

1♣ En el procés de disseny d'una cafetera elèctrica es decideix que ha de poder escalfar un volum $V = 0,1$ l d'aigua fent-la passar de $T_1 = 20^\circ\text{C}$ a $T_2 = 95^\circ\text{C}$ en un temps $t = 30$ s. Aquesta cafetera s'endollarà a $U = 230$ V i la resistència calefactora es farà amb un fil de constantà de diàmetre $d = 0,3$ mm i resistivitat $\rho = 0,52 \mu\Omega\cdot\text{m}$. Determineu:

- La potència P necessària. (La calor específica de l'aigua és $4,18 \text{ kJ}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$.)
- La resistència R elèctrica.
- La longitud L del fil de la resistència.

$$Q = P \cdot t \quad Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T \quad \delta = m / V$$

$$P = \frac{V \cdot \delta_{\text{aigua}} \cdot c_e \cdot \Delta T}{t} = \frac{0,1 \text{ dm}^3 \cdot 1 \text{ kg} / \text{dm}^3 \cdot 4,18 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{C} \cdot (95 - 20)^\circ\text{C}}{30 \text{ s}} = \mathbf{1,045 \text{ kW}}$$

$$P = U \cdot I \quad U = R \cdot I$$

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{230^2}{1045} = \mathbf{50,62 \Omega}$$

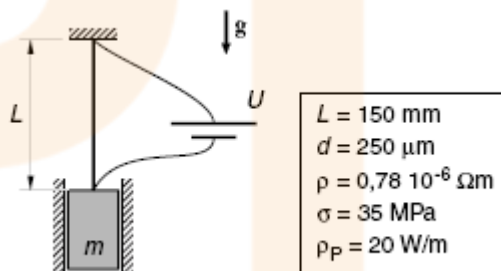
$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi \cdot r^2}$$

$$L = \frac{R \cdot \pi r^2}{\rho} = \frac{50,62 \cdot \pi \cdot 0,00015^2}{0,52 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{6,881 \text{ m}}$$

2♣ El flexinol és un fil de nitinol que té la propietat de recuperar la mida quan s'escalfa si s'havia deformat plàsticament. Per obtenir un moviment alternatiu es fa el muntatge de la figura amb un fil de flexinol de llargada $L = 150$ mm i diàmetre $d = 250 \mu\text{m}$ que s'escalfa i es refreda cíclicament. El fil no pot superar la tensió $\sigma = 35$ MPa. Per escalfar-lo es recomana fer-ho amb un corrent elèctric sense superar la densitat de potència $p_p = 20$ W/m; la resistivitat del fil és $\rho = 0,78 \cdot 10^{-6} \Omega\cdot\text{m}$.

Determineu:

- La massa màxima $m_{\text{màx}}$ del bloc.
- La resistència elèctrica R del fil.
- La tensió màxima $U_{\text{màx}}$ d'alimentació que és recomanable aplicar al fil i el corrent I que hi circularia.



$$A_0 = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (125 \cdot 10^{-6})^2 = 4,91 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$$

$$F = m \cdot g \quad \sigma = \frac{F}{A_0}$$

$$m_{\text{màx}} = \frac{\sigma \cdot A_0}{g} = \frac{35 \cdot 10^6 \cdot 4,91 \cdot 10^{-8}}{9,81} = \mathbf{0,175 \text{ kg}}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = 0,78 \cdot 10^{-6} \frac{0,150}{4,91 \cdot 10^{-8}} = \mathbf{2,383 \Omega}$$

3 Un aliatge d'alumini conté un 3,1 de Mg (magnesi) i un 0,4 de Cr (crom). Quina quantitat d'alumini pur (Al) cal per fer 1200 kg d'aliatge.

El percentatge d'alumini serà

$$\%_{\text{total}} = \%_{\text{Al}} + \%_{\text{Mg}} + \%_{\text{Cr}} \rightarrow \%_{\text{Al}} = \%_{\text{total}} - \%_{\text{Mg}} - \%_{\text{Cr}} = 100 - 3,1 - 0,4 = 96,5\% \text{ de Al}$$

$$M_{\text{Al}} = M_{\text{total}} \cdot \%_{\text{Al}} = 1200 \text{ kg} \cdot 0,965 = \mathbf{1158 \text{ kg}}$$

4 El *Mokel* K-500 és un aliatge de composició: 64 Ni (níquel), 30% Cu (coure) i 6% altres components (Ti, Al, Fe...). Quant níquel es necessita per aliar-lo amb 240 kg de coure?

