

1. En la resolució pel mètode de Gauss d'un sistema de tres equacions amb tres incògnites ens hem trobat amb la matriu següent:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Expliqueu, raonadament, quin és el caràcter del sistema inicial.
b) Si és compatible, trobeu-ne la solució.

2. Donat el sistema

$$\begin{cases} x + py = p \\ px + y = p \end{cases}$$

- a) Discutiu-ne el caràcter en funció del paràmetre p .
b) Resoleu-lo quan $p = 2$.
3. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + 5y + z + a = 0 \\ (a - 2)z + x + 2y - 1 = 0 \\ (a - 1)y + (1 - a)x + z + a + 2 = 0 \end{cases}$$

- a) Expliqueu, raonadament, si es tracta d'un sistema lineal homogeni.
b) Construïu-ne la matriu de coeficients i la matriu ampliada.
c) Trobeu els valors del paràmetre a per als quals el sistema no és compatible determinat, i estudeu el caràcter del sistema en cada un d'aquests casos.
d) Resoleu-lo solament quan el conjunt de les seves solucions és una recta de \mathbb{R}^3 .
4. Donat el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 2x + y + z = 4 \\ x - y + (p - 3)z = 5 \end{cases}$$

- a) a) Estudieu-ne el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) en funció del paràmetre p .
b) Comproveu que si $p \neq 5$ la solució del sistema no depèn del valor d'aquest paràmetre.

5. Hem escalonat la matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, $A \cdot X = b$, i hem obtingut:

$$(A|b) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & a+2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & a-1 & 3 \end{array} \right)$$

- a) Discutiu aquest sistema en funció del paràmetre a .
b) Resoleu-lo quan $a = 2$.
6. Considereu un sistema qualsevol de dues equacions amb tres incògnites. Responen raonadament a les qüestions següents:

- a) És possible que el sistema considerat sigui compatible determinat?
b) Pot ser incompatible?

7. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - az = -3 \\ 2x + (a - 5)y + z = 4a + 2 \\ 4x + (a - 1)y - 3z = 4 \end{array} \right\}$$

- a) Calculeu els valors del paràmetre a perquè el sistema no sigui compatible determinat.
b) Hi ha algun valor de a per al qual $x=1$, $y=-3$, $z=-1$ sigui l'única solució del sistema?
8. Analitzeu, segons els valors del paràmetre k , el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) del sistema d'equacions següent:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y - z = k - 4 \\ (k - 6)y + 3z = 0 \\ (k + 1)x + 2y = 3 \end{array} \right.$$