tot el desenvolupament utilitzant una funció sinus

$$y = A \sin \theta$$

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \theta_0 \right)$$

Aquesta expressió encara no descriu exactament la posició de l'extrem del regle en funció del temps. Fixeu-vos que per a $t = 0$, l'extrem del regle té una posició d'amplitud $y = A$. Aquesta **condició inicial** es pot expressar afegint a l'argument de la funció cosinus un angle inicial, θ_0 , no nul de manera que es compleixi la condició de la posició inicial.

$$y = A \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \theta_0 \right) \quad (19)$$

En el nostre exemple com que per a $t = 0$ la posició inicial és $y = A$. Substituint en l'expressió anterior aquests valors s'obté

$$y = A \cos(\theta_0) = A$$

La igualtat es compleix quan $\cos(\theta_0) = 1$, és a dir, per a $\theta_0 = 0$. Tenint en compte que el període és $T = 0,4$ s, l'equació que descriu el moviment de l'extrem del regle és

$$y = 30 \cos(5\pi t) \text{ mm}$$

La fase

Amb el nom de **fase** es designa l'estat de l'oscil·lació dins d'un cicle. Si dos MHS, coincideixen exactament per a cada instant de temps, es diu que les oscil·lacions estan **en fase**. Si les oscil·lacions no coincideixen es diu que les oscil·lacions estan desfasades. La fase d'una oscil·lació se sol expressar com un angle en graus o en radians. A un cicle complet en les gràfiques sinusoidals li correspon un angle de 360° , que són 2π radians. Les oscil·lacions representades en les gràfiques de la Figura (11) estan desfasades de mig cicle, és a dir 180° o π radians i es diu que estan **en oposició de fase**.

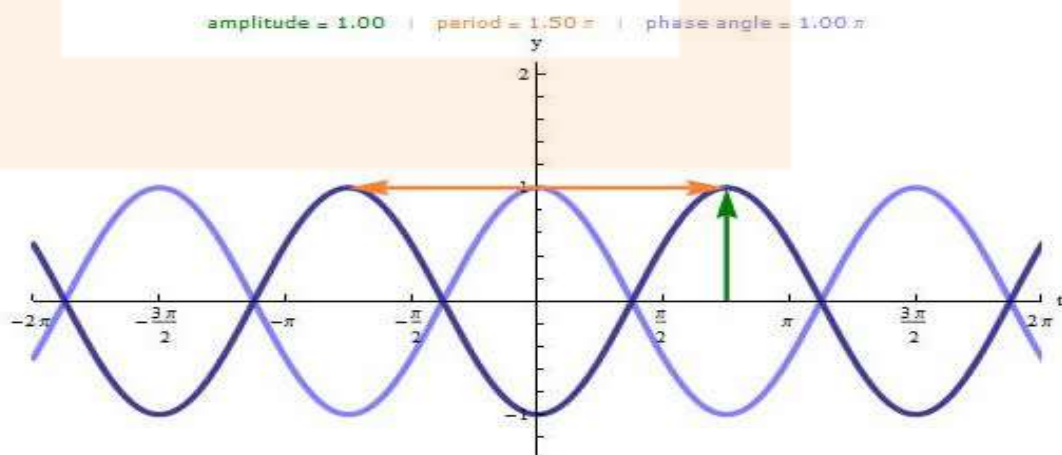


Figura 11. Gràfic posició-temps de dos MHS que estan en oposició de fase (Font <http://demonstrations.wolfram.com/HarmonicOscillation/>)

La diferència de fase

En general dos MHS poden presentar qualsevol diferència de fase entre ells tal com es pot veure en la següent simulació

<http://demonstrations.wolfram.com/HarmonicOscillation/>

Qüestions

- 11 La Figura 12 mostra tres MHS representats a la mateixa escala. Quines són les relacions de les freqüències entre els MHS A i B? i entre A i C?
- 12 Les oscil·lacions de la Figura 12 tenen diferents freqüències i només estan en fase per a certs instants de temps. Per a quins instants de temps estan en fase les següents parelles?
- (a) A i B
 - (b) A i C
 - (c) B i C

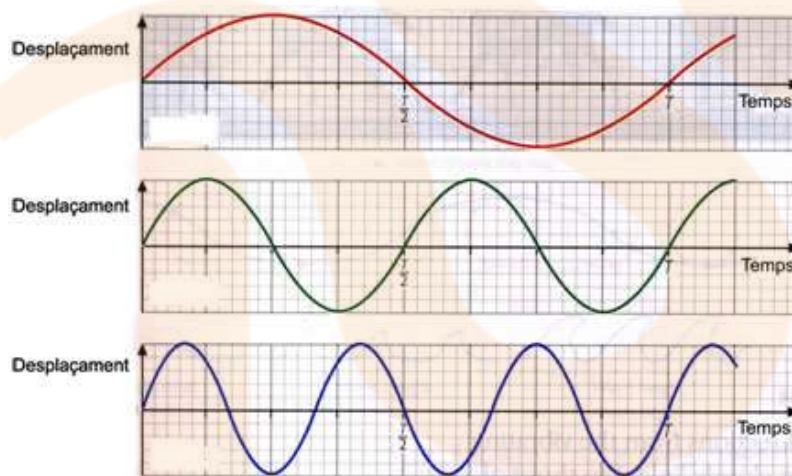


Figura 12. Diagrames per a la Qüestions 11 i 12

Qüestió

- 13 Sobre el gràfic posició-temps del MHS de la Figura 13 dibuixeu amb diferents colors les següents ones:
- (a) una ona amb la mateixa amplitud que l'original però avançada en $\pi/4$ radians.
 - (b) una ona amb la mateixa amplitud que l'original però endarrerida en 45° .
 - (c) una ona amb el doble d'amplitud que l'original i avançada en $3\pi/4$ radians.



Figura 13. Ona de la Qüestió 13

Qüestions

14 La velocitat d'un punt que descriu un MHS és

$$v = -\pi \sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ en cm i en s.}$$

- (a) Trobeu l'amplitud i el període del moviment.
- (b) Escriviu l'equació de l'elongació en funció del temps i trobeu l'elongació inicial.
- (c) Calculeu la velocitat quan es troba a 1 cm de l'origen.

Solució: 6 cm; 12 s

Solució: 3 cm

Solució: $-3,1 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$

15 Un cos de massa 0,20 kg segueix un MHS d'equació , en unitats del S.I. $x = 4 \sin(3t + 5)$. Calculeu:

- (a) La constant elàstica o de restitució de la força que origina el MHS i l'energia total del cos.
- (b) L'energia total, l'energia cinètica i l'energia potencial del cos quan $t = 1,2 \text{ s}$.
- (c) La força de restitució que actua sobre el cos en aquest instant.

Solució: $1,8 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; 14,4 J

Solució: 6,8 J i 7,6 J

Solució: 5,2 N

1.3 El so

La vibració de les cordes vocals, d'un diapasó, d'un corda d'una guitarra, etc, origen un **so** que es propaga en totes direccions.

El diapasó

Al vibrar el diapasó produeix compressions i descompressions de l'aire que hi ha al seu voltant. Aquesta pertorbació es trasllada en forma de **moviment ondulatori** produint un **so**.

<https://www.acs.psu.edu/drussell/demos.html>

Aquestes canvis de pressió es propaguen produint oscil·lacions en les partícules de l'aire quan la pertorbació els hi arriba. Si recordeu la física de 1r de batxillerat, quan es produeix un canvi d'alguna magnitud (la pressió en aquest cas) té lloc una transferència d'energia. En la propagació d'aquesta pertorbació, hi ha una transferència d'energia i de quantitat de moviment però no de matèria.

Tal com heu vist en la simulació del diapasó, el so és una **ona longitudinal mecànica** ja que la pertorbació es desplaça en la mateixa direcció en què té lloc la oscil·lació de les partícules del medi.

A més a més de les ones longitudinals, les ones també poden ser **transversals**, com ho són, per exemple, les ones que es desplacen per una corda. Les ones també es poden classificar en **mecàniques** o **electromagnètiques** si es té en compte la presència o no d'un medi per a propagar-se.

Recordeu de la física de primer de batxillerat que, suposant que les ones es propaguen a velocitat, v , constant, en un període, T , l'ona haurà avançat una distància igual a la longitud d'ona, λ . Es pot escriure doncs, l'equació de propagació de les ones, com

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (20)$$

Aquesta equació es aplicable qualsevol tipus d'ona que viatja a velocitat constant.

ACTIVITAT 4 Explorant les ones de so



Amb un programa informàtic podeu analitzar amb detall les ones de diferents sons.

Qüestions

- 16** Una noia inhala heli i amb el gas a la boca parla amb normalitat. Com sona la seva veu? Més aguda, més greu o igual? La velocitat del so a l'aire i al heli és $344 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ i $1007 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, respectivament. Nota: La longitud d'ona dels sons que emet només depèn de les cordes vocals i de la cavitat bucal, i per tant es manté constant.

Solució: $f_{\text{He}} = 2,93 f_{\text{aire}}$

- 17** L'oïda humana només pot sentir sons amb freqüències compreses entre 20 Hz i 20 kHz. (La capacitat de sentir aquest ventall de freqüències varia amb l'edat: es redueix a mesura que ens fem grans). Prenent la velocitat del so com $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, calculeu els límits de les longituds d'ona del ventall.

Solució: 17m i $17\cdot 10^{-3}\text{m}$

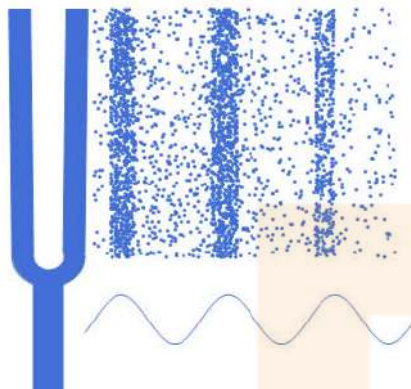


Figura 14. Imatge que mostra les oscil·lacions periòdiques de les partícules de l'aire (Font <http://demonstrations.wolfram.com/TuningFork/>)

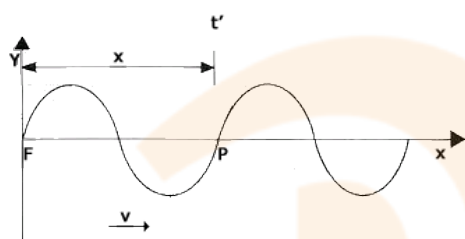


Figura 15. Propagació de l'ona
Esquema de l'estat de perturbació dels punts de la corda quan es propaga l'ona

1.3.1 L'equació de les ones

En vibrar el diapasó, s'originen uns canvis de pressió periòdics que es propaguen per l'aire donant lloc a una ona longitudinal. Aquests canvis de pressió donen lloc també a uns petits desplaçaments de les partícules de l'aire, desplaçaments que també són periòdics.

Ona longitudinal

El so és una ona longitudinal. La següent simulació us permetrà entendre com es propaga i com, a partir de la manera com es propaga, es pot fer una representació.

<https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

La simulació anterior us mostra com la font vibrant, el diapasó en aquest cas, fa desplaçar les molècules d'aire properes fent-les oscil·lar al voltant de la seva posició d'equilibri amb un MHS. En el seu moviment transfereixen l'energia i la quantitat de moviment a les molècules properes, fent-les entrar en oscil·lació, i per tant, generant l'ona sonora.

Anem a estudiar els desplaçaments y respecte de la posició d'equilibri que experimenten les diferents molècules d'aire. L'equació d'ona ha de permetre trobar el desplaçament o elongació, y , de qualsevol punt situat a una distància, x , de l'origen de la perturbació i en qualsevol instant de temps, t .

Si el punt, F, situat a l'origen de coordenades, és el focus emissor de l'ona i comença a vibrar quan $t = 0$ s amb una fase inicial $\theta_0 = 0$, l'equació del MHS del punt, F, serà

$$y_F(t) = A \sin \omega t$$

Un punt P de l'aire que és a una distància x del focus vibrarà igual que el focus però amb un cert retard t' que és el temps que tarda en arribar l'ona a P. Llavors l'equació del MHS que descriu el punt P és

$$y_P(t) = A \sin \omega(t - t')$$

Tenint en compte que l'ona es propaga amb un mru de velocitat v constant

$$t' = \frac{x}{v}$$

l'equació del MHS del punt P serà

$$y_P(t, x) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

Aquesta equació permet trobar el desplaçament vertical de qualsevol punt del medi situat a una distància, x , del punt F. Com es pot veure, és una funció de dues variables: la posició del punt, P, respecte a F, x , i el temps, t .

La freqüència angular del MHS que ha generat l'ona és $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Si se substitueix aquesta expressió de la freqüència angular en l'expressió de l'equació anterior es té

$$y_P(t, x) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{T v}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

El terme $\frac{2\pi}{\lambda}$ és una constant del moviment i es defineix com el **nombre d'ona**, k ,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

que en el SI es mesura en m^{-1} .

Així l'equació d'ones es pot escriure com

$$y_P(t, x) = A \sin(\omega t - kx) \quad (21)$$

on la freqüència angular i el nombre d'ona són dues constants característiques de l'ona.

En el so, el desplaçament de la posició d'equilibri de les diferents molècules és degut a canvis de pressió. Així, l'Equació 21 també es pot escriure en termes de la pressió de l'aire tant sols tenint en compte el fet que y en aquest cas representa el canvi de pressió de l'aire en un cert punt x del medi en un cert instant t .

Si en lloc d'estudiar una ona longitudinal com el so, s'analitza un moviment ondulatori transversal, com el que s'origina en una corda, l'Equació 21 continua sent vàlida ja que y continua representant el desplaçament del punt de la corda de la posició d'equilibri.

L'Equació 21 és l'equació que descriu el moviment ondulatori de les ones que es mouen de l'esquerra cap a la dreta. En general l'equació d'ona serà

$$y_P(t, x) = A \sin(\omega t \pm kx) \quad (22)$$

on es fa servir el signe positiu si l'ona es propaga cap a l'esquerra i el signe negatiu si es propaga cap a la dreta.

Qüestions

- 18 Una ona sonora en aire produeix una variació de pressió donada per

$$P(t, x) = 0,75 \sin \frac{\pi}{2} (340t - x)$$

on P s'expressa en pascals (Pa), x en metres i t en segons. Quina és:

- (a) l'amplitud de la pressió?
- (b) la longitud d'ona
- (c) la freqüència
- (d) la velocitat de l'ona sonora?

