

Solucions Física en context 1

Sitio: [Cursos IOC - Batxillerat](#)

Imprimido por: Invitado

Curso: Física (autoformació IOC)

Día: viernes, 11 de febrero de 2022, 18:30

Libro: Solucions Física en context 1

Descripción

Solucions Física en context



Tabla de contenidos

- Q1
- Q2
- Q4
- Q5
- Q6
- Q7
- Q8
- Q9
- Q10
- Q11
- Q12
- Q13
- Q14



Q1

Contesteu:

(a) Si un electró s'accelera en un canó amb un voltatge de canó de 5.000 V, quanta energia cinètica adquireix? (expresseu el resultat en J i en eV) (Càrrega de l'electró, $e=1,60 \cdot 10^{-19}$ C, massa electró, $m=9,11 \cdot 10^{-31}$ kg)

L'energia potencial elèctrica que adquireix la partícula a través del canó és:

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

$$\Delta E_p = -1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 5000 = -8 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

Aquesta energia potencial elèctrica es convertirà en energia cinètica:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

$$\Delta E_c = 8 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

i si ho passem a eV tenim:

$$\Delta E_c = 8 \cdot 10^{-16} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 5000 \text{ eV}$$

(b) A quina velocitat surt l'electró del canó? (considereu que en sortir del càtode la velocitat era pràcticament zero).

A través de l'equació de l'energia cinètica:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

Com ens diu que la velocitat inicial era pràcticament zero:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$8 \cdot 10^{-16} = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$$

$$v = 4,19 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(c) Com afectaria a la vostra resposta a l'apartat (b) la presència d'aire al CRT?

La pressió dins del tub ha de ser pràcticament zero ja que, si hi hagués aire, les molècules d'aquest interaccionarien amb el feix d'electrons i difícilment arribarien a la pantalla.

Q2

Quina ha de ser la ddp entre el càtode i l'ànode d'un CRT per a què els electrons adquireixin una velocitat de $10.000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.

La velocitat dels electrons en el SI és:

$$v = 10000 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

I la ddp serà:

$$\Delta E_p = -\Delta E_c = -\left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2\right) = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$q \cdot \Delta V = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$-1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \Delta V = -\frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^7)^2$$

$$\boxed{\Delta V = 284 \text{ V}}$$

Q4

Quina és la velocitat que adquiriria un electró en l'interior d'un tub CRT sotmès a una ddp de 500 kV? Analitzeu i comenteu el resultat final.

La velocitat serà:

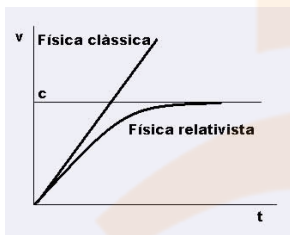
$$\Delta E_p = -\Delta E_c = -\left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2\right) = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$q \cdot \Delta V = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$-1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500000 = -\frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$$

$$v = 4,19 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

Aquesta velocitat és superior a la velocitat de la llum i per tant no és possible. Per velocitats properes a la velocitat de la llum les equacions de la Física clàssica no serveixen i s'ha de fer servir la Física relativista.



Q5

Suposeu que un electró és accelerat fins a una energia de 20 GeV. Expresseu la seva massa en unitats GeV/c^2 .

A través de l'equació relativista de l'energia:

$$E = m \cdot c^2$$

$$20 = m \cdot c^2$$

$$m = 20 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$



Q6

Un protó té una massa en repòs $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

Dades: $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹, $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J.

(a) Quina és la seva energia en repòs? Doneu el resultat en J i en GeV.

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

$$E_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2$$

$$E_0 = 1,50 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

(b) Quina és la seva massa en repòs expressada en GeV/c² ?

L'energia en unitats del SI és:

$$1,5 \cdot 10^{-10} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \cdot \frac{1 \text{ GeV}}{10^9 \text{ eV}} = 0,9375 \text{ GeV}$$

I la seva massa:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

$$0,938 = m_0 \cdot c^2$$

$$m_0 = 0,938 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

Q7

Un electró té una energia en repòs de 0,511 MeV. Si l'electró es mou amb una velocitat de 0,8c, determineu:

Dades: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

(a) La massa en repòs.

Primer posem l'energia en unitats del SI:

$$0,511 \text{ MeV} \cdot \frac{10^6 \text{ eV}}{1 \text{ MeV}} \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 8,186 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

I la seva massa en repòs:

$$E_o = m_o \cdot c^2$$

$$8,186 \cdot 10^{-14} = m_o \cdot (3 \cdot 10^8)^2$$

$$\boxed{m_o = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}$$

(b) La massa relativista.

La massa relativista és:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{0,8^2 \cdot c^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,64}}$$

$$\boxed{m = 1,52 \cdot 10^{-30} \text{ kg}}$$

(c) L'energia relativista total.

L'energia relativista a través de la massa relativista és:

$$E = m \cdot c^2$$

$$E = 1,52 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2$$

$$E = 1,37 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$\boxed{E = 0,854 \text{ MeV}}$$

(d) L'energia cinètica que adquireix.

