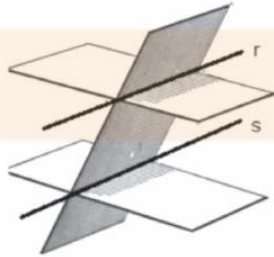


5. Considereu els plans $\pi_1: 2x + ay + z = 5$, $\pi_2: x + ay + z = 1$ i $\pi_3: 2x + (a + 1)y + (a + 1)z = 0$, en què a és un paràmetre real.
- a) Estudieu per a quins valors del paràmetre a els tres plans es tallen en un punt.
[1 punt]
- b) Comproveu que per al cas $a = 1$ la interpretació geomètrica del sistema format per les equacions dels tres plans és la que es mostra en la imatge següent:
[1 punt]



2. Siguin la recta $r: \begin{cases} x = 2 \\ y - z = 1 \end{cases}$ i el pla $\pi: x - z = 3$.

- a) Calculeu l'equació paramètrica de la recta que és perpendicular al pla π i que el talla en el mateix punt en què el talla la recta r .
[1 punt]
- b) Trobeu els punts de r que estan a una distància de $\sqrt{8}$ unitats del pla π .
[1 punt]

NOTA: Podeu calcular la distància que hi ha d'un punt de coordenades (x_0, y_0, z_0) al

pla d'equació $Ax + By + Cz + D = 0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

5. Considereu els punts de l'espai tridimensional $A = (1, 1, 0)$, $B = (3, 5, 0)$ i $C = (1, 0, 0)$ i la recta $r: x = y - 1 = \frac{z}{2}$.
- a) Trobeu el punt d'intersecció de la recta r amb el pla que passa pels punts A , B i C .
[1 punt]
- b) Trobeu els punts P de la recta r per als quals el tetraedre de vèrtexs P , A , B i C té un volum de $2u^3$.
[1 punt]

NOTA: El volum d'un tetraedre de vèrtexs P , Q , R i S es pot calcular amb l'expressió

$$\frac{1}{6} |\det(\overline{PQ}, \overline{PR}, \overline{PS})|.$$

4. Considereu els punts $P = (3, -2, 1)$, $Q = (5, 0, 3)$, $R = (1, 2, 3)$ i la recta $r: \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$.
- a) Determineu l'equació general (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla que passa per P i Q i és paral·lel a la recta r .
[1 punt]
- b) Donats el pla $x + 2y + m \cdot z = 7$ i el pla que passa per P , Q i R , trobeu m perquè siguin paral·lels i no coincidents.
[1 punt]

2. Siguin el pla d'equació $\pi: x + y - z = 0$ i el punt $P = (2, 3, 2)$.
- a) Calculeu el punt simètric del punt P respecte del pla π .
[1 punt]
- b) Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) dels dos plans paral·lels a π que estan a una distància $\sqrt{3}$ del punt P .
[1 punt]

NOTA: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_0, y_0, z_0) al pla d'equació

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ amb l'expressió } \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$