Solució: 0,75 Pa

Solució: 4 m

Solució: 85 Hz

Solució: 340 m·s⁻¹

- 19 Calculeu l'amplitud, el període, la freqüència, la velocitat de propagació i la longitud d'ona del moviment d'equació: $y = 3 \sin 5\pi (t - 0,05 x)$, on totes les magnituds estan en unitats del S.I.

Solució: 3 m; 0,4 s; 2,5 Hz; 8 m; 20 m·s⁻¹

- 20 Escriviu l'equació d'una ona que té una amplitud de 3 cm, una freqüència de $100/\pi$ Hz i que es propaga a 100 cm·s⁻¹ cap a la dreta. Com seria l'equació si es propagués cap a l'esquerra?

- 21 Els punts d'un medi vibren segons l'equació $y = 2 \sin 2\pi (t/0,5 - x/30)$ en unitats del S.I. Trobeu l'amplitud, el període, la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de propagació d'aquest moviment.

Solució: 2 m; 0,5 s; 2 Hz; 30 m; 60 m·s⁻¹

- 22 Un focus emissor produeix una ona de 2 m de longitud d'ona, que es propaga a 500 m·s⁻¹. Calculeu la freqüència i l'elongació del focus i d'un punt que es troba a 1,25 m del focus 5s després de que el focus es trobi en la seva elongació màxima. L'amplitud de l'ona és 8 cm.

Solució: $f = 250$ Hz; 8 cm en el focus i -5,7 cm a l'altre punt

- 23 Una ona té l'equació $y = 5 \sin \pi/2 (3t - 0,01 x)$ en unitats del S.I. Calculeu-ne la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de propagació.

Solució: 3/4 Hz; 400 m; 300 m·s⁻¹

1.3.2 Representació de les ones viatgeres

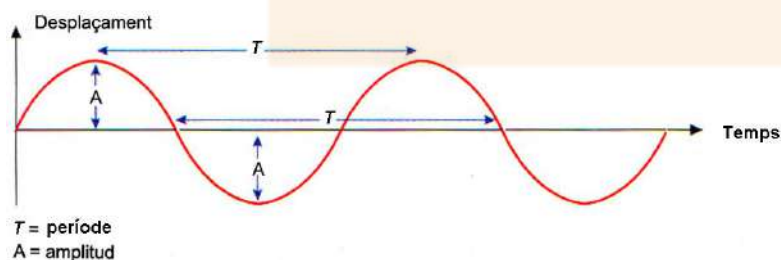


Figura 16. Desplaçament del punt P respecte la posició d'equilibri en funció del temps

L'equació del moviment ondulatori posa de manifest la **dobla periodicitat** de les ones en l'espai i en el temps. Si us fixeu en un punt concret del medi (una molècula d'aire o un punt de la corda) veureu com aquest descriu un moviment HMS en què el desplaçament d'aquest punt respecte de la posició d'equilibri varia de manera harmònica (segons un sinus o un cosinus) al llarg del temps (Figura 16).

Si en lloc de fixar-vos en un punt del medi, us fixeu en tots els punts a la vegada, el gràfic desplaçament-posició que obteniu és com fer una fotografia de l'ona, fotografia que mostra l'estat de vibració de tots els punts del medi en un cert instant. El gràfic és clarament periòdic en la posició amb un període donat per la longitud d'ona, λ (Figura 17).

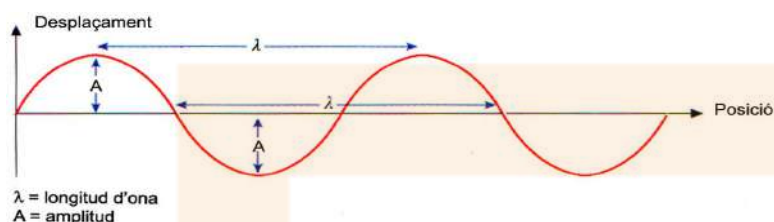


Figura 17. Desplaçament segons la posició dels punts del medi per on es propaga una ona respecte la posició inicial (medi sense pertorbació)

Observeu que les gràfiques desplaçament-temps i desplaçament-posició tenen formes similars, les dues són funcions sinusoidals, i per a distingir-les cal etiquetar correctament els eixos de coordenades.

QÜESTIONS

24 La Figura 18 mostra una ona viatjant per l'eix de les abscisses en sentit positiu allunyant-se de l'origen.

- (a) Quina és la longitud d'ona i quin és el període?
- (b) Dibuixeu la gràfica desplaçament-temps de la partícula A durant dos períodes.

25 Una ona que viatja a $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ té una gràfica desplaçament-temps com la de la Figura 19. Dibuixeu el gràfic del desplaçament-posició d'aquesta mateixa ona.

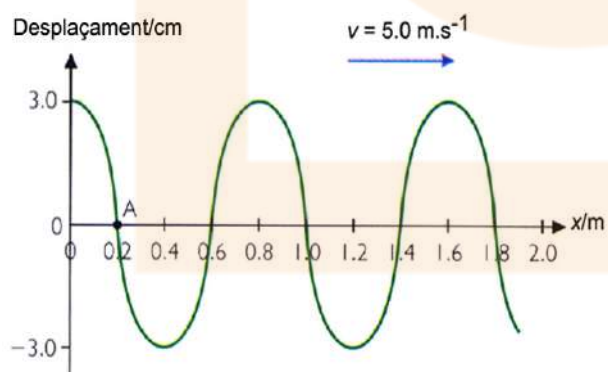


Figura 18. Gràfic del desplaçament en funció del temps d'un punt, per a la Qüestió 24

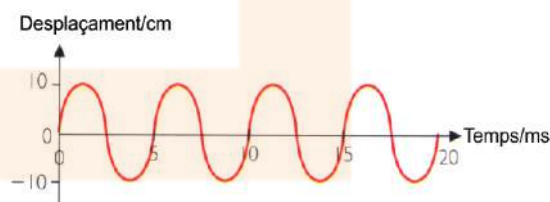


Figura 19. Gràfic del desplaçament en funció del temps d'un punt, per a la Qüestió 25

1.3.3 Les ones i els obstacles

Les ones canvien la seva direcció de propagació si topen amb algun obstacle o senzillament quan entren en un medi de propagació diferent. Christian Huygens va donar una explicació d'aquests fenòmens que es coneix com el Principi de Huygens.

Christian Huygens (1629-1695), físic holandès, va estudiar els fenòmens ondulatoris i va proposar un model, basat en els fronts d'ona, per a explicar com es propaguen les ones. Un **front d'ona** està format per un conjunt de punts de l'ona que es troben en el mateix estat de pertorbació.

El **principi d'Huygens** diu:

“Tots els punts d'un front d'ones es constitueixen en centres emissors d'ones circulars secundàries, l'envolupant de les quals constituirà un nou front d'ones”.

A la Figura 20 podeu veure la construcció de Huygens per a un front d'ones planes i un de circular. L'esquema mostra els centres emissors d'ones secundàries (punts) i la construcció del nou front d'ona segons el principi de Huygens.

Aquest principi és aplicable per a dibuixar la propagació de qualsevol tipus d'ona a l'espai. A l'hora de dibuixar la propagació d'una ona s'acostuma dibuixar els fronts d'ona i **els raigs** que són línies perpendiculars als fronts d'ona (Figura 21).

Quan una ona arriba a una superfície de separació entre dos medis, que tenen diferent índex de refracció es poden produir dos fenòmens a la vegada, que són la reflexió i la refracció de l'ona. La proporció de producció d'un fenomen o l'altre depèn de les propietats dels dos medis en contacte.

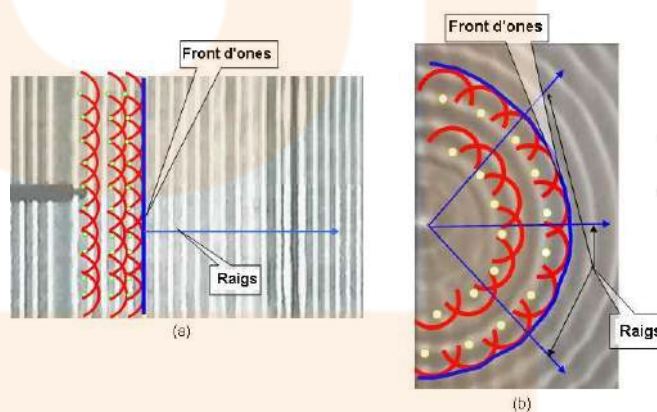


Figura 21. Dibuix dels raigs en un front d'ones pla i en un de circular produït en una cubeta d'ones

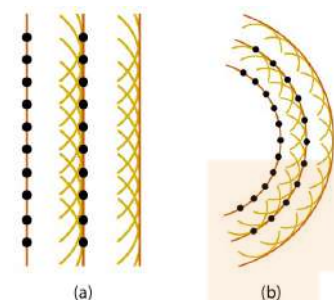


Figura 20. (a) propagació d'un front d'ona pla i (b) propagació d'un front d'ona circular (Adaptació de J. S Liang [CC-BY-SA-2.0], via Wikimedia Commons)

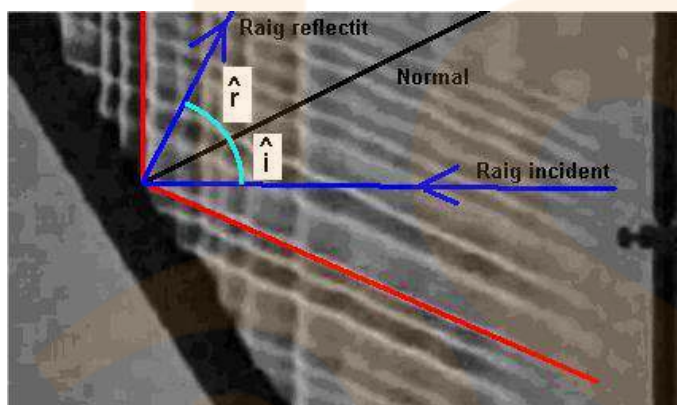
La reflexió i refracció de les ones

Reflexió i refracció segons Huygens

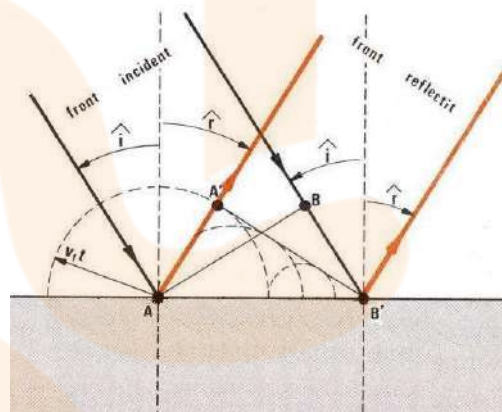
Quan els fronts d'ona arriben a la superfície de separació entre dos medis, part es reflecteixen i part es refracten. La següent simulació us permet veure què succeeix amb els fronts d'ona d'acord al principi de Huygens.

http://www.walter-fendt.de/html5/phes/refractionhuygens_es.htm

La reflexió s'explica amb el principi de Huygens perquè l'ona no pot seguir avançant en topar amb el nou medi; llavors els centres emissors en contacte amb el segon medi només poden emetre l'ona cap al medi d'on venia, i es produeix la reflexió de l'ona.



(a)



(b)

Figura 22. (a) Reflexió d'ones planes en una cubeta d'ones (b) Construcció del front d'ones reflectit segons el principi de Huygens

La **lleï de la reflexió** pot ser deduïda a partir del principi d'Huygens. La Figura 22 mostra un front d'ona AB que es propaga a una velocitat, v_1 , i que incideix sobre la superfície de separació en el punt A. D'acord amb el principi d'Huygens la posició del front d'ona al cap d'un temps, t , s'obté construint ones secundàries de radi $v_1 t$ amb el seu centre en el front d'ona AB, obtenint així el nou front A'B'.

Per semblança dels triangles AA'B' i ABB' es dedueix que l'angle incident, $\hat{i}$, i l'angle reflectit, $\hat{r}$, són iguals. La llei de la reflexió és doncs

$$\hat{i} = \hat{r} \quad (23)$$

Quan el front d'ones pot passar al nou medi, té lloc el fenomen de la **refracció**. La refracció s'explica amb el principi de Huygens perquè els nous centres emissors d'ones emeten a una velocitat de propagació, v_2 , més gran o més petita, en el nou medi. L'esquema de la Figura 23 mostra el cas en què la velocitat de propagació del segon medi és més petita que la del primer, $v_2 < v_1$.

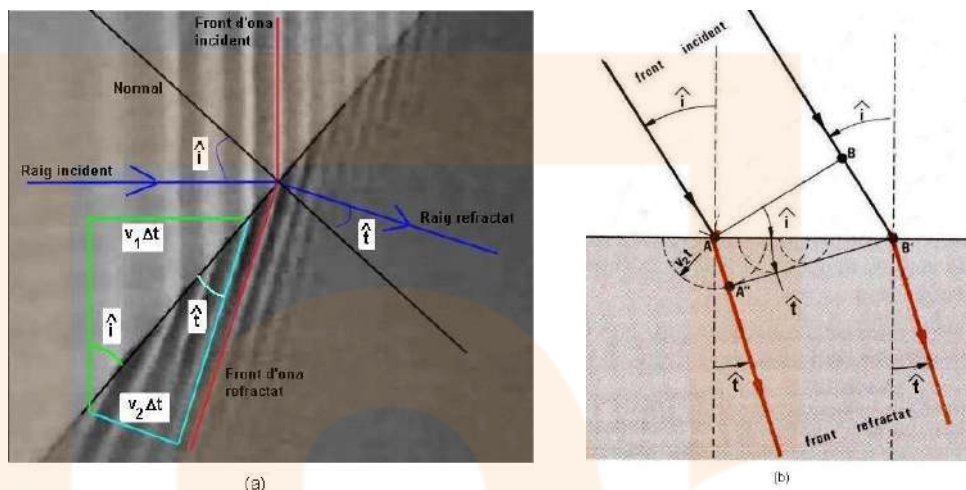


Figura 23. (a) Refracció d'ones planes en la cubeta d'ones (b) Construcció del front d'ones refractat segons el principi de Huygens

A partir de la semblança dels triangles ABB' i $AA'B'$ es pot deduir la **lleï de la refracció** que relaciona l'angle incident, $\hat{i}$, i l'angle refractat, $\hat{r}$, amb les velocitats dels dos medis

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \quad (24)$$

La difracció

Hi ha d'altres obstacles, com les escletxes, que també poden modificar la direcció de l'avanç de les ones. Aquesta modificació depèn de l'obertura de l'escletxa.