L'energia relativista total és la suma de l'energia cinètica més l'energia en repòs:

$$E = E_c + E_o$$

$$0,854 = E_c + 0,511$$

$$\boxed{E_c = 0,343 \text{ MeV}}$$

Q8

Un accelerador de partícules subministra una energia cinètica de 3,0 GeV a un protó.

Dades: massa del protó = $1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$, $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

(a) A quina massa equival aquesta energia? Compareu-la amb la massa del protó en repòs.

L'energia relativista total és:

$$E = E_o + E_c$$

Primer calclem l'energia en repòs del protó:

$$E_o = m_o \cdot c^2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{J}$$

I ara l'energia cinètica subministrada el unitats del SI:

$$3,0 \text{ GeV} \cdot \frac{10^9 \text{eV}}{1 \text{ GeV}} \cdot \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4,806 \cdot 10^{-10} \text{J}$$

I apliquem la fórmula de l'energia relativista anterior:

$$E = 1,503 \cdot 10^{-10} + 4,806 \cdot 10^{-10} = 6,309 \cdot 10^{-10} \text{J}$$

I la massa relativista és:

$$E = m \cdot c^2$$

$$6,309 \cdot 10^{-10} = m \cdot (3 \cdot 10^8)^2$$

$$\boxed{m = 7,01 \cdot 10^{-27} \text{kg}}$$

(b) Quina és la massa del protó quan la seva energia cinètica és de 100 GeV?

Si fem el mateix procés per a una energia cinètica de 100 GeV tenim:

$$E_o = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{J}$$

$$E_c = 1,602 \cdot 10^{-8} \text{J}$$

$$E = 1,503 \cdot 10^{-10} + 1,602 \cdot 10^{-8} = 1,617 \cdot 10^{-8} \text{J}$$

$$\boxed{m = 1,8 \cdot 10^{-25} \text{kg}}$$

Q9

Calculeu la massa d'un electró quan la seva velocitat sigui de:

Dades: massa de l'electró en repòs = $9,10938188 \cdot 10^{-31} \text{kg}$

(a) $0,001 \text{ c}$

Per a calcular la massa de l'electró fem:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m = \frac{9,10938188 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{(0,001 \cdot c)^2}{c^2}}} = \frac{9,10938188 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,001^2}}$$

$$m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

(b) $2,4 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$m = \frac{9,10938188 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{(2,4 \cdot 10^8)^2}{c^2}}} = \frac{9,10938188 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,64}}$$

$$m = 1,52 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

(c) $0,99 \text{ c}$

$$m = \frac{9,10938188 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{(0,99 \cdot c)^2}{c^2}}} = \frac{9,10938188 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,99^2}}$$

$$m = 6,46 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

Q10

La massa en repòs d'un protó és de $1,673 \cdot 10^{-27}$ kg, equivalents a 0,938 GeV. Considereu un protó en moviment amb una massa doble a la seva massa en repòs.

(a) Calculeu la seva energia cinètica.

Es defineix l'energia relativista total d'un cos, com la suma de l'energia cinètica més l'energia en repòs:

$$E = E_C + E_o$$

L'energia en repòs és:

$$E_o = 0,938 \text{ GeV}$$

i l'energia en moviment:

$$E = 2 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 3,0114 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 1,88 \text{ GeV}$$

si substituïm en l'equació inicial:

$$1,88 = E_C + 0,938$$

$$\boxed{E_C = 0,939 \text{ GeV}}$$

(b) Calculeu la seva velocitat a partir de l'expressió relativista de la massa.

A partir de l'expressió relativista de la massa:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$2 \cdot \cancel{1,673 \cdot 10^{-27}} = \frac{\cancel{1,673 \cdot 10^{-27}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{(3 \cdot 10^8)^2}}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{(3 \cdot 10^8)^2}} = 0,5$$

$$\frac{v^2}{(3 \cdot 10^8)^2} = 0,75$$

$$\boxed{v = 2,60 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

(c) Calculeu la seva velocitat a partir de la fórmula clàssica $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Compareu els dos resultats anteriors.

L'energia cinètica en unitats del SI és:

$$E_c = 0,939 \text{ GeV} = 1,504 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$1,504 \cdot 10^{-10} = \frac{1}{2} \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \cdot v^2$$

$$\boxed{v = 4,24 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

La velocitat en aquest cas dona més gran que la velocitat de la llum i en el cas del càlcul amb l'expressió relativista dona més petita que la velocitat de la llum. No es pot fer servir la fórmula clàssica per a calcular la velocitat del protó en aquest exercici.



Q11

Un electró es desplaça per l'interior d'un camp elèctric uniforme de 100 N/C. Sabent que surt del repòs, quant de temps tardarà a assolir una velocitat igual al 10% de la velocitat de la llum?