$$\text{Amb 240 kg de Cu obtenim } m_T = \frac{m_{\text{Cu}}}{\%_{\text{Cu}}} = \frac{240 \text{ kg}}{0,30} = 800 \text{ kg de Mokel}$$

$$m_{\text{Ni}} = \%_{\text{Ni}} \cdot M_T = 0,64 \cdot 800 \text{ kg} = \mathbf{512 \text{ kg de Ni}}$$

5 Una barra de llautó de 20mm de diàmetre i 500mm de longitud, té un mòdul d'elasticitat 110 GPa i deixa de tindre comportament elàstic per esforços superiors a 240 MPa. Determineu la tensió màxima que es pot aplicar i la longitud màxima a la que es pot estirar sense que es produeixi deformació plàstica.

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (10 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 = 314,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma \cdot A = 240 \text{ MPa} \cdot 314,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = \mathbf{75 \text{ kN}}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \Rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{240 \text{ MPa}}{110 \text{ GPa}} = 0,002181$$

$$\Delta l = \epsilon \cdot l = 0,002181 \cdot 500 \text{ mm} = 1,09 \text{ mm}$$

$$L_{\text{total}} = l + \Delta l = \mathbf{501,09 \text{ mm}}$$

6 La resistència a la compressió de l'acer comercial F-115 és $\sigma = 110 \text{ MPa}$. Determineu

a) Quina força axial de compressió que cal fer per provocar la ruptura d'una barra de 5 mm^2 de secció.

b) Diàmetre de la barra

en el cas de tracció simple es verifica que

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$F = \sigma \cdot A = 110 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 550 \text{ N}$$

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5}{\pi}} = 2,52 \text{ mm}$$

7 Un cable de diàmetre $d = 5 \text{ mm}$ i longitud $L = 10 \text{ m}$ se li aplica un esforç de tracció entre els seus extrems $F = 1000 \text{ N}$. L'acer té un límit elàstic de $\sigma = 295 \text{ MPa}$.

Determineu:

- Tensió del cable
- Tipus de deformació que té el cable
- Quin coeficient de seguretat que té el cable

a)

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{25\pi}{4} = 19,63 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{1000}{19,63} = 50,93 \text{ MPa}$$

b)

Com l'esforç unitari aplicat és $50,93 \text{ MPa}$ i és més petit que 295 MPa el cable es comportarà elàsticament.

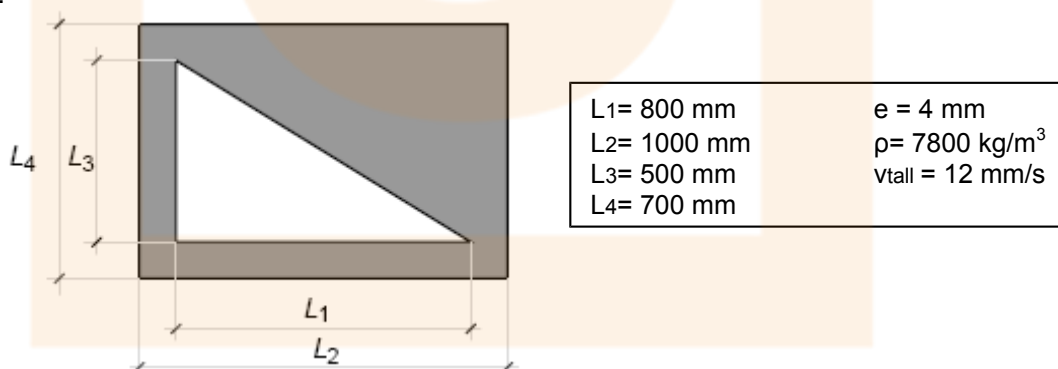
c)

$$c = \frac{\sigma_{\text{elàstic}}}{\sigma_{\text{unitari}}} = \frac{295}{50,93} = 5,79$$

El coeficient de seguretat c és la relació entre el màxim esforç al qual podem sotmetre el cable (límit elàstic) i el l'esforç unitari que hi apliquem (carrega per unitat d'àrea real que suporta).

Habitualment, en el càlcul de peces, se solen utilitzar coeficients de seguretat entre 2 i 3, depenen del risc que tingui. Per exemple una peça d'un avió cal que tingui més coeficient de seguretat que una peça per un vehicle.