Difracció d'ones

El fenomen de la **difracció** és pot observar fàcilment en una cubeta d'ones.

<https://www.compadre.org/osp/EJSS/4440/234.htm>

La difracció de les ones de so permet escoltar des de fora d'un edifici, a través d'una finestra oberta, les converses que tenen lloc dins d'una habitació sense que ens vegin. Aquest fenomen també s'ha de tenir en compte a l'hora d'escletxar el so. En el cas de llum visible, per tenir difracció, fan falta escletxes molt petites. Podeu observar la difracció de la llum mirant la llum d'un fanal del carrer, a la nit, un dia emboirat. Què fa d'escletxa?

QÜESTIONS

- 26** La veu de les dones té una freqüència d'uns 250 Hz. Quina pot ser la obertura màxima d'una finestra per poder sentir una conversa entre dones, des de fora d'un edifici, sense ser vistos? La velocitat del so a l'aire és $344 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Solució: 1,36 m

- 27** La longitud d'ona de la llum violada és 400 nm. Calculeu a partir de quina obertura d'escletxa es pot veure la difracció de la llum.

1.3.4 Efecte Doppler

Quan una font sonora i un receptor es mouen l'un respecte l'altra, la freqüència detectada pel receptor no és la mateixa que l'emesa per la font. Quan s'acosten, la freqüència detectada és més gran que l'emesa per la font i quan s'allunyen, freqüència detectada és més petita que la de la font. Aquest fenomen es coneix amb el nom d'**efecte Doppler**. Un exemple que segur que heu notat alguna vegada és la variació del to d'un clàxon d'un cotxe o de la sirena d'una ambulància en acostar-se o allunyar-se.

Efecte Doppler

El següent vídeo us permet comprendre amb més detall aquest efecte del so i de totes les ones.

<http://www.youtube.com/watch?v=fAskr2pYYgg>

L'efecte Doppler és una propietat genèrica de totes les ones. L'efecte té lloc únicament si hi ha un moviment d'acostament o d'allunyament entre la font emissora d'ones i/o del receptor i depèn de la direcció en què es propaga l'ona.

L'efecte Doppler té la seva importància en diferents camps, ja s'han comentat els famosos radars de velocitat que utilitza la policia per mesurar la velocitat dels vehicles (Figura 24). En medicina, el corrent sanguini es pot mesurar utilitzant el canvi en la freqüència deguda a l'efecte Doppler quan ones d'ultrasons són reflectides per les cèl·lules vermelles de la sang. Una altra aplicació, en astronomia, és el desplaçament cap al vermell de la llum procedent de galàxies llunyanes.

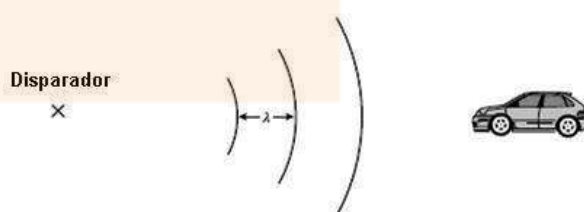


Figura 24. Un transmissor de radar (disparador) emet ones electromagnètiques de longitud d'ona, λ . Les ones xoquen contra un cotxe que actua com a receptor i com a emissor quan les ones es reflecteixen cap al radar receptor

Com que les galàxies s'allunyen de nosaltres, la llum que emeten es desplaça cap a longituds d'ona més llargues, cap al color vermell. Així es pot determinar la velocitat de les galàxies respecte a nosaltres mesurant el desplaçament. Se sap que l'univers s'expandeix gràcies a l'anàlisi de la llum que emeten les galàxies llunyanes.

Qüestions

- 28** Descriviu el fenomen que es produirà quan, parats i sense vent, un vehicle que emeti un so de freqüència definida se'ns acosta, passa per davant nostre i finalment s'allunya.
- 29** Despengeu l'auricular d'un telèfon i comuniqueu-li un moviment ràpid i periòdic d'acostament-allunyament respecte a la vostra orella. Expliqueu i verifiqueu el fenomen corresponent.
- 30** Un radar estacionari (disparador de la Figura 25) envia un feix d'ones de ràdio, algunes de les quals són reflectides pel vehicle cap enrere. El receptor del radar detecta algun canvi en la freqüència de les ones reflectides pel cotxe. Expliqueu què passa amb la freqüència i la longitud d'ona de les ones detectades, en cadascun dels següents casos:
- (a) quan el cotxe està parat.
 - (b) quan el cotxe es mou cap al disparador.
 - (c) quan el cotxe es mou allunyant-se del disparador a velocitat constant.
 - (d) quan el cotxe s'acosta accelerant cap al disparador.

1.4 Superposició d'ones

Heu vist que la vibració d'un objecte origina una ona sonora. Què passa però, quan en un espai hi ha més d'una font sonora?

ACTIVITAT 5 Superposició de sons. Estudi qualitatiu

Busqueu una aula que disposi de 2 altaveus. Amb ajuda d'un ordinador i del programa Audacity genereu una ona amb una freqüència de 440 Hz. Desplaceu-vos per l'aula i pareu atenció.

En fer l'Activitat 5 us haureu adonat que la intensitat que se sent no sempre és la mateixa, ans al contrari, sembla variar seguint una certa "lògica". Per entendre bé aquest fenomen, cal tenir present una altra propietat característica de les ones: la **superposició**.

El principi de superposició diu

"Quan dues o més ones arriben a un mateix punt i al mateix temps, la pertorbació resultant és igual a la suma de les pertorbacions individuals (de cada una de les ones) en aquest punt".

Després d'haver passat pel punt les ones que han interferit es propaguen com si no haguessin tingut cap interacció. La superposició de les ones dóna lloc a diversos fenòmens ondulatoris com són les interferències o les ones estacionàries que es treballaran més endavant

1.4.1 Interferències

Quan dos moviments ondulatoris, procedents de diferents focus emissors F_1 i F_2 , coincideixen en un punt P , com a resultat del principi de superposició té lloc el fenomen de les **interferències**.

Interferències

La següent plana web us permet estudiar la interferència entre dues ones i veure quins són els possibles resultats.

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/superposition/superposition.html>

La simulació anterior mostra que quan les dues ones estan en fase en el punt en què interfereixen, les dues es reforcen mútuament; es diu que la **interferència és constructiva**. Ara bé, quan les pertorbacions estan en oposició de fase en arribar al punt P ; llavors es diu que la **interferència és destructiva**.

A la naturalesa, el fenomen de les interferències és molt complex. Fixeu-vos en el cas senzill de dues ones coherents emeses des de F_1 i F_2 que viatgen pel pla i que coincideixen en un punt P . Les **ones coherents** són les que tenen la mateixa freqüència (o la mateixa longitud d'ona) i una diferència de fase constant. Si la diferència dels camins recorreguts ($x_1 - x_2$) per les ones és igual a una longitud d'ona, o bé dues o tres, etc. longituds d'ones, les ones arriben en fase i se superposen constructivament. Matemàticament s'expressa com

$$(x_1 - x_2) = n\lambda \text{ on } n = (0, 1, 2, 3, \dots) \text{ interferència constructiva (25)}$$

Ara bé, si les ones arriben a P en oposició de fase, la suma total de la pertorbació serà nul·la. Aquesta situació es dóna quan la diferència de camins recorreguts ($x_1 - x_2$) per les ones és igual a una semilongitud d'ona, o bé a tres semilongituds d'ona, etc. Matemàticament s'expressa com

$$(x_1 - x_2) = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ on } n = (0, 1, 2, 3, \dots) \text{ interferència destructiva (26)}$$

El fenomen de les interferències és totalment característic de les ones. En el cas de les ones sonores és difícil d'apreciar, però és molt fàcil de veure les interferències en les ones sobre la superfície de l'aigua: la cubeta d'ones permet fotografiar-les.



Figura 25. Esquema per a les Equacions 25 i 26

ACTIVITAT 6 Interferències sonores

La revista *Recursos de Física* núm. 7 us proposa l'activitat *interferències sonores* que us permetrà fer un estudi quantitatiu d'aquest fenomen.

ACTIVITAT 7 Superposició d'ones

Fent ús d'algun programa informàtic esbrineu què passa quan les ones se superposen.

ACTIVITAT 8 Mesura de la velocitat del so

L'estudi de les interferències sonores es pot utilitzar per a determinar la velocitat del so amb ajuda d'un aparell anomenat Tub de Quincke.

Amb ajuda d'un simulador podreu determinar la velocitat del so.

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/quincke/quincke.htm#Medida> de la velocidad del sonido. El tubo de Quincke

Qüestions

- 31** L'any 1997 Andy Green va batre el rècord del món de velocitat amb el cotxe "Thrust Super Sonic Car" en assolir una velocitat de $1241,727 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. El pilot hauria pogut quedar sord si no s'hagués usat la tècnica anomenada "supressió activa del soroll", que consisteix en generar sons en els auriculars del pilot a fi de neutralitzar el soroll dels motors. Quines característiques han de tenir aquests sons?
- 32** Quines condicions han de satisfer dues ones si es vol aconseguir una superposició d'ones constructiva? I una superposició d'ones destructiva?

2 Instruments i notes musicals

La vibració que s'estableix en una corda d'un instrument de corda en l'interior d'un instrument de vent origina un so. Com es pot controlar la freqüència d'aquest? Com es pot afinar un instrument musical per a obtenir la nota desitjada? Per què sonen diferent les notes del mateix to en tocar-les amb instruments diferents?

Totes aquestes preguntes estan relacionades amb el fenomen de la superposició. En el cas dels instruments musicals té lloc un fenomen ondulatori interessant que es dona quan una ona que viatja endavant i, en trobar-se amb un obstacle que no li permet seguir avançant, es reflecteix i torna a enrere.

Per a certes freqüències, l'ona incident en l'obstacle interfereix amb l'ona reflectida i es produeix el que s'anomena una **ona estacionària**. El nom d'estacionària és perquè no és una ona viatgera, més que una ona es pot considerar un conjunt de MHS de diferent amplitud estesos a una zona de l'espai. Un exemple senzill pot ser el d'una corda fixa per un extrem i des de l'altre extrem es genera una ona que viatja per la corda. L'extrem fix és l'obstacle amb què es troba l'ona incident i on es reflecteix.

Les dues ones que interfereixen per a donar lloc a l'ona estacionària són coherents i només difereixen en el sentit en que es propaguen. De la superposició d'ambdues en resulta una ona resultant que mostra punts d'amplitud (vibració màxima) anomenats **ventres** o **antinodes** i punts en els quals l'amplitud resultant és nul·la i que s'anomenen **nodes**.

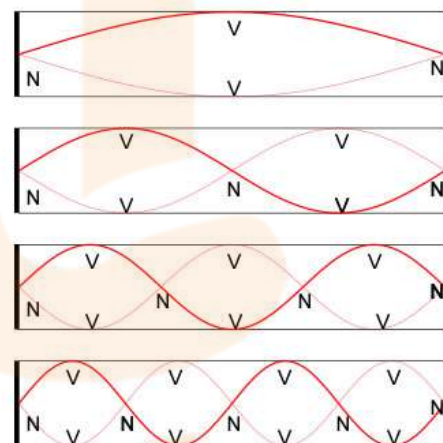


Figura 26. Diferents ones estacionàries on es mostren els nodes (N) i els ventres (V)

2.1 Instruments de corda

Els instruments de corda, com les guitarres i els violins (Figura 27), tenen cordes que estan subjectades pels dos extrems. Les partícules de la corda entren en oscil·lació al puntejar la corda (amb el dit o amb una pua) en el cas de la guitarra, al picar-les amb un martell en el cas del piano o al fregar-les amb un arc en el cas del violoncel.

Les ones estacionàries es generen amb la superposició de les ones transversals que viatgen al llarg de la corda i les reflectides, als suports. Quan es produeix una reflexió l'ona canvia la seva fase 180° (així l'ona incident i la reflectida se superposen destructivament en aquest punt de reflexió donant lloc sempre a un node).

Amb la corda fixa pels dos extrems, quan es mou la corda amunt i avall, hi ha certes freqüències (**freqüències de ressonància** de la corda) per a les quals es produeixen ones estacionàries.



Figura 27. Instruments de corda

ACTIVITAT 9 Ones estacionàries en una corda

Amb ajuda d'un vibrador de Melde o d'un dispositiu similar genereu diferents ones estacionàries en una corda fixa pels dos extrems.

L'Activitat 9 us mostra que una corda pot vibrar amb altres freqüències més altes però de menor intensitat. Aquestes altres freqüències de vibració s'anomenen **harmònics** o **sobretòns**.



Figura 28. Exemple de dispositiu per a generar ones estacionàries

El primer harmònic ($n=1$) correspon al mode de vibració de la freqüència fonamental, el segon harmònic ($n=2$) a la segona freqüència de vibració, el tercer ($n=3$) a la tercera freqüència de vibració, etc. En la terminologia que s'utilitza en música, el segon harmònic s'anomena primer **sobretò**, el tercer harmònic segon sobretò i així successivament.

El violoncelista Jonah Ellsworth pot modificar el to modificant diferents paràmetres de la corda, com la seva longitud, per tal de generar diferents harmònics.

QÜESTIONS

- 33** Els instruments musicals de corda tenen les cordes subjectades a la caixa de l'instrument. En puntejar-les amb els dits o fregar-les amb un arc les cordes vibren i produeixen sons.
- Feu un dibuix que representi una ona estacionària en una corda amb tots dos extrems fixos, amb la freqüència de ressonància de la corda més baixa o mode fonamental de vibració.
 - Escriviu una expressió de la longitud d'ona fonamental en funció de la seva longitud, L , i escriviu també la relació entre la longitud, L , de la corda, la freqüència, f , i la velocitat de propagació, v , de l'ona. La primera expressió que heu trobat és l'anomenada **condició d'ones estacionàries**.
 - Fixeu-vos en la condició de les ones estacionàries en la corda. El dibuix que heu fet en l'apartat (a) correspon a la primera ona estacionària que es pot produir (el mode fonamental o primer harmònic). Dibuixeu els següents tres harmònics.
 - Quan parlem de "longitud d'ona" i "velocitat" a l'apartat (b), ens referim a la longitud d'ona i a la velocitat de les ones transversals a través de la corda, o a la longitud d'ona i velocitat de les ones de so resultants a l'aire?