Dades: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Primer calculem el mòdul de la força en valor absolut que exerceix el camps sobre l'electró:

$$F = q \cdot E = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$$

El mòdul de l'acceleració que provoca aquesta força és:

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-17}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,758 \cdot 10^{13} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Un 10% de la velocitat de la llum és:

$$v = 3 \cdot 10^8 \cdot 10\% = 3 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

i el temps serà:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$3 \cdot 10^7 = 0 + 1,758 \cdot 10^{13} \cdot t$$

$$t = 1,71 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\boxed{t = 1,71 \mu\text{s}}$$

Quina distància recorre l'electró en aquest temps?

Per a calcular la distància fem:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$x = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 1,758 \cdot 10^{13} \cdot (1,71 \cdot 10^{-6})^2$$

$$\boxed{x = 25,7 \text{ m}}$$

Q12

Un protó, sortint del repòs, accelera per l'acció d'un camp elèctric uniforme $E = 8 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ que s'estén fins a una distància de 5,0 cm. Quina és la velocitat del protó en el moment en que abandona la regió del camp elèctric?

Dades: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$



Q13

Un electró es projecta en un camp elèctric uniforme $\vec{E} = 1.000 \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ amb una velocitat inicial de $2 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ en la direcció del camp. Quina distància recorrerà l'electró abans d'aturar-se momentàniament?

La força que provoca aquest camp és:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 \vec{i} = -1,6 \cdot 10^{-16} \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

Amb el mòdul de la força calculem la seva acceleració de frenada:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1,6 \cdot 10^{-16} \vec{i}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = -1,76 \cdot 10^{14} \vec{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Ara, sense tenir en compte el caràcter vectorial de l'acceleració, la distància que recorrerà fins aturar-se és:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

$$0 = (2 \cdot 10^6)^2 + 2 \cdot (-1,76 \cdot 10^{14}) \cdot \Delta x$$

$$\boxed{\Delta x = 0,0114 \text{ m}}$$

Q14

La Figura 10 mostra l'estructura d'un LINAC. Les partícules carregades recorren els tubs guia a velocitat constant i són accelerades per un camp elèctric als espais (A, B, C ...) entre els tubs. Suposeu que voleu accelerar un electró.

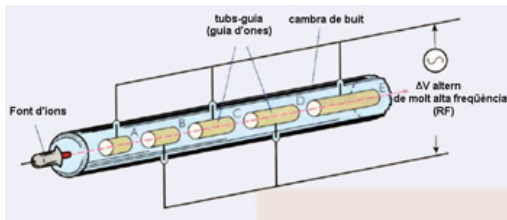
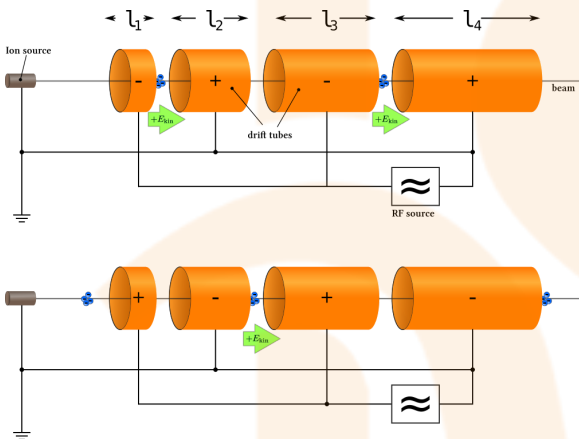


Figura 10. Estructura interna d'un LINAC (Imatge adaptada de Salters Horners Advanced Physics)

(a) Quan l'electró és al primer tub guia, raoneu quin signe haurà de tenir el segon per tal que l'electró sigui accelerat. Per què ha de canviar la polaritat del segon tub guia una vegada que l'electró hi hagi arribat?

Quan l'electró està al primer tub guis el segon tub tindrà una càrrega positiva per a què l'electró sigui atret i provoqui en ell una acceleració. El tub d'empenta o guia actua com una caixa de Faraday. El camp es commuta mentre la partícula passa el tub d'empenta, de tal manera que quan la partícula arriba al seu final un camp la torna a accelerar.



(b) A la vista de l'apartat (a), raoneu per què es fan servir diferències de potencial alternes (que van canviant la seva polaritat) de molt alta freqüència. Acabeu d'explicar l'esquema.

Com es pot veure a la imatge anterior els electrons són accelerats en trams alternatius, així les diferències de potencials també són alternes i s'alta freqüència per a quadra-ho amb la velocitat dels electrons.

(c) Si la diferència de potencial entre dos tubs consecutius és igual a ΔV , quina energia cinètica haurà guanyat l'electró quan hagi travessat un nombre N de tubs guia?

L'energia cinètica guanyada entre dos tubs amb una diferència de potencial ΔV és:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V$$

Si l'electró travessa N tubs llavors:

$$\Delta E_c = e \cdot N \cdot \Delta V$$

$$\text{on } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

(d) Per què els elèctrodes han de ser cada vegada més llargs?

Com l'electró cada vegada té més energia cinètica això farà que tingui cada vegada més velocitat. Com que tots els tubs canvien la polaritat al mateix temps, l'electró ha de trigar el mateix temps en recórrer tots els tubs. Com que ha de trigar el mateix temps i cada vegada la velocitat és més gran, llavors la longitud del tub ha de ser cada vegada major.