8♣ La planxa de la figura s'obté a partir d'una planxa rectangular a la qual es fa un retall triangular. Per fer-lo, s'utilitza una màquina de tall làser que ressegueix el contorn del retall a una velocitat $v_{\text{tall}} = 12 \text{ mm/s}$.



Determineu:

- La longitud total del tall L i el temps t per fer-lo.
- El percentatge d de material, respecte al de partida, que no s'aprofita si el retall es llença.
- La massa m de la planxa obtinguda, si és d'acer de $e = 4 \text{ mm}$ de gruix.

$$a) L = L_1 + L_3 + \sqrt{L_1^2 + L_3^2} = 2243 \text{ mm} \quad ; \quad t = \frac{L}{v_{\text{tall}}} = 186,9 \text{ s}$$

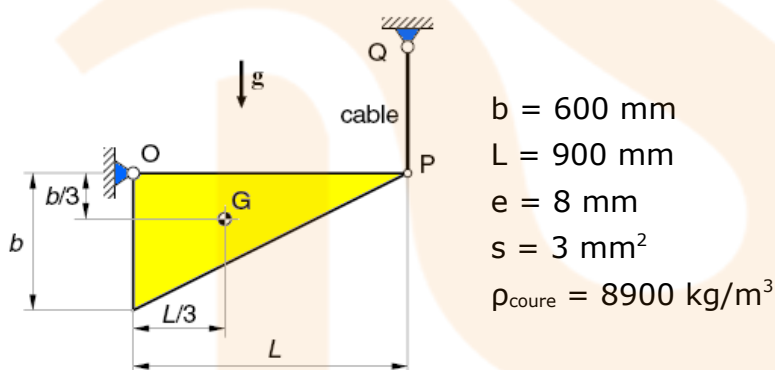
$$b) d = \frac{S_{\text{triangle}}}{S_{\text{rectangle}}} \times 100 = \frac{0,5 \cdot l_1 \cdot l_3}{l_2 \cdot l_4} \times 100 = 28,57 \%$$

$$c) m = (S_{\text{rectangle}} - S_{\text{triangle}}) \cdot \rho = S_{\text{rectangle}} \left(1 - \frac{d}{100}\right) \cdot \rho = \\ = \left(1 - \frac{d}{100}\right) \cdot l_2 \cdot l_4 \cdot \rho = 15,60 \text{ kg}$$

9♣ La placa de coure de la figura de gruix $e = 8 \text{ mm}$ està articulada al punt O i es manté en repòs mitjançant el cable PQ de secció nominal $s = 3 \text{ mm}^2$.

Determineu:

- La massa m de la placa. ($\rho_{\text{coure}} = 8900 \text{ kg/m}^3$)
- La força T que fa el cable.
- Les forces F_v vertical i F_h horitzontal a l'articulació O.
- La tensió normal σ del cable per causa de la força que fa.



$$m = \rho_{\text{coure}} \cdot V = \rho_{\text{coure}} \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot b \cdot e = 8900 \cdot 0,5 \cdot 0,9 \cdot 0,6 \cdot 0,008 = 19,22 \text{ kg}$$

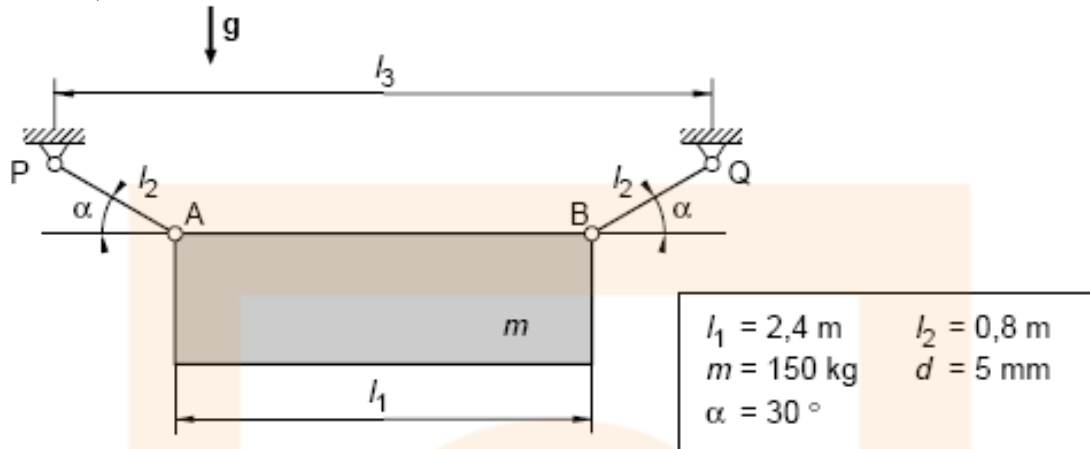
$$\Sigma M(O) = 0 \rightarrow m \cdot g \cdot \frac{L}{3} - T \cdot L = 0$$

$$T = \frac{m \cdot g \cdot \frac{L}{3}}{L} = \frac{19,22 \cdot 9,81}{3} = \mathbf{62,86 \text{ N}}$$