ACTIVITAT 10 Harmònics en una corda fixa pels dos extrems



Amb ajuda d'una simulació busqueu una relació entre la longitud de la corda i la longitud d'ona de les ones estacionàries. Determineu també una relació entre freqüència del primer harmònic, f_0 , i la freqüència, f , dels diferents sobretons.

També es pot comprovar que la freqüència depèn de la tensió i de la massa de la corda. Aquests dos factors afecten la velocitat de les ones transversals que viatgen per la corda. La velocitat també depèn de la massa per unitat de longitud de la corda (o molla): com més pesada és la corda, més petita és la velocitat de propagació. La velocitat, v , està relacionada amb la tensió i amb la massa per unitat de longitud, μ , segons la següent equació

$$v = \sqrt{\frac{\text{Tensió}}{\mu}} \quad (27)$$

Si considerem només el primer harmònic en el què es verifica

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L}$$

on L és la longitud de la corda, es pot obtenir l'expressió per a la freqüència de l'ona estacionària fonamental

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{\text{Tensió}}{\mu}} \quad (28)$$

Quan la corda oscil·la com una ona estacionària, genera una successió de alts i baixos de pressió en l'aire, que avancen donant lloc a l'ona de so.

Si només vibrés la corda, el so seria pràcticament inaudible, ja que la corda afecta només a una quantitat d'aire molt petita. Per a sentir millor el so cal posar les cordes unides a una caixa de ressonància, perquè amplifiqui el so gràcies al moviment d'una massa molt més gran d'aire.

Qüestió

34 Expliqueu quin dels d'instruments de cada parell hauria de produir les freqüències més altes:

- (a) un baix i un banjo
- (b) una flauta i un flautí
- (c) un tambor i una timbala

Qüestions

35 Expliqueu en paraules com l'Equació 28 permet justificar els fets següents:

- (a) abans de tocar els instruments de corda cal afinar-los girant les clavilles.
- (b) els guitarristes i violinistes premen la corda amb els dits entre els diferents trasts.
- (c) en un piano les cordes més fines tenen un so més agut que les més gruixudes.

36 Una corda de guitarra, de 0,5 m de llargada, té una massa per unitat de longitud de $3,75 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ i està sotmesa a una tensió de 15 N.

- (a) Quina és la freqüència de la vibració fonamental de la corda?
- (b) Si el guitarrista volgués tocar una nota de 400 Hz de freqüència amb aquesta corda, sense afinar-la, a quina llargada s'hauria de reduir la corda prement amb el dit?

Solució: 200 Hz

Solució: 0,25 m

37 Una corda oscil·lant produeix una nota a 648 Hz. La distància entre els nodes de les ones estacionàries és de 28 cm.

- (a) Quina és la longitud d'ona?
- (b) Quina és la velocitat de les ones sobre la corda?

Solució: 56 cm

Solució: $363 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

38 El segon harmònic de la Figura 29 representa una ona estacionària que oscil·la a 234 Hz. Si la tensió de la corda es manté constant, determineu quin serà el valor de les freqüències:

- (a) fonamental.
- (b) de l'harmònic $n = 3$
- (c) i de l'harmònic $n = 7$

Solució: 117 Hz

Solució: 351 Hz

Solució: 819 Hz

39 Quan una persona inhala heli i parla a continuació ho fa amb un to de veu molt més agut. Suggeriu una explicació des del punt de vista de la física d'aquest fet.

40 Agafant pel mig un regle de plàstic d'un metre i fent-lo oscil·lar a 6 Hz, tal com indica la Figura 30, podem fer-lo vibrar amb la seva freqüència fonamental.

- (a) Dibuixeu com seria el segon harmònic i calculeu el valor de la seva freqüència.
- (b) Si agafem el regle pel seu extrem, quina serà la freqüència fonamental? I la del segon harmònic?

Solució: 18 Hz

Solució: 3 Hz; 9 Hz



Figura 29. Figura de la Qüestió 38



Figura 30. Figura de la Qüestió 40

2.2 Instruments de vent

Els instruments de vent (Figura 31), necessiten una font de vibració que faci oscil·lar les molècules d'aire a dins del tub de l'instrument, perquè es generin ones de so estacionàries. Això es pot fer de maneres diferents. En els instruments de vent-metall, com ara la trompeta, són els llavis del trompetista els que fan vibrar la columna d'aire. L'oboè i el fagot són instruments de vent-fusta, i necessiten d'una llengüeta constituïda per dues fines làmines de canya que baten l'una contra l'altra en vibrar quan l'aire passa entre elles.

L'ona estacionària generada per les vibracions de l'aire en el tub fa que l'instrument i l'aire del seu voltant vibrin a la mateixa freqüència i produeixin així un so que viatja enfora i en totes direccions.

Hi ha dues categories bàsiques d'instruments de vent:

- Instruments de tubs oberts. La flauta i la flauta travessera consisteixen en un tub amb els dos extrems oberts. En un extrem obert, l'amplitud de la vibració de les molècules és màxima, però la pressió és nul·la, l'aire no està comprimit (un node de pressió).
- Instruments de tubs tancats. El clarinet n'és un exemple, té un extrem obert i l'embocadura amb una canya és un extrem tancat. En aquest extrem tancat, les molècules d'aire no tenen llibertat per a moure's, i l'amplitud de la seva vibració és zero (un node de desplaçament), però la pressió és màxima (un antinode de pressió).

Les ones estacionàries es formen perquè les ones de so es reflecteixen tant en l'extrem obert com en el tancat. Així doncs, el tub només sonarà "amb força" per a determinades freqüències anomenades **freqüències de ressonància**.

Quan es toca un instrument, el to es controla obrint i tancant els forats del tub. En l'obertura del tub les molècules es poden bellugar lliurement, però la pressió no canvia. Obrint i tancant els forats el que estem fent és canviar la longitud del tub en el qual es produeix l'ona estacionària i es generen així els diferents sobretons.



Figura 31. Instruments de vent

ACTIVITAT 11 Ressonància en tubs

Amb ajuda d'una simulació analitzeu la ressonància en tubs oberts pels dos extrems o oberts només per un. Analitzeu les relacions existents entre la longitud del tub i la longitud d'ona així com les relacions entre les freqüències del mode fonamental i els sobretons.

<http://demonstrations.wolfram.com/ResonanceInOpenAndClosedPipes/>

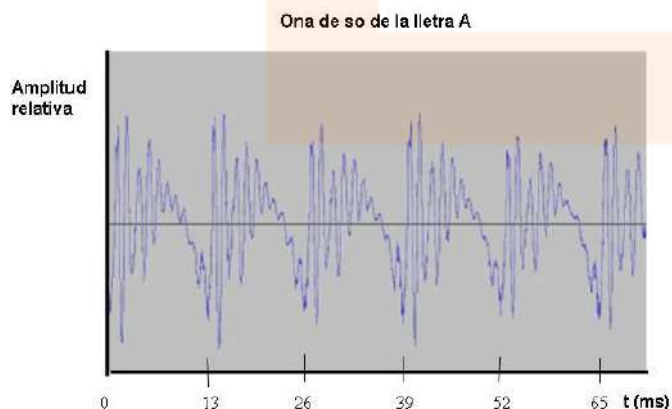
Qüestions

- 41 Quina fracció de longitud d'ona fonamental correspon a un tub de longitud L , en el cas de
- (a) un tub obert
 - (b) un tub tancat
- 42 Trobeu una expressió de la freqüència fonamental,
- (a) d'un tub obert en funció de la seva longitud, L , i de la velocitat del so a l'aire, v .
 - (b) d'un tub tancat en funció de la seva longitud, L , i de la velocitat del so a l'aire, v .
- 43 Quines propietats de la flauta dolça creieu que determinen la freqüència fonamental de l'instrument?
- 44 Una ona estacionària en un tub té 4 nodes i 5 ventres, i emet un so amb una freqüència de 1244 Hz.
- (a) El tub és obert per un cantó o per tots dos? Justifiqueu la resposta
 - (b) A quin harmònic correspon l'ona?
 - (c) Escriviu una expressió de la longitud L del tub en funció de la longitud d'ona del so que emet.
 - (d) Calculeu la longitud d'ona tenint en compte que la velocitat del so és de $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
 - (e) Calculeu la longitud del tub.

Solució: 0,27 m
Solució: 0,55 m

2.3 La complexitat dels sons

La majoria de la gent és capaç de reconèixer una mateixa nota produïda per diferents instruments. Els vocalistes sovint necessiten un piano per afinar la veu abans de cantar. Escolten la nota que els dona el piano i la reproduïxen amb la seva veu. Les dues notes, però, sonen diferent. Per què? I per què una trompeta i una guitarra, tocant la mateixa nota, també sonen diferent?



La Figura 32 mostra el **perfil d'ona** de la veu humana al dir la lletra A. Al primer cop d'ull l'ona sembla complexa i bruta, però podeu veure com es repeteix, de forma periòdica, en un cert interval de temps o període. La forma de l'ona, també anomenada perfil d'ona, no té res a veure amb una ona sinusoidal. El perfil d'ona d'un diapasó seria pràcticament una ona sinusoidal pura, però el de la veu humana és molt més complex.

A l'Activitat 7 heu vist que la superposició d'ones sinusoidals dona com a resultat ones de diferents formes. L'ona de la Figura 32 pot reproduir-se amb la superposició d'un gran nombre d'ones sinusoidals. En general, el perfil d'ona de qualsevol so és pot

Figura 32. Perfil d'ona de la veu humana al dir la lletra A

analitzar i reproduir. Les freqüències i amplituds de les ones sinusoïdals que cal superposar es poden trobar amb un programa d'ordinador que analitzi sons, és l'anomenat **espectre de freqüències** del so, de la mateixa manera que amb un prisma es poden analitzar les freqüències o els colors de la llum.

Aquesta anàlisi s'anomena anàlisi harmònica o **anàlisi de Fourier**, en honor al matemàtic que desenvolupà les matemàtiques per a l'anàlisi de funcions periòdiques. L'espectre de la veu humana, al dir la lletra A que mostra la Figura 33 té un gran nombre de components harmònics, però dominen les freqüències de l'ordre dels centenars de hertz.

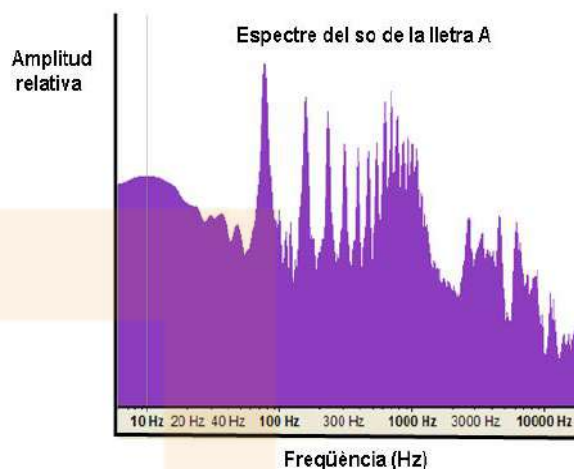


Figura 33. Espectre de freqüències on es mostren les diferents freqüències i amplituds relatives dels components

Sumem ones

La següent plana web ens permet veure el resultat de sumar ones

<https://www.compadre.org/osp/EJSS/4430/224.htm>

En els instruments musicals, dos instruments que produeixen la mateixa nota sonen diferent. Això és perquè el so que produeixen té diferent **timbre**, o qualitat de so. La diferència de timbre està en què, encara que l'instrument vibra amb la mateixa freqüència fonamental, cada instrument produeix al mateix temps diferents harmònics, la intensitat dels quals depèn de l'instrument i de com es toca. Si cada instrument produís únicament la freqüència fonamental, tots sonarien igual. En el perfil d'ona del so que produeixen diferents instruments per a la mateixa nota es veu que estan formats per freqüències semblants ja que les seves ones de so tenen la mateixa periodicitat, però l'anàlisi de Fourier indica que cada so té el seu propi espectre característic (freqüències i intensitats relatives dels diferents harmònics).

Si es coneix l'espectre d'un so es pot imitar. Així doncs, les paraules parlades es poden convertir en un codi digital amb un ordinador i un programa pot reconèixer el codi digital d'una paraula. Aquesta tecnologia és capaç de construir un programari que permet "parlar" i donar instruccions a un ordinador.

ACTIVITAT 12 Anàlisi de sons



Fent us d'un programa informàtic, feu l'anàlisi de Fourier de diferents sons preferiblement no musicals i proveu d'identificar-los només veient el perfil de l'ona.

ACTIVITAT 13 Identificant sons



L'oboè i el fagot són dos instruments de tipus tub tancat. Ambdós instruments pertanyen al grup d'instruments de vent fusta i la diferència més evident entre ells és la distància que ha de recórrer l'aire abans no surt de l'instrument. La llargada d'un oboè és d'uns 67,44 cm podent oscil·lar en funció del model. En el cas del fagot, la longitud total és de 250 cm.

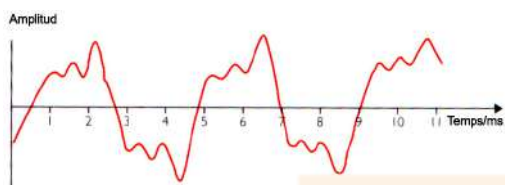


Figura 34. Figura de la Qüestió 45

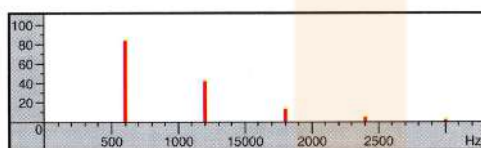


Figura 35. Espectre de freqüències d'un instrument musical

Qüestions

- 45 Determineu el període i la freqüència fonamental del so representat a la Figura 34.
- 46 La Figura 35 representa l'espectre de les freqüències d'un instrument de vent tocant una certa nota. La intensitat de cada component ve indicada per la llargada de la línia.
- (a) És un tub obert per un cantó o per tots dos?
 - (b) Creieu que s'està bufant fort, fluix o normal?
 - (c) Quina deu ser la longitud del tub que dona aquest espectre?

