(1) 1- Calculem la derivada

$$f'(x) = 6x^2 + a$$

2. Substituim per $x=-1$ en la derivada, ja que és un <u>extrem relatiu</u>

↳ els extrems <u>SEMPRE</u> es calculen amb la derivada

· $f'(-1) = 6\cdot(-1)^2 + a$

3- Igualem $f'(x) = 0$

$$f(-1) = 0 \longrightarrow \boxed{a = -6}$$

$$6 + a = 0$$

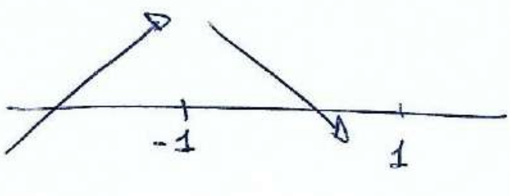
· la funció, per tant, és $f(x) = 2x^3 - 6x$

4- Busquem el creixement de la funció.

-Igualem la derivada (amb el valor de "a")

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

$$6x^2 - 6 = 0 \longrightarrow \boxed{x = 1}, \ \boxed{x = -1}$$



Per tant, en el punt $x=-1$ hi ha un màxim relatiu.

Substituïm $x=-1$ a la funció sense derivar.

$$f(-1) = 2(-1)^3 - 6(-1) = \boxed{4}$$

2)

a) $x \rightarrow$ quota del gimnàs

$f(x) \rightarrow$ nombre d'usuaris

Deduïm la funció a partir de les dades facilitades

$$f(x) = 2840 - 20x$$

Per saber a quina quota el gimnàs es quedaria sense clients, com $f(x)$ = nombre usuaris, $f(x)=0$

$$2840 - 20x = 0$$

$\boxed{x = 142}$ ← a partir d'una quota de 142€, el gimnàs es quedaria sense usuaris.

b) Hem de multiplicar el $\underbrace{\text{nombre d'usuaris}}_{\text{funció anterior}}$ per la seva quota:

$$B(x) = (2840 - 20x)\cdot x \rightarrow B(x) = -20x^2 + 2840x$$

1- Fem derivada i la igualem a "0"

$$B'(x) = -40x + 2840 = 0$$

$\boxed{x = 71}$

*Substituïm per qualsevol nombre a la derivada
(+) → creixent
(−) → decreixent

a) Com volem saber la població a l'inici, $T=0$,

per tant, $P(0) = \frac{28}{(2)^2} = \boxed{7}$

Població actual → 7 milions d'habitants

A llarg termini, hem de fer $\lim_{x \to \infty} \frac{t^2+28}{\underbrace{(t+2)^2}} =$

$= \lim_{x \to \infty} \frac{t^2+28}{t^2+4t+4} =$

Fórmula entitat notable

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

ens quedem la "t" més gran

~~$\lim_{t \to \infty} 2P(t) =$~~

$= \lim_{x \to \infty} \frac{t^2}{t^2} = \boxed{1}$

Per tant, a molt llarg termini, la població serà d'1 milió d'habitants

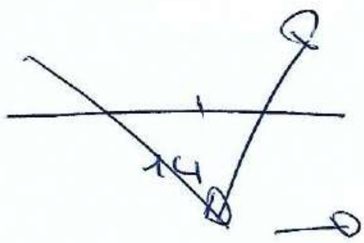
b) Hem d'igualar la derivada a "0" i buscar màx i mínim.

$$p'(t) = \frac{2t(t+2)^2 - (t^2+28)\cdot 2\cdot (t+2)}{(t+2)^{2\cdot 2}} = \frac{4(t-14)}{(t+2)^3}$$

simplifiquem.

$\frac{4(t-14)}{(t+2)^3} = 0 \qquad 4(t-14) = 0$

$\boxed{t = 14}$



→ MÍNIM

Per tant, $P(14) = \frac{14^2+28}{(14+2)^2} = 0'875$

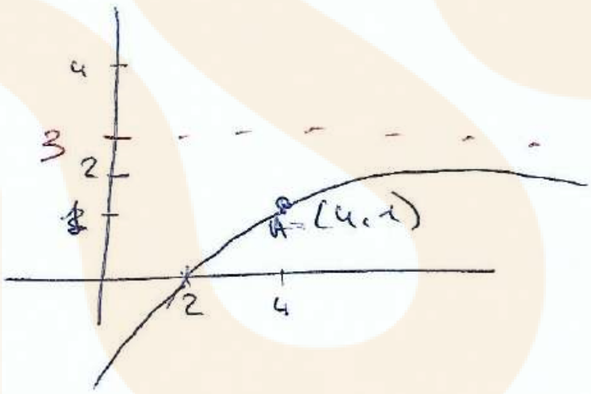
Al cap de 14 anys, la població seria de 875.000 habitants.

4) a) Calculem la derivada

$g'(t) = \frac{12}{(t+2)^2}$

Busquem punts de tall → $x=0 \quad y=-3$; $x=2 \quad y=0$ TAULA VALORS

Busquem asímptota horitzontal, és a dir, a la "y". $y=3$



b) $g(0) = \frac{-6}{2} = \boxed{-3}$ → al'inici del 2010, l'empresa va perdre 300.000€

Per veure quan l'empresa ja no tenia pèrdues, hem de fer la inequació

$g(t)\geq 0 \to 3t-6\geq 0 \quad \boxed{t\geq 2}$ A partir del 2012 l'empresa va començar a no tenir pèrdues

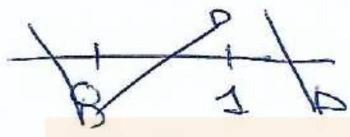
c) $g(t)\geq 1 \to 3t-6 \geq t+2 \quad \boxed{t\geq 4}$ l'any 2014 els guanys van superar els 100.000 €

~~[illegible] t = 3~~

5) $f'(x) = e^{-2x}\cdot(x - x^2)$

a) $e^{-2x}(x-x^2) = 0$ → $x = 0$, → $x = 1$

↳ sempre serà (+)



Decreixent → $(-\infty, 1)$, → $(1, +\infty)$

Creixent → $(0, 1)$

b) en $x=0$ tenim un mínim relatiu

en $x=1$ tenim un màxim relatiu

6) a) Per calcular la població inicial $\boxed{P(0)}$

$P(0) = \boxed{5}$ ← inicial

$P(9) = 0'86$ ← al cap de } milions d'habitants

~~a)~~ $\frac{5+t^2}{(t+1)^2} < 1$ → inferior a 1 milió d'habitats

← fem la inequació

$\boxed{t > 2}$

↳ a partir del 2n any, la població serà inferior a 1 milió d'habitants.

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{5+t^2}{(t+1)^2} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{5+t^2}{t^2+2t+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{t^2}{t^2} = \boxed{1}$

la població a llarg termini serà d'1 milió d'habitants.