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_v + T - m \cdot g = 0 \rightarrow F_v = m \cdot g - T = 19,22 \cdot 9,81 - 62,86 = 125,7 \text{ N}$$

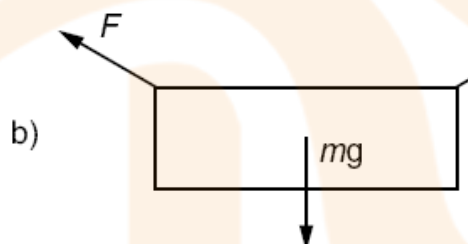
$$\sigma = \frac{T}{A} = \frac{62,86}{3 \cdot 10^{-6}} = 20,95 \cdot 10^6 \text{ Pa} = \mathbf{20,64 \text{ GPa}}$$

10♣ S'ha de penjar una pancarta rígida de massa $m = 150 \text{ kg}$ tal com s'indica a la figura. Els cables AP i BQ són de diàmetre $d = 5 \text{ mm}$. Determineu:



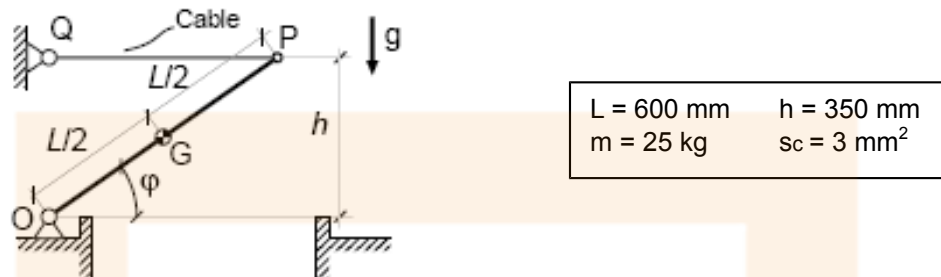
- La distància l_3 a la qual s'han de posar els ancoratges P i Q perquè l'angle dels cables amb l'horitzontal sigui de $\alpha = 30^\circ$, tal com s'indica.
- La força que fa cadascun dels cables. (Es recomana dibuixar el diagrama de cos lliure de la pancarta)
- La tensió normal dels cables a causa de la força que fan.

a) $l_3 = l_1 + 2 l_2 \cos \alpha = 2,4 + 2 \cdot 0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,786 \text{ m}$

b)  $2 F \sin \alpha - mg = 0 \Rightarrow F = \frac{mg}{2 \sin \alpha} = 1500 \text{ N}$

c) $\tau = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi d^2 / 4} = \frac{1500}{\pi 0,005^2 / 4} = 76,39 \text{ MPa}$

11♣ La tapa de la figura té una massa $m = 25 \text{ kg}$ i està articulada a O. Per mantenir-la oberta es fa servir el cable PQ, de secció nominal $s_c = 3 \text{ mm}^2$, que es tensa fins que queda horitzontal.



Determineu:

- L'angle φ d'obertura.]
- La força que fa el cable. (Es recomana dibuixar el diagrama de cos lliure de la tapa.)]
- La força vertical i horitzontal que fa l'articulació O.
- La tensió normal del cable a causa de la força que fa.

$$\text{a) } \varphi = \arcsin \frac{h}{L} = 35,69^\circ$$

$$\text{b) } \Sigma M(O) = 0 \Rightarrow Fh - mg \frac{L}{2} \cos \varphi = 0 \Rightarrow F = \frac{1}{h} mg \frac{L}{2} \cos \varphi = 174 \text{ N (tracció)}$$

$$\text{c) } F_{OH} = F = 174 \text{ N (positiva cap a la dreta)} \quad F_{OV} = mg = 250 \text{ N (positiva cap amunt)}$$

$$\text{d) } \sigma_N = \frac{F}{s_c} = \frac{174}{3 \cdot 10^{-6}} = 58 \text{ MPa}$$