3 El Soroll

Realitzar qualsevol activitat humana comporta gairebé sempre un nivell de so més o menys elevat. Segons el tipus de sons, la durada, el lloc i el moment en què es produeixen, els sons poden ser molestos, incòmodes i arribar a alterar el benestar fisiològic o psicològic dels éssers vius; llavors se'n diu **soroll** i es considera contaminació.

La **contaminació acústica** pot definir-se com l'increment significatiu dels nivells acústics del medi i és un dels factors importants del deteriorament de la qualitat ambiental del territori. El parlament de Catalunya va aprovar l'any 2002 la *Llei de Protecció contra la contaminació acústica*. Els objectius de la llei són: regular el nivell de contaminació acústica permès en activitats, en infraestructures i en el trànsit i donar instruments legals als ajuntaments, que són els qui tenen la competència de regular el soroll dins de cada municipi.

ACTIVITAT 14 Combatre el soroll



El programa "Quèquicom" parla, en aquest capítol, de com es mesura el soroll, com es pot combatre i com pot afectar la concentració i la salut.

<https://www.ccma.cat/tv3/alacarta/quequicom/combatare-el-soroll/video/3015010/>

3.1 Què és exactament el soroll ?

El so és una vibració que es propaga en forma d'ona en un medi, gas, líquid o sòlid, capaç de ser percebuda per l'oïda. En l'aire, les ones sonores es propaguen a una velocitat de 340 m/s; en líquids i en sòlids la velocitat és més gran, 1.500 m/s en l'aigua i 5.000 m/s en l'acer.

Es defineix la **intensitat** o **flux d'energia sonora**, I , que emet un focus F en totes direccions (Figura 37), com la quantitat d'energia sonora que travessa perpendicularment la unitat de superfície per una unitat de temps. Matemàticament s'expressa com

$$I = \frac{E}{St} = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \quad (29)$$

on, E , és l'energia de l'ona sonora, t , el temps, P , la potència transmesa, S l'àrea de la superfície i r la distància al focus F . En el SI la intensitat o flux d'energia sonora es mesura en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Tal com heu estudiat abans, la propagació del so comporta variacions en la pressió sonora de l'aire. L'oïda dels éssers humans pot captar el so entre un nivell mínim d'intensitat sonora o **llindar d'audició**, d'uns 20 micropascals (μPa), fins a un nivell màxim d'intensitat sonora, el **llindar**

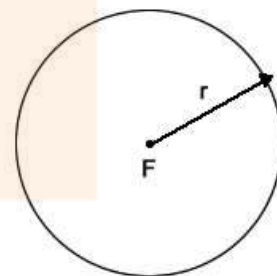


Figura 36. So propagant-se en totes direccions des d'un focus F

de dolor, en què la pressió sonora és tan elevada que arriba a fer mal al timpà, d'uns 60 Pa.

El **nivell d'intensitat sonora** o **sensació sonora** que té l'oïda humana no es correspon amb la intensitat sonora dels estímuls que rep. La nostra oïda és més sensible a unes freqüències que a d'altres. L'oïda humana filtra o atenua més els tons aguts o freqüències altes que els tons greus o freqüències baixes. La majoria de la gent percep els sons de baixes freqüències més forts que els sons de la mateixa intensitat però de freqüència més alta.

Com que l'oïda humana cobreix una banda de freqüències molt àmplia, s'utilitza en el SI una escala logarítmica: l'escala decibèlica (dB)

$$\text{Sensació sonora} = \beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (30)$$

on $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ és la intensitat llindar. D'aquesta manera el llindar d'audició queda fixat en 0 dB i el llindar de dolor es troba als 120 dB. A la Taula 1 hi ha un llistat de sons amb les corresponents intensitats, pressió sonora i nivell de sensació sonora en dB.

Font	Intensitat/ Wm^{-2}	Pressió sonora/Pa	Sensació sonora/dB
Mínim so audible	10^{-12}	$2,0 \cdot 10^{-5}$	0
Bosc sense soroll	10^{-10}	$2,0 \cdot 10^{-4}$	20
Soroll de la nevera (a 2 m)	10^{-8}	$2,0 \cdot 10^{-3}$	40
Tetera amb aigua bullint	10^{-7}	$6,3 \cdot 10^{-3}$	50
Conversa normal	10^{-6}	$2,0 \cdot 10^{-2}$	60
Aspiradora (a 3m)	10^{-5}	$6,3 \cdot 10^{-2}$	70
Camió pesant (a 15 m)	10^{-3}	$6,3 \cdot 10^{-1}$	90
Trepant (a 5 m)	10^{-2}	$2,0 \cdot 10^0$	100
Tro	1	$2,0 \cdot 10^1$	120
Concert de rock (a 2 m dels altaveus)	1	$2,0 \cdot 10^1$	120
Martell pneumàtic	10	$6,3 \cdot 10^1$	130
Enlairament d'un avió	10^2	$2,0 \cdot 10^2$	140
Rifle	10^5	$6,3 \cdot 10^3$	170
Motor d'un gran coet	10^8	$2,0 \cdot 10^5$	200

Taula 1. Fonts de soroll amb la intensitat i la pressió sonora que produeixen i el nivell de sensació sonora que rep l'oïda humana en decibels

Exemple resolt

Un sistema acústic públic està ajustat a un nivell de 70 dB per a ser escoltat a 10 m. Quina sensació sonora es percep a 50 m?

DADA: $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

Resolució. La gent que es troba a 10 té una sensació sonora de 70 dB. Aquesta es tradueix a una intensitat

$$70 = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\frac{70}{10} = \log \frac{I}{I_0} \rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{70}{10}} \rightarrow I = 10^7 I_0$$

L'Equació 29 mostra com la intensitat del so decau amb el quadrat de la distància. Aplicant aquesta equació es pot obtenir la potència emesa pel sistema

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow P = 4\pi r^2 I = 4\pi \times 10^2 \times 10^7 I_0 = 4\pi \times 10^9 I_0$$

A 50 m, la potència emesa pel sistema és la mateixa, de manera que

$$P = 4\pi r'^2 I'$$

on I' és la intensitat que rep la gent a 50 m. Substituint el valor obtingut de la potència en l'equació anterior es té

$$I' = \frac{4\pi \times 10^9 I_0}{4\pi \times 50^2} = \frac{10^9 I_0}{50^2}$$

Aplicant de nou l'Equació 30

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I'}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{\frac{10^9 I_0}{50^2}}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{10^9}{50^2} \right)$$

Resolent aquesta equació s'obté que la sensació sonora a 50 m és de 56 dB.

ACTIVITAT 15 Tres flautes fan el triple de soroll?

Una flauta crea un nivell d'intensitat sonora. Si sonen dues, tres o més flautes, la intensitat sonora es duplica, triplica,?

Qüestions

- 47 Quin és el nivell de sensació sonora en decibels corresponent a una ona d'intensitat $10^{-10} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$? I d'intensitat $10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$?

Solució: 20 dB; 100 dB

- 48 Demostreu que si es duplica la intensitat d'un so, el nivell de sensació sonora augmenta de 3,0 dB.

- 49 Si la intensitat del mínim so audible és $10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, quina ha de ser la d'un so de la mateixa freqüència per a què la seva sensació sonora sigui de 10 decibels?

Solució: $10^{-11} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

- 50 Si una mosca produeix un so d'1 dB, quina serà la sensació sonora que produeixen 10 mosques?

Solució: 11 dB

- 51 Un so produeix a 5 m una sensació sonora de 10 dB. A quina distància del focus emissor la sensació serà de 5 dB?

Solució: 8,9 m

3.2 El control del so

Alguns de vosaltres potser toqueu algun instrument i heu d'assajar hores i hores. A l'hora de fer els assajos se us planteja un problema i és el soroll que feu. Tant si ho feu a casa o en un local cal que busqueu maneres de insonoritzar l'habitació on feu els assajos.

Prevenir és millor que curar. Tot i que moltes vegades el soroll no es pot evitar sí que es pot mirar de reduir els seus efectes amb aïllants o altres formes de control. La Física del so permet trobar mètodes i sistemes per a mitigar el soroll i també per a millorar l'audició acústica de, per exemple, una sala d'actes.

Per aconseguir més confort i una millor qualitat de vida es poden utilitzar materials aïllants, les propietats dels quals són adients per a reduir i controlar el soroll. Per exemple, els vidres aïllants que eviten o redueixen tant els fluxos de calor com el soroll. En la següent qüestió es planteja quina és la millor solució a l'hora d'insonoritzar una vivenda.

ACTIVITAT 16 El soroll que ens envolta

Fent ús d'un sonòmetre, feu diferents mesures en el vostre entorn: al pati, dins d'una aula, al carrer, etc. Comproveu els nivells d'intensitat sonora que us envolten. Analitzeu i penseu com es poden millorar aquests nivells utilitzant diferents tipus d'aïllaments.

Els espais parlen, responen, acullen els sons que s'hi produeixen; els magnifiquen i els realcen. Els espais criden, agredeixen, amplifiquen els sorolls, embruten la paraula, creen ecos i distorsionen els missatges o la música. Des del moment que una font sonora emet un so fins que l'oient el converteix en sensació sonora, es produeix un conjunt de fenòmens de reflexió i refracció, absorció i difracció.

En els locals tancats, tota l'energia de les ones es reflecteix successivament a les parets, a terra i al sostre del local. Cada oient rep el so directe de la font i el que s'ha reflectit diverses vegades a les diferents superfícies del local. Aquest fenomen s'anomena **reverberació**.

La reverberació d'una sala es caracteritza pel **temps de reverberació**, que es defineix com el temps necessari perquè la intensitat d'un so disminueixi a la milionèsima part del seu valor inicial. Aquest valor depèn de la grandària de la sala, dels materials amb què està feta i de la freqüència del so.

La producció de reflexions múltiples en una sala té diverses conseqüències importants. Per exemple el so és més intens en un auditori tancat que en un d'obert i les sales petites són les que donen més intensitat de so. Els materials tous (materials tèxtils) absorbeixen molta energia en cada reflexió mentre que els materials durs (pedra) absorbeixen molt poca energia i mantenen la intensitat de so.

4 *Últim bis*

En aquesta unitat heu estudiat diversos aspectes de la ciència del so. Heu après una part fonamental de la física del so que són les ones: ones de so en l'aire, ones en molles i cordes i les ones de so que produeixen els instruments musicals. També heu estudiat alguns fenòmens ondulatoris com són les interferències, la difracció, la reflexió i la refracció de la llum, les ones estacionàries i l'efecte Doppler.

ACTIVITAT 17 Repasseu tot el què heu après

Elaboreu en petits grups un mapa conceptual de la unitat. Un cop fet, discutiu-lo amb la resta de grups i acabeu elaborant un mapa conceptual conjunt de la unitat.

4.1 *Objectius*

Un cop estudiada aquesta unitat heu de ser capaços de:

- Conèixer les magnituds associades al MHS i les seves característiques sinusoidals.
- Interpretar i analitzar cinemàticament el moviment d'un MHS i l'energia associada.
- Comprendre el model de les ones i la seva característica de transferència d'energia sense transferència de matèria.
- Distingir entre els diferents tipus d'ones: mecàniques, electromagnètiques, transversals, longitudinals.
- Conèixer els paràmetres que caracteritzen una ona periòdica.
- Representar i interpretar els gràfics del moviment ondulatori.
- Aplicar el principi d'Huygens per a explicar la propagació de les ones.
- Conèixer i aplicar el principi de superposició de les ones en els fenòmens de les interferències i de les ones estacionàries.
- Interpretar mitjançant esquemes gràfics els fenòmens de reflexió, refracció, interferències i difracció.
- Conèixer l'efecte Doppler i les seves aplicacions.
- Saber interpretar el so com una ona mecànica.
- Interpretar gràfics de sons captats per mètodes informàtics o electrònics i determinar les magnituds rellevants.
- Reconèixer les ones estacionàries i la seva relació amb els instruments musicals i la música.
- Interpretar l'escala d'audició humana.
- Construir un so complex a partir de sons purs i identificar sons purs en sons complexos utilitzant mètodes informàtics.
- Conèixer la contaminació acústica i saber interpretar les dades obtingudes amb un sonòmetre.

4.2 Activitats i qüestions finals

La majoria de conceptes que heu après sobre les ones en aquesta unitat es poden aplicar per a entendre i descriure d'altres fenòmens naturals o produïts per la humanitat (terratrèmols, forns de microones, construcció, la llum dels estels), encara que hi ha diferències importants entre els diferents tipus d'ones. A l'Activitat 18 es proposa fer un recordatori de les propietats de les ones.

ACTIVITAT 18 Síntesi d'ones

A la Taula 2 hi ha una llista de les propietats de les ones que heu estudiat en aquesta unitat. Copieu la taula i marqueu quines propietats compleixen els diferents tipus d'ones. Quines són les propietats comunes a totes les ones? Podeu afegir d'altres anotacions en cada requadre, com es mostra en la segona fila.

Propietat	Tipus d'ona			
	Ones sonores	Ones en una corda	Ones de llum	Totes les ones
Obeeix l'equació de les ones $v = f\lambda$	✓	✓	✓	
La rapidesa depèn del material		$v = \sqrt{\frac{\text{Tensió}}{\mu}}$	índex de refracció $\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$	
Es propaguen en el buit				
Transversals				
Longitudinals				
Es reflecteixen				
Se superposen				

Taula 2. Resum de les propietats de les ones

Qüestions selectivitat

52 L'equació d'una ona harmònica transversal que es propaga en una corda tensa de gran longitud és $y(x, t) = 0,03 \cdot \sin(2\pi t - \pi x)$, on x i y s'expressen en metres i t , en segons. Calculeu:

- (a) La velocitat de propagació de l'ona, el període i la longitud d'ona.
- (b) L'expressió de la velocitat d'oscil·lació de les partícules de la corda i la velocitat màxima d'oscil·lació.

Solució: $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; 1 s ; 2 m
Solució: $0,06 \pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

53 Una ona harmònica transversal es propaga per una corda a una velocitat de $6,00 \text{ m/s}$. L'amplitud de l'ona és 20 mm i la distància mínima entre dos punts que estan en fase és $0,40 \text{ m}$. Considereu la direcció de la corda com l'eix x i que l'ona es propaga en el sentit positiu d'aquest eix.

