Quatre notes sobre relativitat.

1r concepte:

- Tot el que heu treballat a l'assignatura de física de 1r i 2n de batxillerat és física clàssica.
- La física clàssica és vàlida per sistemes de partícules macroscòpiques i per velocitats molt més petites que les de la llum (v << c).
- Un dels principis fonamentals de la física clàssica és que la massa d'una partícula es manté inalterada quan la partícula es desplaça amb una velocitat v.
- La variació de l'energia cinètica d'una partícula que parteix del repòs és:

$$\Delta E_C = E_{Cf} - E_{Co} = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{1}{2}mv^2$$

2n concepte:

- La física clàssica deixa de ser vàlida quan la velocitat d'una partícula és de l'ordre de la velocitat de la llum (v ~ c).
- La massa d'una partícula que es desplaça a una velocitat v (v ~ c) no es manté constant, sinó que varia segons la relació següent[1]:

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0$$

On **m** és la massa de la partícula el moviment i $\mathbf{m_0}$ és la massa de la partícula en repòs.

La variació de l'energia cinètica d'una partícula en moviment i que parteix del repòs es calcula amb la fórmula d'Einstein.

$$\Delta E_C = \Delta m \cdot c^2 = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \right) \cdot c^2$$

Es pot demostrar que les dues expressions de la variació de l'energia cinètica són equivalents quan la velocitat v és molt més petita que c.

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \right) \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Si tenim en compte que $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ es pot desenvolupar com una sèrie de Taylor[2]:

[1] A més velocitat, més massa. Si v = c aleshores m$\rightarrow +\infty$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=1+\frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{c^2}\right)+\frac{3}{8}\left(\frac{v^2}{c^2}\right)^2+\ldots$$

substituint en la variació de l'energia tindrem ...

$$\Delta E=m_0\cdot c^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)=m_0\cdot c^2\cdot\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}+\frac{3}{8}\left(\frac{v^2}{c^2}\right)^2+\ldots-1\right)=$$

$$=m_0\cdot\left(\frac{1}{2}v^2+\frac{3}{8}\frac{v^4}{c^2}+\ldots\right)=\frac{1}{2}m_0v^2+\frac{3}{8}m_0\frac{v^4}{c^2}+\ldots$$

Tal i com hem estudiat nosaltres en aquest tema les velocitats de les partícules sempre són molt més petites que la velocitat de la llum (v<<c). Aleshores el terme v^4/c^2 i els d'ordre superiors són negligibles i ens queda que per a velocitats petites, l'equació d'Einstein és l'energia cinètica que tots coneixem.

$$\Delta E=m_0\cdot c^2\approx\frac{1}{2}m_0v^2 \Leftrightarrow \quad v<<c$$

[2] Si una funció *f(x)* és continua i derivable en un entron de *x=a* aleshores aquesta funció es pot aproximar per un desenvolumament en sèrie de Taylor donat per : $f(x)=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k!}\frac{d^{k)}f(a)}{dx^k}\cdot(x-a)^k$