1 Considereu la funció real de variable real $f(x)=\dfrac{x^2+5x}{x-4}$.

a) Determineu-ne els intervals de creixement i decreixement.

b) Trobeu-ne els extrems relatius.

Resolució:

El domini és tots els reals excepte el 4. La derivada és:

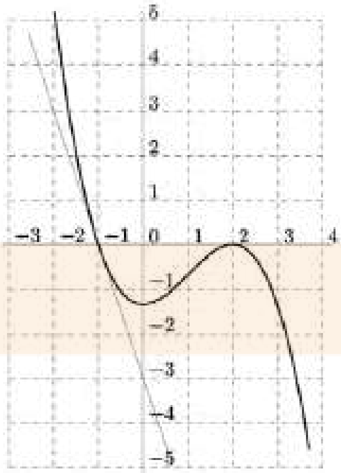
$$f'(x)=\frac{(2x+5)(x-4)-x^2-5x}{(x-4)^2}=\frac{2x^2-3x-20-x^2-5x}{(x-4)^2}=\frac{x^2-8x-20}{(x-4)^2}=\frac{(x-10)(x+2)}{(x-4)^2}$$

a) Per tant, els intervals de creixement i decreixement són:

	$x<-2$	$x=-2$	$-2<x<10;\quad x\neq 4$	$x=10$	$x>10$
	$f'>0$	$f'=0$	$f'<0$	$f'=0$	$f'>0$
f	creix	màx	decreix	min	creix
f		1		25	

b) Els extrems són $\boxed{(-2,1) \text{ que és un màxim i } (10,25) \text{ que és un mínim}}$

5 La corba $y = f(x)$ de la figura té per domini el conjunt de tots els nombres reals.



a) Determineu els punts on la funció val 0. Determineu els valors de x pels quals la funció és positiva.
b) Digueu en quins punts s'anul·la la derivada i en quins punts $f'(x) < 0$.
c) Trobeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = 2$.
d) Determineu la recta tangent en el punt d'abscissa $x = -1$.
e) Determineu a sabent que $f(x) = a(x+1)(x-2)^2$.

Resolució:

a) La funció val 0 per $x=-1$ i per $x=2$, i és positiva per $x<-1$.

b) La derivada s'anul·la per $x=0$ i per $x=2$ i $f'(x)<0$ per $x<0$ i $x>2$.

c) La recta tangent per $x=2$ és $\boxed{y=0}$

d) El pendent de la recta tangent en el punt d'abscissa $x=-1$ és -3 i la funció val 0. Per tant, la recta tangent és: $\boxed{y=-3(x+1)}$

e) Tenim

$$f(x)=a(x+1)(x-2)^2=a(x^3-3x^2+4).$$

Per tant, la derivada és $f'(x)=a(3x^2-6x)$. Com aquesta val -3 per $x=-1$ obtenim $a(3+6)=-3$, d'on resulta $a=-\frac{1}{3}$. Per tant la funció és:

$$\boxed{f(x)=-\frac{1}{3}(x+1)(x-2)^2=-\frac{1}{3}(x^3-3x^2+4)}$$