- (a) Calculeu la longitud d'ona, el nombre d'ona, la freqüència, el període i la freqüència angular (pulsació).
- (b) Escriu l'equació de l'ona sabent que, en l'instant inicial, l'elongació d'un punt situat a l'origen de coordenades és màxima. Calculeu l'expressió de la velocitat amb què vibra un punt de la corda situat a una distància de 10 m respecte de l'origen de la vibració. Quina és la velocitat màxima d'aquest punt?

Solució: $0,40 \text{ m}$; $15,7 \text{ m}^{-1}$; 15 Hz ; $0,067 \text{ s}$; $94 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
Solució: $1,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

54 Observem que dues boies de senyalització en una zona de bany d'una platja, separades una distància de 2 m , oscil·len de la mateixa manera amb l'onatge de l'aigua del mar. Veiem que la mínima distància en què té lloc aquest fet és, justament, la separació entre les dues boies. Comptem que oscil·len trenta vegades en un minut i observem que pugen fins a una alçada de 20 cm .

- (a) Determineu la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de les ones del mar.
- (b) Escriu l'equació que descriu el moviment de les boies en funció del temps, si comencem a comptar el temps quan les boies són en la posició més alta. Escriu l'equació de la velocitat de les boies en funció del temps.

Solució: $0,5 \text{ Hz}$; 2 m ; $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

55 Cadascun dels extrems d'un diapasó presenta un moviment vibratori harmònic amb una freqüència de 1000 Hz i una amplitud d' 1 mm . Aquest moviment genera en l'aire una ona harmònica de so de la mateixa freqüència. El moviment dels dos extrems està en fase.

- (a) Calculeu, per a un dels extrems del diapasó, l'elongació i la velocitat del seu moviment vibratori quan faci $3,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ que ha començat a vibrar, comptat a partir de la posició que correspon a la màxima amplitud.
- (b) Raoneu si, en l'aire, es produiria el fenomen d'interferència a partir de les ones de so que es generen en els dos extrems del diapasó. Si s'esdevé aquest fenomen, indiqueu en quins punts es produiran els màxims d'interferència.

DADA: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$.

Solució: $-4,82 \cdot 10^{-4} \text{ m}$; $-5,51 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Qüestions selectivitat

56 La gràfica de la Figura 37 representa l'energia cinètica d'un oscil·lador harmònic en funció de l'elongació (x).

- (a) Diguen el valor de l'energia cinètica i de l'energia potencial quan $x = 0$ m i quan $x = 0,20$ m. Determineu la constant elàstica.
- (b) Calculeu la massa de l'oscil·lador, si sabem que la freqüència de vibració és $(100/2\pi)$ Hz.

Solució: 10 J; 0 J; 0 J; 10 J; $500 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$
Solució: 0,050 kg

57 El dibuix de la Figura 38 representa una ona estacionària que s'ha generat en una corda tensa quan una ona harmònica que es propagava cap a la dreta s'ha superposat amb la que s'ha reflectit en un extrem.

- (a) Indiqueu-ne els nodes. Determineu la distància entre nodes i la longitud d'ona estacionària. Quina és l'amplitud de les ones que, en superposar-se, han originat l'ona estacionària?
- (b) Sabent que cada punt de la corda vibra a raó de trenta vegades per segon, escriviu l'equació de l'ona inicial (si suposem que $y(0, 0) = 0$) i calculeu-ne la velocitat de propagació.

Solució: 4 m; 8 m 0, 5 cm
Solució: $240 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

58 Alguns instruments musicals, com la flauta, estan formats per un tub en què es produeixen ones estacionàries. Podem imaginar-nos la flauta com un tub ple d'aire, obert pels dos extrems, en què es formen ones estacionàries amb ventres en els dos extrems. Si la llargària del tub és 70,0 cm:

- (a) Dibuixeu el perfil de l'ona corresponent a l'harmònic fonamental produït a l'interior del tub de la flauta. Determineu la freqüència de l'harmònic fonamental i la dels dos primers sobretons (segon i tercer harmònics) que es produiran en aquest tub.
- (b) Quan fem sonar la flauta, produïm una sensació sonora de 65 dB en un observador situat a 2,0 m. Quina sensació sonora percebrà el mateix observador si en comptes d'una flauta sonen tres flautes idèntiques alhora?

DADA: $v_{so} = 340 \text{ m/s}$.

Solució: 243 Hz; 486 Hz; 729 Hz
Solució: 69,8 dB

59 Una molla de constant $k = 125 \text{ N/m}$ té un extrem fix i, en l'altre, hi ha lligada una massa de 200 g que pot lliscar sobre una superfície horitzontal sense fregament. Desplacem inicialment la massa 12 cm de la posició d'equilibri, tot allargant la molla, i la deixem anar. Determineu:

- (a) El valors màxims de les energies cinètica i potencial assolides durant el moviment i la velocitat màxima de la massa.
- (b) El període i la freqüència del moviment harmònic resultant. Escriviu també l'equació d'aquest moviment prenent $t = 0$ com l'instant en què s'ha deixat anar la massa.

Solució: 0,90 J; $3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Solució: 0,25 s; 3,98 Hz

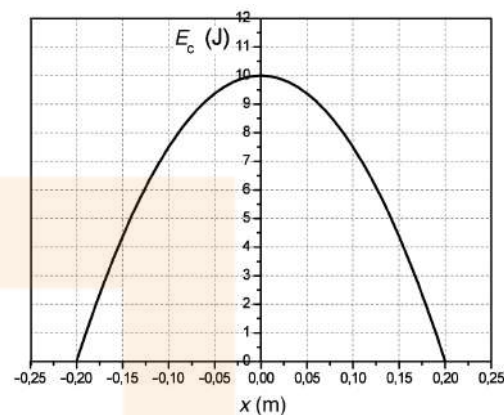


Figura 37. Imatge per a la Qüestió 56

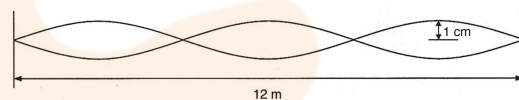


Figura 38. Imatge per a la Qüestió 57

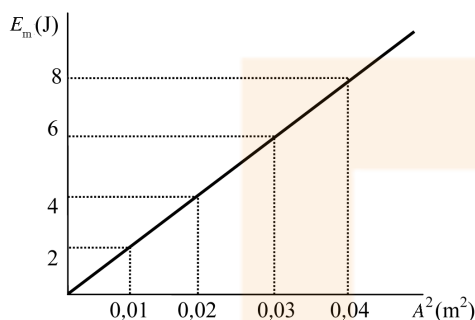


Figura 39. Gràfica per a la Qüestió 61

Qüestions selectivitat

60 En l'últim campionat mundial de futbol, la vuvuzela, un instrument musical d'animació molt sorollós, atesa la forma cònica i acampanada que té, va despertar una gran controvèrsia per les molèsties que causava. Aquest instrument produeix el so a una freqüència de 235 Hz i crea uns harmònics, és a dir, sons múltiples de la freqüència fonamental (235 Hz), d'entre 470 Hz i 1 645 Hz de freqüència. La vuvuzela és molt irritant, perquè els harmònics amb freqüències més altes són els més sensibles per a l'oïda humana. NOTA: Considereu que el tub sonor és obert pels dos costats.

- Amb les dades anteriors, calculeu la longitud aproximada d'una vuvuzela.
- Un espectador es troba a 1m d'una vuvuzela i percep 116 dB. Molest pel soroll, s'allunya fins a una distància de 50 m. Quants decibels percep, aleshores?

DADES: v_{so} a l'aire=340 m/s; $I_0=10^{-12}\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$.

Solució: 0,72 m
Solució: 82 dB

61 Una massa de 0,5 kg descriu un moviment harmònic unida a l'extrem d'una molla, de massa negligible, sobre una superfície horitzontal sense fregament. En la gràfica de la Figura 39 es relaciona el valor de l'energia mecànica de la molla amb el quadrat de l'amplitud d'oscil·lació del moviment harmònic. Calculeu:

- El valor de la freqüència d'oscil·lació.
- El valor de la velocitat màxima de la massa quan l'amplitud d'oscil·lació del moviment és 0,1414 m.

Solució: 4,5 Hz
Solució: 4 m·s⁻¹

62 Una massa $m=0,3$ kg, situada en un pla horitzontal sense fricció i unida a una molla horitzontal, descriu un moviment vibratori harmònic. L'energia cinètica màxima de la massa és 15 J.

- Si sabem que entre els dos punts del recorregut en què el cos té una velocitat nul·la, hi ha una distància de 50 cm, calculeu l'amplitud, la freqüència i el període del moviment i la constant elàstica de la molla.
- Calculeu la posició, la velocitat i l'acceleració del cos en l'instant $t=3$ s, considerant que quan $t=0$ s el cos té l'energia cinètica màxima.

Solució: 0,25 m; 480 N·m⁻¹; 6,4 Hz; 0,2 s
Solució: $\pm 0,1$ m; $\pm 8,1$ m·s⁻¹; ∓ 232 m·s⁻²

63 Els grills perceben sons de freqüència d'entre 20 Hz i 100 kHz i els saltamartins perceben sons d'entre 15 Hz i 35 kHz de freqüència. Les balenes blanques emeten sons de 20 Hz. Si el so de la balena arriba a la superfície amb un angle de 60° respecte de la normal, calculeu:

- L'angle amb què sortirà el so de la balena a l'aire. Podran sentir aquest so els grills i els saltamartins que són arran de la costa? I dalt d'un penya-segat?
- La longitud d'ona, dins i fora de l'aigua, del so produït per la balena.

DADES: v_{so} a l'aire=340 m/s; v_{so} a l'aigua=1500 m/s.

Solució: 11,3°
Solució: 75 m; 17 m

Qüestions selectivitat

64 En la Figura 40 es mostren els fronts d'ona d'un so que travessa un obstacle.

- (a) Anomeneu el fenomen que s'indica. Quines condicions ha de tenir l'obstacle perquè es produeixi aquest fenomen d'una manera perceptible? Expliqueu breument alguna situació en què aparegui aquest fenomen.
- (b) Dibuixeu els fronts d'ona, d'una manera semblant a la figura, en el cas d'una ona sonora plana que es refracta en passar d'un medi en què la velocitat del so és 340 m/s a un altre en què la velocitat del so és 500 m/s, amb un angle d'incidència de 20° , i en el del so d'un clàxon d'un cotxe que es produeix mentre l'automòbil es desplaça ràpidament cap a un observador. Expliqueu raonadament, en tots dos casos, si la velocitat de propagació, la longitud d'ona i la freqüència augmenten, es mantenen igual o disminueixen.

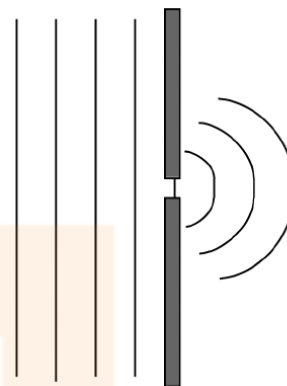


Figura 40. Imatge per a la Qüestió 64

65 La massa dels astronautes a l'espai es mesura amb un aparell que es basa en el moviment vibratori harmònic. Quan l'astronauta s'hi col·loca, l'aparell inicia un moviment vibratori i en mesura la freqüència. Sabem que per a una massa de 60 kg, la freqüència d'oscil·lació és 0,678 Hz.

- (a) Calculeu la velocitat màxima d'oscil·lació d'aquesta massa si sabem que l'amplitud màxima d'oscil·lació és 20 cm.
- (b) Si la massa d'un astronauta fa oscil·lar l'aparell a una freqüència de 0,6064 Hz, calculeu la constant elàstica de la molla i la massa de l'astronauta.

Solució: $0,852 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Solució: $1,089 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; 75 kg

66 La corda d'una guitarra mesura 0,65 m de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 440 Hz.

- (a) Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona de l'harmònic fonamental i digueu en quins llocs de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.
- (b) Dibuixeu el perfil de l'ona estacionària del segon i del quart harmònic i calculeu-ne la freqüència.

Solució: 1,3 m; $572 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Solució: 880 Hz; 1760 Hz

67 Duem a terme l'experiència següent: pengem d'una molla fixada en un suport per un dels seus extrems set masses diferents, i provoquem que aquestes masses facin petites oscil·lacions i realitzin un MVHS. Mesurem amb molta cura el temps que triga a fer deu oscil·lacions cadascuna de les masses i, a partir d'aquí, obtenim els períodes (T) del moviment, el quadrat dels quals es representa en la gràfica de la Figura 41.

- (a) Calculeu la constant elàstica de la molla i expliqueu raonadament si depèn de la massa. Indiqueu el període que mesuràrem si provoquéssim les oscil·lacions amb una massa de 32,0 g.
- (b) El MVHS que descriu la massa de 100 g que hem penjat de la molla té una amplitud de 10,0 cm. Calculeu l'elongació i l'acceleració que tindrà la massa quan hauran transcorregut 3,00 s des del moment en què l'hem deixat oscil·lar a partir del punt més baix de la trajectòria.

Solució: $8,97 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; 0,38 s

Solució: $9,91 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $-8,89 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

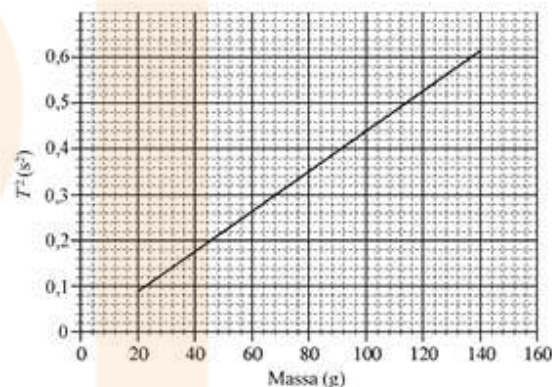


Figura 41. Gràfica per a la Qüestió 67

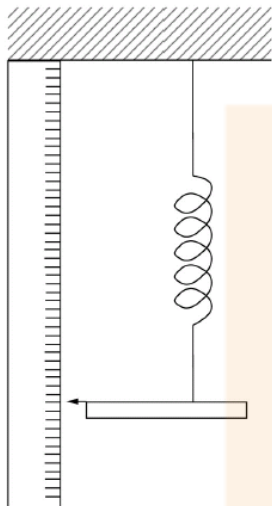


Figura 42. Imatge per a la Qüestió 69

Qüestions selectivitat

68 Una ona transversal avança per una corda. L'emissor que la produeix vibra amb una freqüència de 25,0 Hz. Considereu que l'ona avança en el sentit positiu de l'eix x. El centre emissor està situat a l'origen de coordenades, i l'elongació en l'instant inicial és nul·la. Sabem que la distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és 24,0 cm i que l'amplitud de l'ona és 3,00 cm. Calculeu:

- (a) La velocitat de l'ona, la freqüència angular (pulsació), el nombre d'ona i l'equació de l'ona.
- (b) La velocitat d'oscil·lació i l'acceleració d'un punt situat en $x = 6,00$ m en l'instant $t = 3,00$ s.

Solució: $6,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $50 \pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $26,2 \text{ m}^{-1}$

Solució: $1,5 \pi \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $0,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

69 Disposem d'una molla de constant $k = 4,00 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ i de longitud natural $l = 20,0$ cm, amb la qual volem fer una balança. Per fer-la, pengem la molla verticalment per un dels extrems i, a l'altre, col·loquem una plataforma de massa $m = 20,0$ g amb un dial, de manera que aquest indiqui el valor de la mesura sobre una escala graduada, tal com es mostra a la Figura 42.

- (a) Determineu la lectura que marca el dial en col·locar la plataforma i deixar que el sistema s'aturi. Considereu que el zero del dial coincideix amb l'extrem superior del regle de la figura.
- (b) Afegim un objecte de massa $M = 300$ g damunt de la plataforma. A continuació, desplaçem el conjunt una distància de 10,0 cm respecte a la nova posició d'equilibri i el deixem anar, de manera que el sistema comença a oscil·lar lliurement. Amb quina velocitat tornarà a passar per la posició d'equilibri?

DADA: $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Solució: 24,9 cm

Solució: $35,4 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$

70 Les cordes d'una guitarra tenen una longitud de 78,0 cm. Sabem que una de les cordes, quan vibra en el seu harmònic fonamental, emet un la, que correspon a una freqüència de 220 Hz.

- (a) Dibuixeu el perfil de l'ona quan la corda vibra en l'harmònic fonamental. Quina serà la longitud d'ona del so produït? Quina és la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han format l'ona estacionària de la corda?
- (b) Dibuixeu la corda quan vibra i emet un so corresponent al tercer harmònic. Indiqueu, en aquest cas, els nodes i els ventres de l'ona i calculeu-ne les posicions.

Solució: 156 cm; $343 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Solució: 0,0 cm; 26,0 cm; 52,0 cm; 78,0 cm

Solució: 13,0 cm; 39,0 cm; 65,0 cm

Qüestions selectivitat

- 71 La membrana d'un altaveu vibra amb una freqüència de 300 Hz i una amplitud de 1,00 mm i produeix un to pur. En les condicions de l'experiment, la velocitat del so és $340\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- (a) Calculeu la longitud d'ona, la pulsació i el període del so produït.
- (b) Indiqueu com seran, qualitativament, la freqüència i la longitud d'ona enregistrades per un observador en cada un dels casos següents, comparades (més gran /més petit / igual) amb la freqüència i la longitud d'ona originals:

L'altaveu s'acosta ràpidament a l'observador.

El so arriba a l'observador després d'haver-se reflectit en una paret.

Solució: 1,13 m; $1,88\cdot 10^3\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $3,33\cdot 10^{-3}\text{ s}$

- 72 En la vida quotidiana estem sotmesos a moviments vibratoris. Per exemple, en caminar, córrer, viatjar amb algun mitjà de locomoció o estar a prop d'alguna màquina. A l'hora de dissenyar vehicles i màquines, cal fer un estudi d'aquests moviments per tal d'aconseguir que siguin confortables i segurs, ja que els efectes de les vibracions poden anar des de simples molèsties fins al dolor o la mort. Aquests estudis solen utilitzar l'acceleració màxima del moviment vibratori com a variable, per a relacionar-la amb les molèsties que percebem. Se sap que som molt sensibles a un moviment vibratori de 6,0 Hz i que, amb aquesta freqüència, a partir d'una acceleració màxima de $6,0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, les molèsties son tan fortes que ens poden arribar a alarmar.

- (a) Calculeu l'amplitud d'oscil·lació que correspon a un moviment vibratori harmònic de 6,0 Hz i una acceleració màxima de $6,0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- (b) Calculeu el valor de la constant elàstica d'una molla per tal que una massa de 85 kg que hi estigui enganxada oscil·li amb una freqüència de 6,0 Hz

Solució: $4,2\cdot 10^{-3}\text{ m}$
Solució: $1,2\cdot 10^5\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$

- 73 Les sis cordes d'una guitarra vibren entre dos punts fixos (el pont i la celleta). Per a certes freqüències de vibració de la corda es generen ones estacionàries entre tots dos extrems. Si la guitarra està afinada, la vibració de la primera corda en el mode fonamental correspon a la nota mi, de 330 Hz.

- (a) Determineu la longitud d'ona del mode fonamental, si la longitud de la corda son 65,0 cm, i calculeu també la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, generen l'ona estacionària.
- (b) Si un espectador situat a 3,0 m de distància de la guitarra percep una sensació sonora de 30 dB, quina sensació sonora percebrà si sonen tres guitarres idèntiques tocant la mateixa nota?

DADA: Intensitat llindar, $I_0 = 1,0\cdot 10^{-12}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

Solució: 1,30 m; $429\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Solució: 35 dB

Qüestions selectivitat

74 Disposem d'una massa lligada a una molla que fa un moviment harmònic simple. Sabem que a l'instant inicial la seva posició i velocitat són $x = 1,00 \text{ m}$ i $v = -5,44 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, i que les energies cinètica i potencial en aquest mateix instant son $E_k = 12,00 \text{ J}$ i $E_p = 4,00 \text{ J}$. Calculeu:

- (a) La constant de recuperació de la molla i el valor de la massa del cos que fa el moviment, així com l'energia mecànica total del sistema.
- (b) L'amplitud, la freqüència angular i la fase inicial del moviment harmònic que fa la massa. Escriviu l'equació del moviment resultant.

Solució: $8,00 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$; $8,11\cdot 10^{-1} \text{ kg}$; $16,00 \text{ J}$

Solució: $2,00 \text{ m}$; $3,14 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $1,04 \text{ rad}$

75 La gràfica de la Figura 43 representa el moviment d'un cos de 250 g de massa que oscil·la, sense fregament, unit a una molla.

- (a) Calculeu l'amplitud, la freqüència angular, el període i la fase inicial d'aquest moviment.
- (b) Escriviu l'equació del moviment i calculeu l'energia mecànica total del sistema.

Solució: 12 cm ; $1,0 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $6,0 \text{ s}$; $0,0 \text{ rad}$

Solució: $1,9\cdot 10^{-3} \text{ J}$

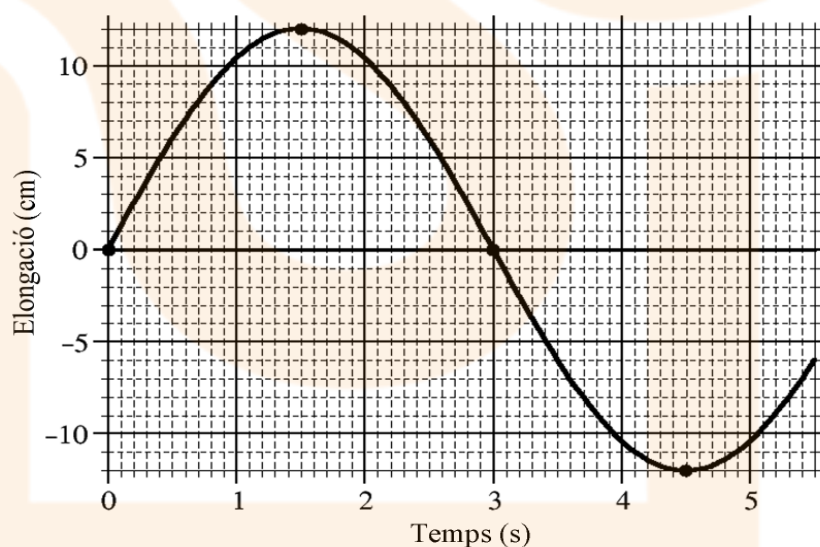


Figura 43. Imatge per a la Qüestió 75

Qüestions selectivitat

- 76 El clarinet es un instrument de fusta en forma de tub en el qual es generen ones estacionaries. L'instrument es pot assimilar a un tub ple d'aire obert per un extrem i tancat per l'altre. La figura mostra el mode tercer harmònic, on l'aire vibra amb una freqüència de 637 Hz.

DADA: $v(\text{so}) = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- (a) Quina es la llargària del clarinet?
- (b) Si la nota es toca amb una intensitat d' $1,00 \cdot 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ i produeix una intensitat sonora determinada a dos metres de distància, en quants decibels augmenta el nivell de sensació sonora a la mateixa distància si la intensitat es duplica?

Solució: $6,67 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

Solució: 3,01 dB

- 77 D'una manera molt simplificada, podem dir que la trompeta és un instrument musical de vent en què les diferents notes són produïdes aplicant aire per un extrem (que es considera tancat a causa de la presència dels llavis del músic) i que s'emeten per l'altre, considerat obert. Les notes produïdes corresponen a determinats harmònics associats a les ones estacionàries que s'originen a l'instrument. La trompeta consta també de tres pistons que, quan es premen, augmenten de manera efectiva la longitud i canvien les notes emeses.

- (a) Si la longitud total del tub que representa la trompeta és $l_0 = 0,975 \text{ m}$, indiqueu quina és la longitud d'ona i la freqüència dels tres primers modes de vibració estacionaris que es poden generar a la trompeta.
- (b) Quan el músic fa sonar l'instrument mentre prem el segon pistó, produeix la nota Si de la tercera octava, de freqüència $f = 247 \text{ Hz}$. Sabent que aquesta nota correspon al segon mode de vibració permès a la cavitat de l'instrument, quina és ara la longitud efectiva de la cavitat? Quin és el recorregut extra Δl que fa l'aire dins de la trompeta quan es prem aquest pistó?

DADA: Velocitat del so en l'aire, $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Solució: 3,90 m, 87,2 Hz; 1,30 m, 262 Hz; 0,78 m; 436 Hz

Solució: 1,03 m; $5,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

- 78 El timbre que sona en una escola a l'hora del pati perquè els alumnes tornin a classe és molt fort. Per tal de saber fins on el sentiran, en cas de no haver-hi edificis ni cap mena de pèrdua d'energia, mesurem amb el telèfon intel·ligent (smartphone) el nivell d'intensitat sonora a 7,0 m de distància del timbre i obtenim un valor de 50 dB. Calculeu:

- (a) La intensitat del so en el lloc on fem la mesura.
- (b) La potència del timbre. A partir de quina distància del timbre els alumnes deixaran de sentir el so?

DADA: Les persones no poden percebre els sons que tenen una intensitat inferior a $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Supposeu que el timbre és un emissor de so puntual que emet en totes les direccions.

Solució: $10^{-7} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

Solució: $6,2 \cdot 10^{-5} \text{ W}$; $2,2 \cdot 10^3 \text{ m}$

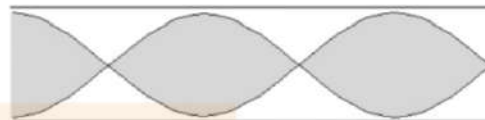


Figura 44. Imatge per a la Qüestió 76



Figura 45. Imatge per a la Qüestió 79



Figura 46. Imatge per a la Qüestió 80

Qüestions selectivitat

79 L'agulla d'una màquina de cosir oscil·la verticalment entre dos punts separats per una distància de 20 mm. En les especificacions del fabricant s'indica que l'agulla pot fer 1.800 puntades per minut. Si sabem que l'agulla descriu un moviment harmònic simple:

(a) Determineu la freqüència en Hz i escriviu l'equació del moviment suposant que en el moment inicial l'agulla es troba en la posició de màxima altura.

(b) Calculeu la velocitat i l'acceleració màximes de l'agulla

Solució: 30 Hz;

Solució: $1,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $3,55 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

80 La corda d'un violí fa 32 cm de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 196 Hz.

(a) Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona del mode fonamental i digueu en quins punts de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.

(b) Dibuixeu, de manera esquemàtica, el perfil de l'ona estacionària del tercer i del cinquè modes de vibració i calculeu-ne les freqüències.

Solució: 64 cm; $125 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Solució: 588 Hz; 980 Hz

81 Una manera d'obtenir la constant elàstica d'una molla és penjar-hi una massa i mesurar-ne el període de les petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri. En la gràfica següent hi ha representada la relació entre la massa penjada de la molla i el quadrat del període de les oscil·lacions:

(a) A partir de la gràfica, calculeu la constant elàstica de la molla. Si l'amplitud de les oscil·lacions fos de 0,10 m, quina seria l'energia cinètica màxima assolida per la massa en l'oscil·lació?

(b) Suposem que la constant elàstica de la molla és de $150 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, hi pengem una massa d'1,5 kg i la fem oscil·lar amb una amplitud de 0,20 m. Quina és l'acceleració màxima que assolix? Si submergim tot el conjunt en un recipient ple d'aigua de manera que la massa oscil·la fins a aturar-se a causa del fregament, quin és el treball fet per la força de fregament que ha aturat l'oscil·lació?

Solució: $150 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $0,75 \text{ J}$

Solució: $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; 3 J

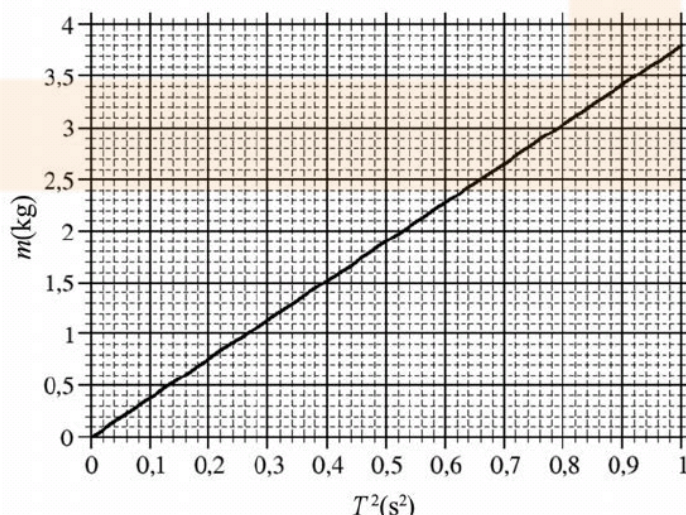


Figura 47. Imatge per a la Qüestió 81

Qüestions selectivitat

82 Per a mesurar la velocitat del so en l'aire podem fer servir un tub de ressonància. Regulant el nivell de l'aigua, es poden produir situacions de ressonància quan l'ona estacionària té un ventre a l'extrem obert del tub. Quan el diapasó vibra amb una freqüència de 440 Hz, fem baixar el nivell de l'aigua fins que observem la primera situació de ressonància per a $h = 19$ cm, que es reconeix perquè es produeix una intensificació nítida del so, i també observem una segona situació de ressonància per a $h = 57$ cm.

- Dibuixeu l'esquema de l'ona estacionària per a cadascuna de les situacions de ressonància descrites i determineu la velocitat del so en l'aire.
- Si el diapasó emet ones sonores amb una potència de 0,01 W, calculeu els decibels que percebrà una persona situada a 3 m.

DADA: Intensitat del llindar d'audició: $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

Solució: 334 m·s⁻¹

Solució: 79 dB

83 Les aranyes tenen uns òrgans sensibles en els extrems de les potes que els permeten detectar les vibracions que produeixen els insectes que queden atrapats a la seva teranyina. Considereu que en una teranyina el moviment dels insectes és equivalent al que tindrien en un sistema que es moguéss amb un moviment harmònic simple (MHS). Hem observat que un insecte de massa 1,58 g atrapat en una teranyina produeix una vibració de 12 Hz.

- Calculeu la constant elàstica d'aquesta teranyina.
- Determineu la massa d'un insecte que, en quedar atrapat a la teranyina, té un període d'oscil·lació de 0,12 s. Calculeu el valor absolut de l'acceleració màxima de l'insecte, durant el temps en què es mou a la teranyina, si l'amplitud de l'oscil·lació és de 2,0 mm.

Solució: 9,0 N·m⁻¹

Solució: 3,3·10⁻² kg; 5,5 m·s⁻²

84 El terme musical soprano es refereix a la veu més aguda, característica del sexe femení. El rang vocal típic d'aquesta veu és de més de dues octaves, del do₃ (261,7 Hz) al re₅ (1174,7 Hz).

- Calculeu les longituds d'ona dels sons més greu i més agut que pot emetre una cantant soprano.
- En una actuació, un espectador situat a 10,0 m d'una soprano percep un nivell d'intensitat sonora de 80 dB. Calculeu la potència d'aquest so.

Dades: Intensitat del llindar d'audició (0 dB), $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$
Velocitat del so en l'aire = 340 m·s⁻¹

Solució: 1,30 m; 0,29 m

Solució: 0,126 W

85 Una boia marina sura sobre la superfície de l'aigua i descriu un moviment harmònic simple (MHS) a mesura que li arriben les ones. En un instant inicial $t = 0,0$ s, l'onatge que hi ha fa que el punt més alt de les ones estigui 1,0 m més amunt que el punt més baix i que arribi una ona cada 2,0 segons.

- Escriviu l'equació del moviment de la boia.
- Si la boia té una massa d'1,5 kg, quina és l'energia cinètica màxima de la boia?

Solució: 0,5 sin($\pi t \pm \pi/2$)

Solució: 1,85 J

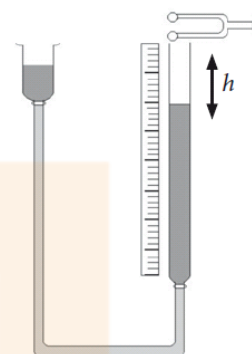


Figura 48. Imatge per a la Qüestió 82



Figura 49. Imatge per a la Qüestió 83

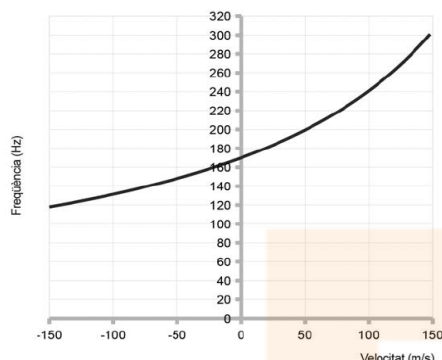


Figura 50. Imatge per a la Qüestió 86

Distància (m)	I ($\text{mW} \cdot \text{m}^{-2}$)
5,0	0,080
10,0	0,020
15,0	0,0089
20,0	0,0050
25,0	0,0032
30,0	0,0022
35,0	0,0016

Taula 1. Taula per a la Qüestió 86

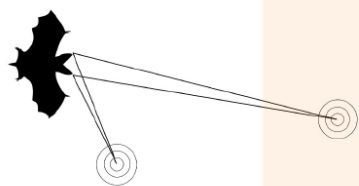


Figura 51. Imatge per a la Qüestió 88

Qüestions selectivitat

86 Hem construït aquesta gràfica a partir de dades de freqüència recollides quan una font de so es movia acostant-se a nosaltres (velocitats positives) o allunyant-se'n (velocitats negatives), a velocitats diferents.

- (a) Com s'anomena el fenomen que hem estudiat en aquest experiment? La font de so s'acosta a nosaltres amb un moviment rectilini uniforme (MRU) a 100 m s^{-1} i ens sobrepassa. Quin canvi de freqüència (expressada en Hz) sentirem en el moment en què passi just pel nostre costat? La freqüència que sentirem augmentarà o disminuirà?
- (b) La taula 1 mostra com disminueix la intensitat sonora quan ens situem a diferents distàncies d'un emissor puntual de so. Calculeu a quina distància, aproximadament, haurem d'estar perquè el nivell de sensació sonora sigui de 65 dB i calculeu la potència de la font sonora, suposant que emet igual en totes les direccions.

Dada: Intensitat del llindar d'audició (0 dB), $I_0 = 1,00 \cdot 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

Solució: -110 Hz; disminueix
Solució: 25,0 m

87 Tenim dues molles idèntiques. Un objecte A de 100 g que penja d'una de les molles oscil·la amb un període d'1,00 s i amb una amplitud de 5,00 cm.

- (a) Volem que l'altra molla oscil·li amb la mateixa amplitud, però amb una freqüència doble que la de la molla de què penja l'objecte A. Quina massa hem de penjar a la segona molla?
- (b) Els dos objectes es deixen anar des de l'extrem inferior de l'oscil·lació. Representeu en una gràfica velocitat-temps la velocitat de cadascun dels objectes quan oscil·len durant 2 s en les condicions descrites. En la gràfica heu d'indicar clarament les escales dels eixos, les magnituds i les unitats. Durant els 2 s representats en la gràfica, en quins moments la diferència de fase entre els dos objectes és de π radians?

Solució: 25 g
Solució: 0,5 s i 1,5 s

88 Els ratpenats emeten uns xiscles en forma d'ultrasons i utilitzen els ecos d'aquests ultrasons per a orientar-se i per a detectar obstacles i preses. Una espècie de ratpenats emet ultrasons amb una freqüència de 83,0 kHz quan caça mosquits.

- (a) Calculeu la longitud d'ona i el període dels ultrasons emesos per aquests ratpenats. Considereu un mosquit situat a 1,5000 m de l'orella dreta i a 1,5030 m de l'orella esquerra del ratpenat. Calculeu la diferència de fase en l'eco percebut per cada orella, provinent del mosquit.
- (b) Quan el mosquit està més a prop, el ratpenat també podria utilitzar la diferència d'intensitats dels ecos. Calculeu el quocient d'intensitats sonores $I_{\text{dreta}} / I_{\text{esquerra}}$ quan el mosquit està a 33 cm de l'orella dreta i a 34 cm de l'orella esquerra i expresseu en decibels la diferència de nivells d'intensitat sonora. Considereu que l'eco es propaga uniformement des del mosquit en totes les direccions de l'espai.

Dada: Velocitat dels ultrasons en l'aire = $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Solució: 4,60 rad
Solució: 1,06; 0,26 dB

Qüestions selectivitat

89 El pistó d'un cilindre del motor d'explosió d'un vehicle desenvolupa un moviment vibratori harmònic simple. En un règim de funcionament determinat, té un recorregut de 20,0 cm (d'extrem a extrem) i el motor fa $1,91 \cdot 10^3$ rpm (revolucions per minut). En l'instant $t=0,00$ s, el pistó està situat a 10,0 cm de la seva posició d'equilibri. Determineu:

- (a) L'equació de moviment i la velocitat màxima del pistó.
- (b) El valor de la força màxima que actua sobre el pistó, si té una massa de 200 g.

Solució: $20,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Solució: 800 N

90 Un tub d'un orgue de la basílica de la Sagrada Família està obert pels dos extrems i fa 1,0 m de longitud.

- (a) Calculeu les freqüències i les longituds d'ona de les ones estacionàries que es poden propagar per aquest tub.
- (b) Si el tub estigués ple d'heli, el so s'hi propagaria a una velocitat de $975,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. En aquest cas, quines serien les freqüències?

Dada: Velocitat del so en l'aire = $343,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Solució: $171,5n \text{ Hz}$; $2,0/n \text{ m}$

Solució: $487,5 n \text{ Hz}$

91 Les boies marines s'utilitzen sovint per a mesurar l'alçària de l'onatge. Una d'aquestes boies es mou seguint una oscil·lació harmònica de 3,00 m d'amplitud i 0,10 Hz de freqüència i l'ona es propaga a una velocitat de $0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- (a) Calculeu la longitud d'ona i el nombre d'ona.
- (b) Escriviu l'equació de les ones que fan moure la boia suposant que la fase inicial és zero.

Solució: $5,0 \text{ m}$; $0,4\pi \text{ m}^{-1}$

Solució: $3,00\sin[0,2\pi(2x-t)] \text{ m}$

92 Un sistema vibrador situat al punt $x = 0$ oscil·la tal com s'indica en el gràfic elongació-temps de la Figura 52 i transmet el moviment a una corda, de manera que es genera una ona transversal amb una longitud d'ona de 20,0 cm.

- (a) Determineu el període, l'amplitud i la freqüència de la vibració i la velocitat de propagació de l'ona per la corda. Escriviu l'equació de l'ona plana (no oblideu indicar totes les unitats de les magnituds que hi apareixen).
- (b) Demostreu, a partir de l'equació d'ona, que la velocitat màxima a la qual es mouen els punts de la corda en les seves oscil·lacions es pot calcular amb l'expressió $v_{\text{max}} = A\omega$ (en què A és l'amplitud i ω és la pulsació).

Solució: $1,25 \text{ ms}$; $1,5 \text{ cm}$; 800 Hz ; $160 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

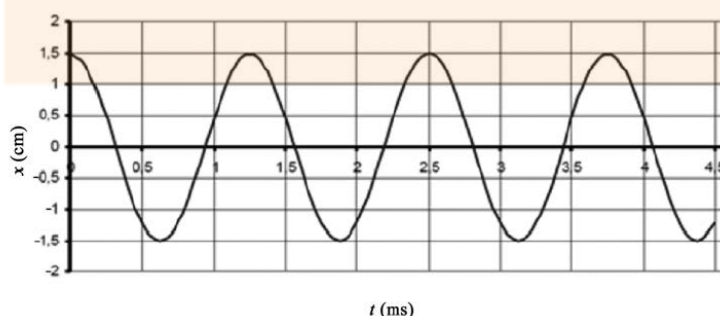


Figura 52. Imatge per a la Qüestió 92

Qüestions selectivitat

93 L'agulla d'una màquina de cosir oscil·la amb un desplaçament vertical de 15 mm d'un extrem a l'altre. En les especificacions del fabricant, s'indica que l'agulla fa 1200 puntades per minut. Supposeu que l'agulla descriu un moviment harmònic simple.

- (a) Escriviu l'equació del moviment i representeu la gràfica posició-temps durant dos períodes, suposant que a l'instant inicial l'agulla es troba en la posició més alta.
- (b) Calculeu la velocitat i l'acceleració màximes de l'agulla.

Solució: $7,5 \cdot 10^{-3} \sin(40\pi t + \pi/2)$ m
Solució: $0,94 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $118 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

94 Un remer assegut a la seva barca, de comportament estacionari respecte a l'aigua, observa que les crestes de les ones passen per la proa cada 4,00 s, que l'amplitud de les crestes és de 0,30 m i que la distància entre dues crestes és de 9,00 m.

- (a) Calculeu la velocitat de propagació de les ones. Determineu l'equació de l'ona suposant que la fase inicial és zero.
- (b) En un instant donat, calculeu la diferència de fase entre dos punts que disten 4,00 m l'un de l'altre.

Solució: $2,26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Solució: $8\pi/9$ rad

95 En un estadi el públic fa l'onada per celebrar la bona actuació de l'equip local. L'onada és tan gran que dos espectadors de la mateixa fila separats com a mínim per 50m es mouen igual i ho fan cada 10 s.

- (a) Si modelitzéssim aquesta onada a l'estadi com una ona, de quin tipus d'ona estaríem parlant? Calculeu-ne la longitud d'ona i la pulsació (freqüència angular).
- (b) Un espectador es mou 1,0m verticalment quan s'aixeca i s'asseu per fer passar l'onada. Escriviu l'equació del moviment d'aquest espectador considerant que descriu un moviment harmònic simple i que en l'instant inicial es troba assegut, és a dir, en la seva posició mínima.

Solució: 50 m; $0,63 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

96 Les ones del mar fan navegar un vaixell a la deriva, de manera que es mou 2,00 m en vertical des del punt més alt al punt més baix cada 6,28 s.

- (a) Escriviu l'equació del moviment del vaixell suposant que a l'instant inicial es troba en el punt més alt. Indiqueu les unitats de totes les magnituds.
- (b) Determineu la velocitat i l'acceleració inicials del vaixell.

Solució: $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $-0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

97 Un gos borda amb una potència de 2,00 mW.

- (a) Si aquest so es distribueix uniformement per l'espai, quin és el nivell d'intensitat sonora (en dB) a una distància de 5,00 m?
- (b) Si en comptes d'un gos, fossin dos gossos bordant alhora, quin seria el nivell d'intensitat sonora?

Dada: Intensitat del llindar d'audició (0 dB), $I_0 = 1,00 \cdot 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Solució: 68 dB
Solució: 71 dB